

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.202210002



均布荷载作用下简支组合梁 受力机理分析

郑双杰^{1,2}, 焦礼哲¹, 董紫法¹, 庄致滨¹, 褚英杰¹, 李海锋^{1,2}

(1. 华侨大学 土木工程学院, 福建 厦门 361021;

2. 华侨大学 福建省智慧基础设施与监测重点实验室, 福建 厦门 361021)

摘要: 为了揭示组合梁在均布荷载作用下的受力机理, 考虑弯曲和滑移耦合变形, 建立组合梁滑移受力机理模型. 首先, 以单跨简支组合梁为研究对象, 探讨组合梁变形与滑移规律、横截面内力分布及结合部传力机理; 然后, 分析截面尺度、界面刚度与荷载加载面对组合梁受力机理的影响. 结果表明: 混凝土板抗剪和抗弯作用在房建组合梁中较明显, 在桥梁组合梁中可忽略; 随着界面刚度比的增加, 简支组合梁的曲率、转角、挠度和滑移均减小; 混凝土板和钢梁轴力同步增大, 混凝土板剪力增大而钢梁剪力减小, 混凝土板、钢梁弯矩减小而轴力力偶增大; 结合部界面切向力增大而界面法向力基本不变; 相较于按自质量分配荷载, 均布荷载由混凝土板承担时界面压力增大, 由钢梁承担时则界面受拉, 应注意验算界面抗拉拔性能.

关键词: 组合梁; 滑移效应; 受力机理; 均布荷载; 理论解析

中图分类号: TU 375.102

文献标志码: A

文章编号: 1000-5013(2023)02-0166-12

Stress Mechanism Analysis of Simply Supported Composite Beam Under Uniform Load

ZHENG Shuangjie^{1,2}, JIAO Lizhe¹, DONG Zifa¹,
ZHUANG Zhibin¹, CHU Yingjie¹, LI Haifeng^{1,2}

(1. College of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;

2. Key Laboratory for Intelligent Infrastructure and Monitoring of Fujian Province,
Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: In order to reveal the stress mechanism of composite beam under uniform loads, the slip and bearing mechanism model of composite beam was established considering the coupled deformation of bending and slip. Taking the single-span simply supported composite beam as the research object, the deformation and slip of composite beam, the internal force distribution in cross section and the force transfer mechanism at the joint were discussed. The influence of section scale, interface stiffness and loading surface on the stress mechanism of composite beam was analyzed. The results show that the shear resistance and bending resistance of concrete slab are obvious in composite beam of building engineering, but could be ignored in the composite beam of bridges. With the increase of interface stiffness ratio, the curvature, rotation angle, deflection and slip of simply supported composite beam decrease; the axial force of concrete slab and steel increase synchronously, the

收稿日期: 2022-10-29

通信作者: 郑双杰(1985-), 男, 副教授, 博士, 主要从事钢与组合结构的研究. E-mail: sjzheng@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51808235); 福建省自然科学基金资助项目(2018J05083); 中央高校基本科研业务费资助项目(ZQN-813)

shear force of concrete slab increases while that of steel beam decreases, and the bending moment of concrete slab and steel beam decreases while the axial force couples increase; the interface tangential force of the joint increases while the interface normal force is basically unchanged. Comparing with the load distributed according to its own weight, the interface pressure increases when the uniform load is undertaken by the concrete slab, and the interface is in tension when the uniform load is undertaken by the steel beam, so the pullout resistance of the interface should be checked.

Keywords: composite beam; slip effect; stress mechanism; uniform load; theoretical analysis

钢与混凝土组合梁截面在工程结构中得到了广泛的应用,如房建结构中的组合楼板、桥梁结构中的钢板组合梁桥等。组合梁能够取得良好结构性能与经济效益的原因在于钢与混凝土结合部采取连接措施,减小相对滑移并形成共同受力的组合截面,从而充分地利用钢材受拉与混凝土受压性能好的材料特性。然而,异种材料截面在结合部的变形不可能完全相同,考虑界面滑移效应成为组合梁受力机理分析的关键问题。在国外,Bradford 等^[1]考虑界面滑移及混凝土时变效应,推导简支组合梁理论模型。Oven 等^[2]考虑界面非线性滑移,推导组合梁有限元模型。Fabbrocino 等^[3]考虑界面非线性滑移,提出组合梁受弯模型。Wu 等^[4]提出考虑轴向力及塑性铰相关边界条件的组合梁扩展模型。Girhammara 等^[5]考虑层间滑移,建立组合梁动力求解方程。Ranzi 等^[6]根据非线性有限变形理论,建立考虑界面剪切和竖向向上拔的平面组合梁动力学模型。在国内,邹杨等^[7]分析考虑滑移的组合梁弯曲应力和界面剪力。周勇超等^[8]分析组合梁界面滑移与剪力滞耦合效应。杨骁等^[9]推导考虑粘结滑移的简支组合梁弯曲响应。胡少伟等^[10]分析宽翼缘双箱组合梁剪滞效应。张书兵等^[11]提出修正折减刚度法计算组合梁自振频率。李玉顺等^[12]分析钢-竹组合工字形梁界面滑移及变形。张永平等^[13]对考虑层间滑移的多层组合梁挠度进行计算。樊建生等^[14]推导组合箱梁弹性弯曲解析解。王花平^[15]研究考虑滑移的组合梁界面作用机理及形变特征。

已有研究较多关注组合梁界面滑移效应^[1-15]、宽翼缘剪力滞后^[8,10]、高腹板剪切变形^[6]、几何材料非线性^[2-3,6]、动力荷载作用^[5-6,11]及收缩徐变温度等时变效应^[1]的影响,但较少对钢混结合面法向作用、组合梁截面尺度与荷载加载面的影响进行分析。基于此,本文建立考虑弯曲和滑移耦合变形的组合梁滑移受力机理模型,对均布荷载作用下简支组合梁受力机理进行分析。

1 工程结构组合梁典型截面

以单跨简支钢与混凝土组合梁作为研究对象,推导滑移受力机理模型的解析解,探讨均布荷载作用下简支组合梁的变形与滑移规律、横截面内力分布及结合部传力机理。

房建结构、桥梁结构的典型组合梁截面,如图 1 所示。

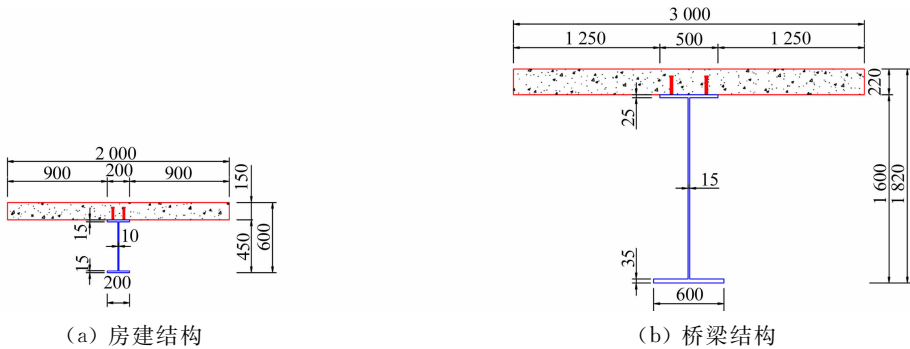


图 1 典型组合梁截面(单位:mm)

Fig. 1 Typical composite beam section (unit: mm)

构件参数,如表 1 所示。表 1 中: $2L, h$ 分别为组合梁的跨径和梁高; $b_{s,up}, t_{s,up}$ 分别为钢梁上翼缘板宽和上翼缘板厚; $h_{s,web}, t_{s,web}$ 分别为钢梁腹板的高度和厚度; $b_{s,low}, t_{s,low}$ 分别为钢梁下翼缘板宽和板厚; $A_s, I_s, h_s, E_s, \rho_s, b_{c0}$ 分别为钢梁的面积、惯性矩、中和轴距界面的距离、弹性模量、质量密度和混凝土板板宽; $h_{c0}, A_c, I_c, h_c, E_c, \rho_c$ 分别为混凝土板的板厚、面积、惯性矩、中和轴距界面的距离、弹性模量和质量密

度; d_s, l_s, n, a, k_s 分别为连接件的焊钉直径、焊钉长度、横向布置数量、纵向间距和焊钉抗剪刚度。

钢与混凝土的弹性模量分别为 210,30 GPa,质量密度分别为 7 850,2 500 kg · m⁻³. 房建结构、桥梁结构的组合梁跨径分别为 10,30 m,两者均在钢梁与混凝土板结合部布置双排焊钉连接件,焊钉规格分别为 Φ16 mm×100 mm,Φ22 mm×150 mm,纵向以间距 200 mm 沿梁长均匀布置。

表 1 构件参数
Tab.1 Component parameters

构件	参数	房建结构	桥梁结构	构件	参数	房建结构	桥梁结构
组合梁	$2L/\text{m}$	10	30	混凝土板	b_{c0}/m	2.000	3.000
	h/m	0.600	1.820		h_{c0}/m	0.150	0.220
	$b_{s,\text{up}}/\text{m}$	0.200	0.500		A_c/m^2	0.300	0.660
	$t_{s,\text{up}}/\text{m}$	0.015	0.025		$I_c/\times 10^{-4}\text{m}^4$	5.625	26.620
钢梁	$h_{s,\text{web}}/\text{m}$	0.420	1.540		h_c/m	0.075	0.110
	$t_{s,\text{web}}/\text{m}$	0.010	0.015	连接件	E_c/GPa	30	30
	$b_{s,\text{low}}/\text{m}$	0.200	0.600		$\rho_c/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	2 500	2 500
	$t_{s,\text{low}}/\text{m}$	0.015	0.035		d_s/m	0.016	0.022
	A_s/m^2	0.010	0.057		l_s/m	0.100	0.150
	$I_s/\times 10^{-4}\text{m}^4$	3.457	244.400		$n/\text{根}$	2	2
	h_s/m	0.225	0.914		a/m	0.200	0.200
	E_s/GPa	210	210		$k_s/\times 10^5\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$	2.498	3.435
	$\rho_s/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	7 850	7 850				

2 组合梁滑移受力机理模型

2.1 基本假设

提出以下 4 个假设。

1) 钢、混凝土为理想弹性体,各符合平截面。2) 钢梁与混凝土板在结合部发生相对滑移。3) 结合部连接件的剪力与相对滑移成正比。4) 钢梁与混凝土板挠度、转角和曲率相同。

2.2 平衡方程

组合梁的计算微分单元,如图 2 所示。图 2 中: p_c, p_s 分别为作用在混凝土板上缘、钢梁下缘的均布荷载; $Q_c, M_c, N_c, \epsilon_c$ 分别为混凝土板截面的剪力、弯矩、轴力和应力; $Q_s, M_s, N_s, \epsilon_s$ 分别为钢梁截面的剪力、弯矩、轴力和应变; s 为混凝土板与钢梁在结合面的相对滑移(以下称滑移); x 为微段长度; M 为组合梁全截面弯矩; h_0 为混凝土板和钢梁中性轴截面的距离; q, t 分别为钢混结合面的切向力集度、法向力集度。

依据混凝土板、钢梁与组合梁的截面内力平衡关系,分别得到轴力、剪力和弯矩的平衡方程。

1) 轴力平衡方程为

$$N'_c = q,$$
(1)

$$N'_s = -q,$$
(2)

$$N = N_c + N_s.$$
(3)

式(1)~(3)中: N'_c, N'_s 分别为 N_c, N_s 的一阶导数; N 为组合梁全截面轴力。

2) 剪力平衡方程为

$$Q'_c = -p_c + t,$$
(4)

$$Q'_s = -p_s - t,$$
(5)

$$Q = Q_c + Q_s.$$
(6)

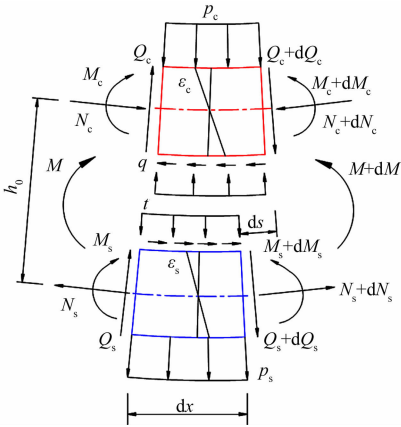


图 2 组合梁的计算微分单元
Fig.2 Computational differential elements of composite beam

式(4)~(6)中: Q'_c, Q'_s 分别为 Q_c, Q_s 的一阶导数; Q 为组合梁全截面剪力.

3) 弯矩平衡方程为

$$M'_c = Q_c + qh_c, \quad (7)$$

$$M'_s = Q_s + qh_s, \quad (8)$$

$$M = M_c + M_s + N_s h_0. \quad (9)$$

式(7)~(9)中: M'_c, M'_s 分别为 M_c, M_s 的一阶导数.

2.3 物理方程

1) 拉压特性方程为

$$N_c = E_c A_c \epsilon_{c,N}, \quad (10)$$

$$N_s = E_s A_s \epsilon_{s,N}. \quad (11)$$

式(10)~(11): E_c, E_s 分别为混凝土和钢材的弹性模量; A_c, A_s 分别为混凝土板和钢梁的截面积; $\epsilon_{c,N}, \epsilon_{s,N}$ 分别为混凝土板和钢梁的轴向应变.

2) 弯曲特性方程为

$$M_c = -E_c I_c y'', \quad (12)$$

$$M_s = -E_s I_s y''. \quad (13)$$

式(12)~(13)中: I_c, I_s 分别为混凝土板和钢梁的截面惯性矩; y'' 为组合梁曲率.

3) 界面特性方程为

$$q = ks. \quad (14)$$

式(14)中: k 为界面刚度.

2.4 几何方程

1) 混凝土板下缘应变($\epsilon_{c,q}$)为

$$\epsilon_{c,q} = \epsilon_{c,N} - h_c y''. \quad (15)$$

2) 钢梁上缘应变($\epsilon_{s,q}$)为

$$\epsilon_{s,q} = \epsilon_{s,N} + h_s y''. \quad (16)$$

3) 结合部滑移应变(s')为

$$s' = \epsilon_{c,q} - \epsilon_{s,q}. \quad (17)$$

2.5 基本变量

由式(1)~(9)可得

$$N_c = -N_s, \quad (18)$$

$$N = 0, \quad (19)$$

$$Q' = -p_c - p_s, \quad (20)$$

$$M' = Q. \quad (21)$$

式(18)~(21)中: Q' 为组合梁全截面剪力的一阶导数; M' 为组合梁全截面弯矩的一阶导数.

设钢混界面连接刚度为零时,组合梁全截面刚度 $EI = E_c I_c + E_s I_s$ (E 为弹性模量; I 为惯性矩),将式(12),(13)代入式(9),可得

$$M = -EI y'' + N_s h_0. \quad (22)$$

设轴向刚度比 $\beta = \sqrt{k/E_c A_c + k/E_s A_s}$,将式(10),(11),(14)~(16)代入式(17),可得

$$N''_s - \beta^2 N_s = kh_0 y''. \quad (23)$$

式(23)中: N''_s 为钢梁截面轴力的二阶导数.

设弯曲刚度比 $\lambda = \sqrt{\beta^2 + kh_0^2/EI}$,联立式(22),(23),可得

$$N''_s - \lambda^2 N_s = -\frac{kh_0}{EI} M. \quad (24)$$

对式(24)两侧求两次导数,可得关于钢梁轴力 N_s 的四阶非齐次常系数微分方程,即

$$N_s^{(4)} - \lambda^2 N''_s = \frac{kh_0}{EI} (p_c + p_s). \quad (25)$$

式(25)中: $N_s^{(4)}$ 为钢梁截面轴力的四阶导数.

式(25)的通解为

$$N_s = -(p_c + p_s) \frac{kh_0}{2\lambda^2 EI} x^2 + C_1 x + C_2 + C_3 \sinh \lambda x + C_4 \cosh \lambda x. \tag{26}$$

式(26)中: $C_1 \sim C_4$ 均为待定常系数.

将式(26)代入式(24),可得

$$M = \frac{\lambda^2 EI}{kh_0} (C_1 x + C_2) + (p_c + p_s) \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{x^2}{2} \right). \tag{27}$$

将式(27)代入式(21),可得

$$Q = \frac{\lambda^2 EI}{kh_0} C_1 - (p_c + p_s) x. \tag{28}$$

将式(26),(27)代入式(22),可得钢梁与混凝土板中和轴的曲率(y'')为

$$y'' = \frac{p_c + p_s \beta^2 x^2 - 2}{\lambda^2 EI} - \frac{\beta^2}{kh_0} (C_1 x + C_2) + \frac{h_0}{EI} (C_3 \sinh \lambda x + C_4 \cosh \lambda x). \tag{29}$$

由式(29)两侧逐次积分,可得钢梁与混凝土板中和轴的转角(y')、挠度(y)分别为

$$y' = \frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \frac{\beta^2 x^3 - 6x}{6} - \frac{\beta^2}{kh_0} \frac{C_1 x^2 + 2C_2 x}{2} + \frac{h_0}{\lambda EI} (C_3 \cosh \lambda x + C_4 \sinh \lambda x) + C_5, \tag{30}$$

$$y = \frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \frac{\beta^2 x^4 - 12x^2}{24} - \frac{\beta^2}{kh_0} \frac{C_1 x^3 + 3C_2 x^2}{6} + \frac{h_0}{\lambda^2 EI} (C_3 \sinh \lambda x + C_4 \cosh \lambda x) + C_5 x + C_6. \tag{31}$$

式(31)中: C_5, C_6 均为待定常系数.

以组合梁的 3 个内力分量(钢梁轴力 N_s 、全截面剪力 Q 和全截面弯矩 M)及 3 个变形分量(曲率 y'' 、转角 y' 和挠度 y)为 6 个基本未知量,通过边界条件求解基本未知量表达式中的 6 个待定常系数.

2.6 边界条件

结合基本变量与边界条件求解待定系数,任意组合梁可能的边界条件有内力边界和变形边界.取简支梁为研究对象,设跨径为 $2L$,跨中为坐标轴零点,其边界条件为混凝土板、钢梁分别承受的均布荷载 p_c, p_s ,两端支点的挠度、曲率和钢梁轴力均为 0,有

$$y|_{x=\pm L} = 0, \tag{32}$$

$$y''|_{x=\pm L} = 0, \tag{33}$$

$$N_s|_{x=\pm L} = 0. \tag{34}$$

将式(26),(29)和(31)代入式(32)~(34),可得

$$\frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \left(\frac{\beta^2 L^4}{24} - \frac{L^2}{2} \right) - \frac{\beta^2}{kh_0} \left(C_1 \frac{L^3}{6} + C_2 \frac{L^2}{2} \right) + \frac{h_0}{\lambda^2 EI} (C_3 \sinh \lambda L + C_4 \cosh \lambda L) + C_5 L + C_6 = 0, \tag{35}$$

$$\begin{aligned} & \frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \left(\frac{\beta^2 L^4}{24} - \frac{L^2}{2} \right) - \frac{\beta^2}{kh_0} \left(-C_1 \frac{L^3}{6} + C_2 \frac{L^2}{2} \right) + \\ & \frac{h_0}{\lambda^2 EI} (-C_3 \sinh \lambda L + C_4 \cosh \lambda L) - C_5 L + C_6 = 0, \end{aligned} \tag{36}$$

$$\frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \left(\frac{\beta^2 L^2}{2} - 1 \right) - \frac{\beta^2}{kh_0} (C_1 L + C_2) + \frac{h_0}{EI} (C_3 \sinh \lambda L + C_4 \cosh \lambda L) = 0, \tag{37}$$

$$\frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \left(\frac{\beta^2 L^2}{2} - 1 \right) - \frac{\beta^2}{kh_0} (-C_1 L + C_2) + \frac{h_0}{EI} (-C_3 \sinh \lambda L + C_4 \cosh \lambda L) = 0, \tag{38}$$

$$-(p_c + p_s) \frac{kh_0}{2\lambda^2 EI} L^2 + C_1 L + C_2 + C_3 \sinh \lambda L + C_4 \cosh \lambda L = 0, \tag{39}$$

$$-(p_c + p_s) \frac{kh_0}{2\lambda^2 EI} L^2 - C_1 L + C_2 - C_3 \sinh \lambda L + C_4 \cosh \lambda L = 0. \tag{40}$$

联立式(35)~(40),可得 $C_1 \sim C_6$ 分别为

$$C_1 = 0, \tag{41}$$

$$C_2 = kh_0 (p_c + p_s) (\lambda^2 L^2 - 2) / (2\lambda^4 EI), \tag{42}$$

$$C_3 = 0, \tag{43}$$

$$C_4 = \frac{kh_0(p_c + p_s)}{\lambda^4 EI \cosh \lambda L}, \quad (44)$$

$$C_5 = 0, \quad (45)$$

$$C_6 = \frac{5\beta^2 L^4 (p_c + p_s)}{24\lambda^2 EI} \left[1 + \frac{12}{5\beta^2 L^2} \left(1 - \frac{2}{\lambda^2 L^2} \right) \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \right]. \quad (46)$$

2.7 内力变形

通过式(41)~(46),可得组合截面、混凝土板、钢梁及结合部的内力分量和变形分量。

1) 全截面轴力、全截面剪力和全截面弯矩分别为

$$N = 0, \quad (47)$$

$$Q = -(p_c + p_s)x, \quad (48)$$

$$M = (p_c + p_s) \frac{L^2 - x^2}{2}. \quad (49)$$

2) 组合梁的曲率、转角、挠度和滑移分别为

$$y'' = \frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \left[\frac{\beta^2}{2} (x^2 - L^2) + \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \left(\frac{\cosh \lambda x}{\cosh \lambda L} - 1 \right) \right], \quad (50)$$

$$y' = \frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \left[\frac{\beta^2 x^3}{6} + \left(\frac{\beta^2}{\lambda^2} - \frac{\beta^2 L^2}{2} - 1 \right) x + \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \frac{\sinh \lambda x}{\lambda \cosh \lambda L} \right], \quad (51)$$

$$y = \frac{p_c + p_s}{\lambda^2 EI} \left\{ \frac{\beta^2 x^4}{24} + \left(\frac{\beta^2}{\lambda^2} - \frac{\beta^2 L^2}{2} - 1 \right) \frac{x^2}{2} + \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \frac{\cosh \lambda x}{\lambda^2 \cosh \lambda L} + \left[\frac{5\beta^2 L^4}{24} \left[1 + \frac{12}{5\beta^2 L^2} \left(1 - \frac{2}{\lambda^2 L^2} \right) \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \right] \right] \right\}, \quad (52)$$

$$s = \frac{h_0 (p_c + p_s)}{\lambda^2 EI} \left(x - \frac{\sinh \lambda x}{\lambda \cosh \lambda L} \right). \quad (53)$$

3) 混凝土板的轴力、剪力和弯矩分别为

$$N_c = -\frac{kh_0 (p_c + p_s)}{\lambda^2 EI} \left[\frac{L^2 - x^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\cosh \lambda x}{\cosh \lambda L} - 1 \right) \right], \quad (54)$$

$$Q_c = -(p_c + p_s) \left[\frac{E_c I_c}{EI} x + \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \left(\frac{E_c I_c}{EI} - \frac{h_c}{h_0} \right) \left(\frac{\sinh \lambda x}{\lambda \cosh \lambda L} - x \right) \right], \quad (55)$$

$$M_c = -\frac{E_c I_c (p_c + p_s)}{\lambda^2 EI} \left[\frac{\beta^2}{2} (x^2 - L^2) + \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \left(\frac{\cosh \lambda x}{\cosh \lambda L} - 1 \right) \right]. \quad (56)$$

4) 钢梁轴力、剪力和弯矩为

$$N_s = \frac{kh_0 (p_c + p_s)}{\lambda^2 EI} \left[\frac{L^2 - x^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\cosh \lambda x}{\cosh \lambda L} - 1 \right) \right], \quad (57)$$

$$Q_s = -(p_c + p_s) \left[\frac{E_s I_s}{EI} x + \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \left(\frac{E_s I_s}{EI} - \frac{h_s}{h_0} \right) \left(\frac{\sinh \lambda x}{\lambda \cosh \lambda L} - x \right) \right], \quad (58)$$

$$M_s = -\frac{E_s I_s (p_c + p_s)}{\lambda^2 EI} \left[\frac{\beta^2}{2} (x^2 - L^2) + \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \left(\frac{\cosh \lambda x}{\cosh \lambda L} - 1 \right) \right]. \quad (59)$$

5) 结合部切向力集度与界面切向力为

$$q = \frac{kh_0 (p_c + p_s)}{\lambda^2 EI} \left(x - \frac{\sinh \lambda x}{\lambda \cosh \lambda L} \right), \quad (60)$$

$$F_s = \frac{1}{n} \int_{x-a/2}^{x+a/2} q dx = \frac{kh_0 (p_c + p_s)}{n\lambda^2 EI} \left[ax - \frac{2 \sinh (\lambda a/2)}{\lambda^2 \cosh \lambda L} \sinh \lambda x \right]. \quad (61)$$

6) 结合部法向力集度与界面法向力为

$$t = \frac{p_c + p_s}{2} \left[\left(\frac{h_c - h_s}{h_0} - \frac{E_c I_c - E_s I_s}{EI} \right) \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \left(\frac{\cosh \lambda x}{\cosh \lambda L} - 1 \right) - \frac{E_c I_c - E_s I_s}{EI} \right] + \frac{p_c - p_s}{2}, \quad (62)$$

$$F_t = \frac{1}{n} \int_{x-a/2}^{x+a/2} t dx = \frac{p_c + p_s}{2n} \left[\left(\frac{h_c - h_s}{h_0} - \frac{E_c I_c - E_s I_s}{EI} \right) \left(1 - \frac{\beta^2}{\lambda^2} \right) \left(\frac{2 \sinh (\lambda a/2)}{\lambda \cosh \lambda L} \cosh \lambda x - a \right) - \frac{E_c I_c - E_s I_s}{EI} a \right] + \frac{p_c - p_s}{2n} a. \quad (63)$$

3 组合梁滑移受力分布规律

依据组合梁滑移受力机理模型的解析解,以跨径为 10 m 的房建结构单跨简支组合梁(图 1)为研究对象,将混凝土板与钢梁的自质量简化为均布荷载,分别作用在各自中和轴上,探讨简支组合梁的变形与滑移规律、横截面内力分布及结合部传力机理。

3.1 变形与滑移规律

通过式(50)~(53)计算混凝土板与钢梁截面的曲率、转角和挠度及钢混结合部的相对滑移。在均布荷载作用下,组合梁的变形与滑移,如图 3 所示。图 3 中: X 为坐标。

由图 3 可知:曲率和挠度近似抛物线分布,曲率和挠度跨中处的最大值为 -0.429 mm^{-1} 和 4.601 mm ;转角和滑移近似双三角形分布,转角和滑移在跨中处达到最小值 0,在两端支点处达到最大绝对值,分别为 $1.448\times 10^{-3}\text{ rad}$, 0.031 mm 。

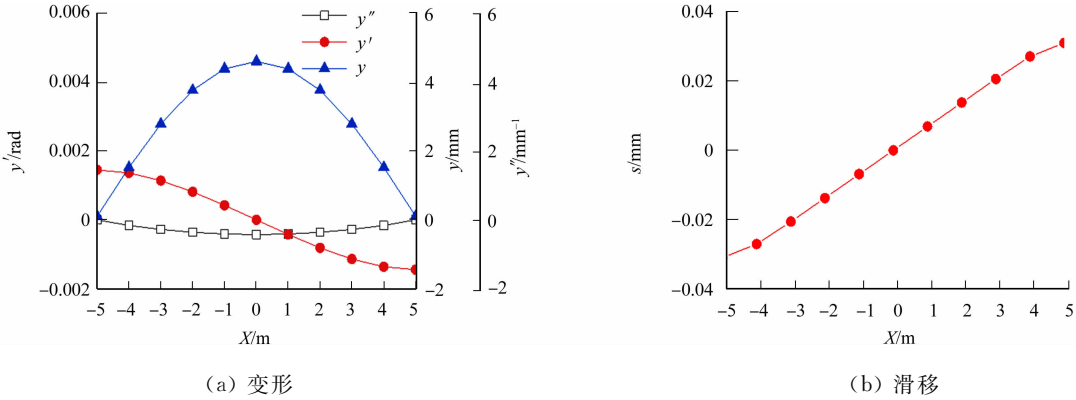


图 3 组合梁的变形与滑移
Fig. 3 Deformation and slip of composite beam

3.2 横截面内力分布

通过式(47)~(49),(54)~(59)计算组合梁全截面、混凝土板截面与钢梁截面各自的轴力、剪力和弯矩。在均布荷载作用下,组合梁的横截面内力分布,如图 4 所示。

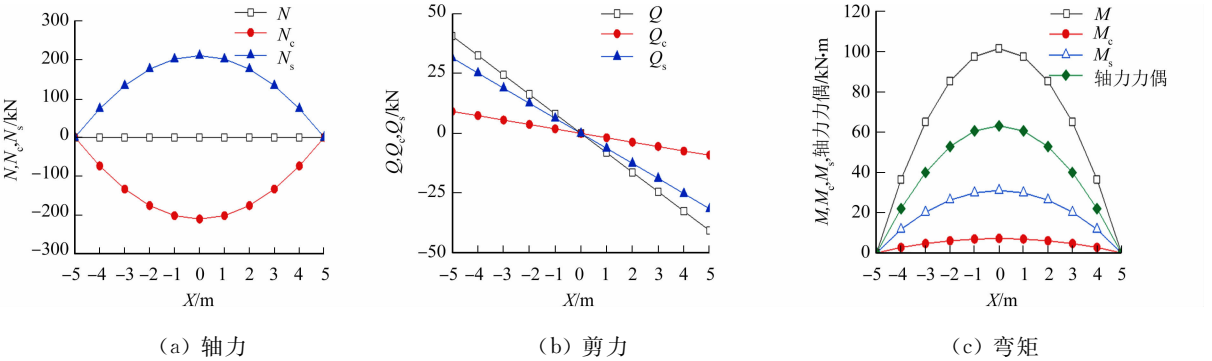


图 4 组合梁的横截面内力分布
Fig. 4 Internal force distribution of composite beam cross section

由图 4(a)可知:混凝土板与钢梁轴力大小相等、上压下拉,形成一对力偶,且轴力分布近似为抛物线,混凝土板与钢梁的轴力在两端支点处达到最小值 0,在跨中处达到最大绝对值 210.9 kN,而组合梁全截面轴力始终为 0。

由图 4(b)可知:混凝土板、钢梁与全截面的剪力分布近似双三角形分布,混凝土板、钢梁与全截面剪力在跨中处达到最小值 0,在两端支点处达到最大绝对值,分别为 9.1,31.6,40.7 kN,三者的剪力分布比例为 22.4%,77.6%和 100%。

由图 4(c)可知:混凝土板、钢梁、轴力力偶与全截面的弯矩近似抛物线分布,在两端支点处达到最小值,在跨中处达到最大绝对值,分别为 7.2,31.2,63.3,101.7 kN·m,四者的弯矩分布比例为 7.1%,30.7%,62.2%和 100%。

3.3 结合部传力机理

通过式(60)~(63)计算结合部的力集度(切向力集度、法向力集度)及界面力(界面切向力、界面法向力). 在均布荷载作用下, 组合梁的结合部传力机理, 如图 5 所示.

由图 5(a)可知: 结合部的切向力集度近似双三角形分布, 在跨中处达到最小值 0, 在两端支点处达到最大绝对值 $77.4\text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$; 法向力集度在跨中处达到最小值 $5.5\text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$, 在两端支点处达到最大值 $5.8\text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$.

由图 5(b)可知: 将连接件间距范围内的切向力集度与法向力集度积分, 得到焊钉连接件的界面切向力和界面法向力, 其分布规律与力集度近似, 界面切向力和界面法向力的最大绝对值均出现在两端支点处, 分别为 $7.7, 0.6\text{ kN}$.

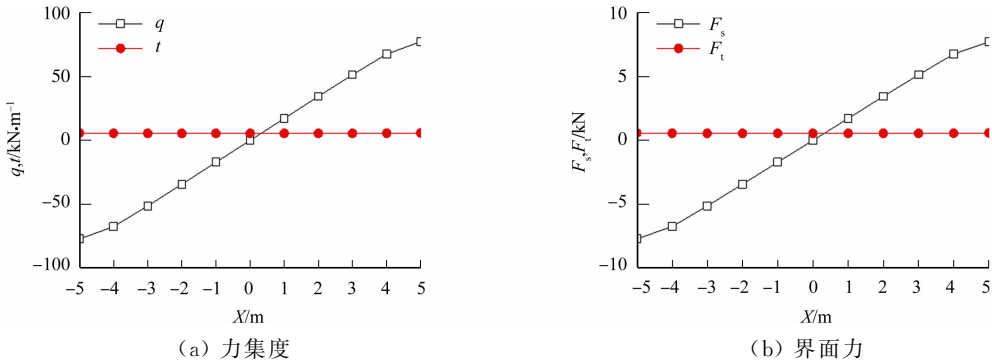


图 5 组合梁的结合部传力机理

Fig. 5 Load transfer mechanism of joint of composite beam

4 组合梁滑移受力参数的影响

4.1 组合梁截面尺度的影响

以房建结构、桥梁结构的组合梁为研究对象, 分析截面尺度对组合梁受力机理的影响, 如表 2 所示. 表 2 中: $y/2L$ 为挠跨比; δ 为桥梁结构与房建结构内力/变形分量(该数据取最大值)的比值.

表 2 组合梁截面尺度的影响

Tab. 2 Influence of sectional dimension of composite beam

组合梁受力机理	内力/变形分量	房建结构	桥梁结构	δ
变形与滑移规律	y''/mm^{-1}	0.429	0.180	0.42
	$y'/\times 10^{-3}\text{ rad}$	1.448	1.804	1.25
	y'/mm	4.601	17.025	3.70
	$y/2L/\times 10^{-4}$	4.601	5.675	1.23
	s/mm	0.031	0.049	1.58
横截面内力分布	N/kN	0	0	—
	N_c/kN	210.9	1 340.3	6.36
	N_s/kN	210.9	1 340.3	6.36
	Q/kN	40.7	307.9	7.57
	Q_c/kN	9.1	20.7	2.27
	Q_s/kN	31.6	287.2	9.09
	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	101.7	2 308.9	22.70
	$M_c/\text{kN}\cdot\text{m}$	7.2	14.3	1.99
	$M_s/\text{kN}\cdot\text{m}$	31.2	921.6	29.54
结合部传力机理	轴力力偶/ $\text{kN}\cdot\text{m}$	63.3	1 373.0	21.69
	$q/\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$	77.4	168.9	2.18
	$t/\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$	5.8	15.9	2.74
	F_s/kN	7.7	16.9	2.19
	F_t/kN	0.6	1.6	2.67

桥梁与房建组合梁的跨径比为 3. 由表 2 可知: 桥梁结构和房建结构的曲率比约为跨径比的 1/7, 转角、挠跨比和界面滑移的比值与跨径比接近; 桥梁结构和房建结构的轴力比约为跨径比的 2 倍, 剪力比为跨径比的 1~3 倍, 弯矩比约为跨径比的 1~9 倍; 桥梁结构和房建结构的结合部切向力集度比、法向力集度比、界面切向力比、界面法向力比均与跨径比相近.

由表 2 数据经计算可知: 房建结构和桥梁结构的简支组合梁在自质量荷载作用下的受力机理相近, 其变形与滑移、横截面内力及结合部传力值与跨径比相关; 差异较为明显的是在房建组合梁中, 混凝土板承担截面剪力比、弯矩比分别为 22.4%, 7.1%, 而在桥梁组合梁中, 混凝土板承担截面剪力比、弯矩比分别为 6.7%, 0.6%, 这表明了混凝土板的截面抗剪和抗弯作用在房建组合梁中较为显著, 而在桥梁组合梁中则相对较小.

4.2 结合部界面刚度的影响

由式(47)~(63)可知: 结合部刚度对组合梁受力机理的影响体现在界面刚度 k 、轴向刚度比 β 和弯曲刚度比 λ 等 3 个参数中, 且 β, λ 随 k 的变化而变化. 以跨径为 10 m 的房建结构单跨简支组合梁为研究对象, 根据结合部连接件的实际布置空间, 以初始界面刚度为参照, 设界面刚度 k 在初始界面刚度的 1/20~20 倍之间变化, 分析结合部界面刚度对组合梁受力机理的影响.

设界面刚度比 γ 为界面刚度与初始界面刚度的比值, γ 在 1/20~20 变化. 界面刚度对变形、滑移的影响, 如图 6 所示.

由图 6 可知: 随着界面刚度比的增加, 简支组合梁的曲率、转角、挠度和界面滑移均趋于减小; 当界面刚度比为 1/20~1 时, 曲率、转角、挠度和滑移随界面刚度比的增加而快速减小, 曲率、转角和挠度的减幅为 50%~75%, 而滑移减小至 1/8; 当界面刚度比为 1~20 时, 曲率、转角、挠度和滑移继续随之减小但趋于平缓, 曲率、转角和挠度的最大减幅为 6%, 而滑移则减小至 0.

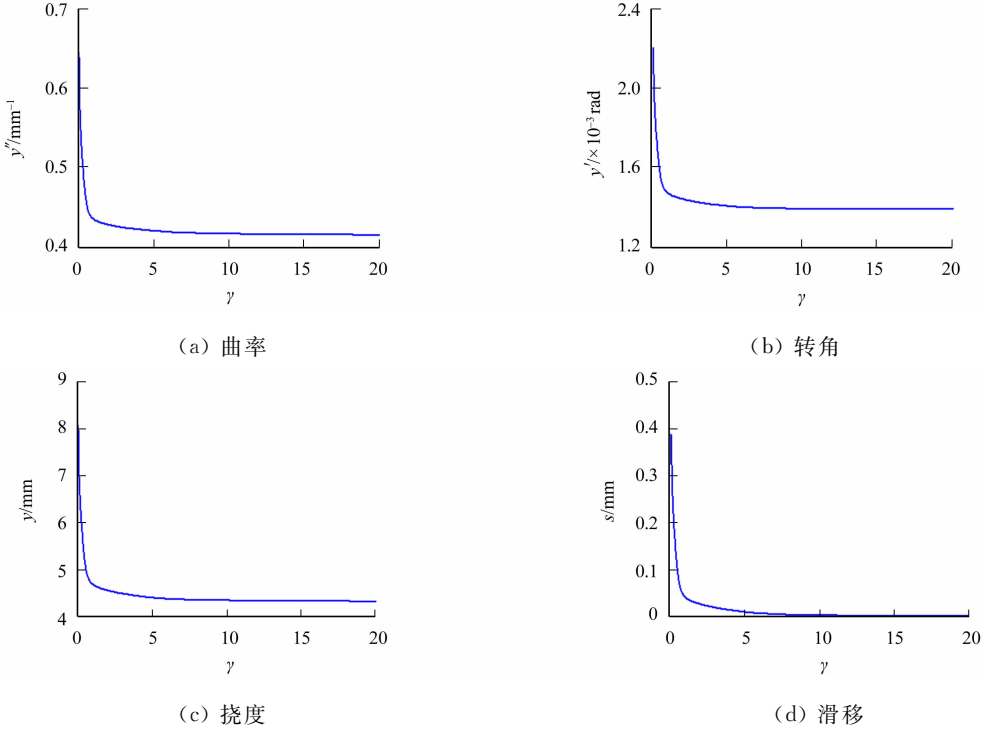


图 6 界面刚度对变形、滑移的影响

Fig. 6 Influence of interface stiffness on deformation and slip

界面刚度对截面轴力的影响, 如图 7 所示.

由图 7 可知: 随着界面刚度比的增加, 混凝土板和钢梁的轴力同步趋于增大; 相较于初始界面刚度的轴力, 当界面刚度比为 1/20~1 时, 混凝土板和钢梁的轴力比明显增大; 当界面刚度比为 1~20 时, 混凝土板和钢梁的轴力比继续增大但趋于平缓, 最大增幅为 2%.

界面刚度对截面剪力的影响, 如图 8 所示.

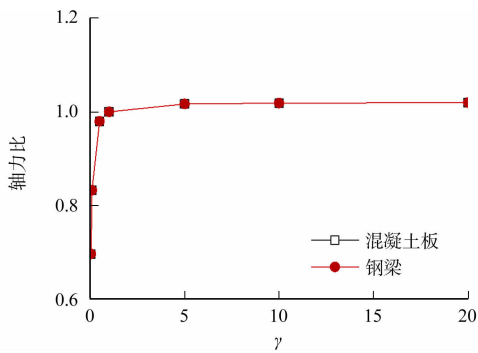


图 7 界面刚度对截面轴力的影响
Fig. 7 Influence of interface stiffness
on section axial force

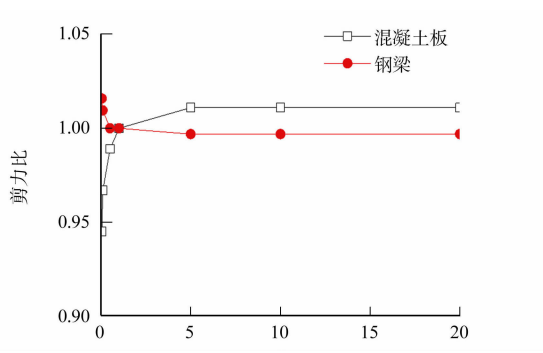


图 8 界面刚度对截面剪力的影响
Fig. 8 Influence of interface stiffness
on section shear force

由图 8 可知:随着界面刚度比的增加,混凝土板的剪力增大、钢梁的剪力减小;相较于初始界面刚度的剪力,当界面刚度比为 $1/20 \sim 1$ 时,混凝土板的剪力比由 0.95 增大至 1.00,钢梁的剪力比由 1.02 减小至 1.00;当界面刚度比为 $1 \sim 20$ 时,混凝土板和钢梁的剪力比均趋于平缓,变化幅度不超过 1%。

界面刚度对截面弯矩的影响,如图 9 所示。

由图 9 可知:随着界面刚度比的增加,混凝土板、钢梁的截面弯矩均趋于减小,而轴力力偶则趋于增大;相较于初始界面刚度的弯矩,当界面的刚度比为 $1/20 \sim 1$ 时,混凝土板、钢梁的弯矩比由 1.51 减小至 1.00,轴力力偶则由 0.7 增大至 1.0;当界面的刚度比为 $1 \sim 20$ 时,轴力力偶、混凝土板、钢梁弯矩比均趋于平缓,变化幅度不超过 3%。

界面刚度对传力机理的影响,如图 10 所示。

由图 10 可知:随着界面刚度比的增加,结合部切向力集度与界面切向力均趋于增大,而法向力集度与界面法向力则基本不变;相较于初始界面刚度的力集度与界面力,当界面刚度比为 $1/20 \sim 1$ 时,切向力集度和界面切向力的比值由 0.62 增大至 1.0;当界面刚度比为 $1 \sim 20$ 时,切向力集度和界面切向力继续增大但趋于平稳,其比值由 1.0 增大至 1.09。

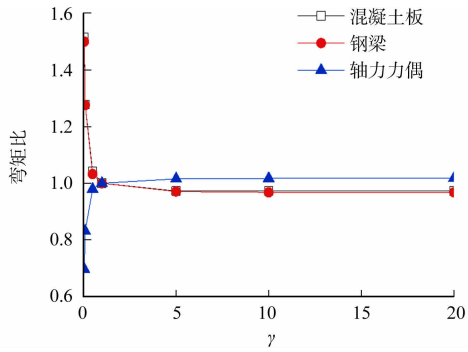
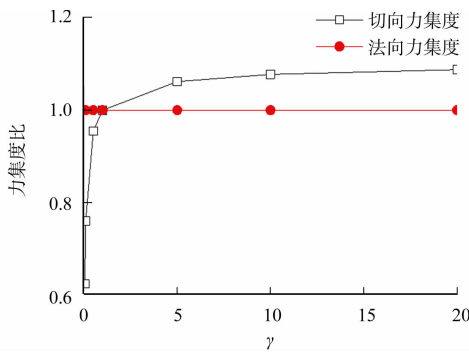
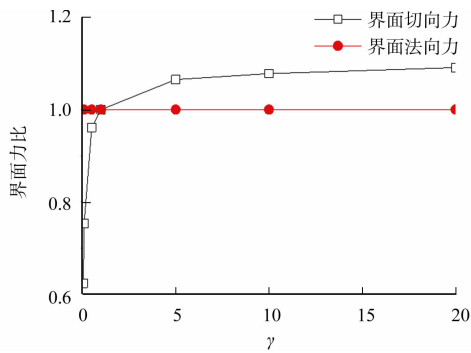


图 9 界面刚度对截面弯矩的影响
Fig. 9 Influence of interface stiffness
on section bending moment



(a) 力集度



(b) 界面力

图 10 界面刚度对传力机理的影响

Fig. 10 Influence of interface stiffness on load transfer mechanism

4.3 均布荷载加载面的影响

通常假设均布荷载作用在混凝土板顶面,并由组合梁截面共同承担.在组合梁滑移受力机理模型中,区分了混凝土板、钢梁承受的均布荷载,分别为 p_c 、 p_s 。

由解析计算式(47)~(61)可知:组合梁曲率、转角、挠度和滑移等变形分量,截面轴力、剪力和弯矩等内力分量,以及结合部切向力集度和界面切向力,包含的荷载项均为 $p_c + p_s$,表明这些分量不受均布

荷载加载面变化的影响,在分析中可以将 p_c 和 p_s 合并计算.由式(62)~(63)可知:结合部法向力集度 t 与界面法向力 F_i 的计算式中同时包含 $p_c + p_s$ 和 $p_c - p_s$ 的荷载项,仅在 p_c 与 p_s 相等时不受均布荷载加载面变化的影响.

以跨径为 10 m 的房建结构单跨简支组合梁为研究对象,比较均布荷载全部作用于混凝土板、全部作用于钢梁和按构件自质量分布 3 种加载情况下,均布荷载加载面对简支组合梁受力机理的影响.

荷载加载面对传力机理的影响,如图 11 所示.

由图 11 可知:3 种加载情况下的结合部法向力集度和界面法向力均呈马鞍形分布;均布荷载按构件自质量分布加载时,法向力集度和界面法向力均为正值,说明此时界面承压,且法向力集度和界面法向力在两端支点处取得最大值 $5.8\text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$ 和 0.58 kN ;当均布荷载作用于混凝土板时,界面保持承压,且最大法向力集度和界面法向力增加至 $6.6\text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$, 0.66 kN ,增幅为 14%;当均布荷载作用于钢梁时,法向力集度和界面法向力转为负值,说明此时界面承拉,法向力集度和界面法向力在跨中处取得最大值,分别为 $-1.9\text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$, -0.19 kN ,比按构件自质量分布减小了 67%.

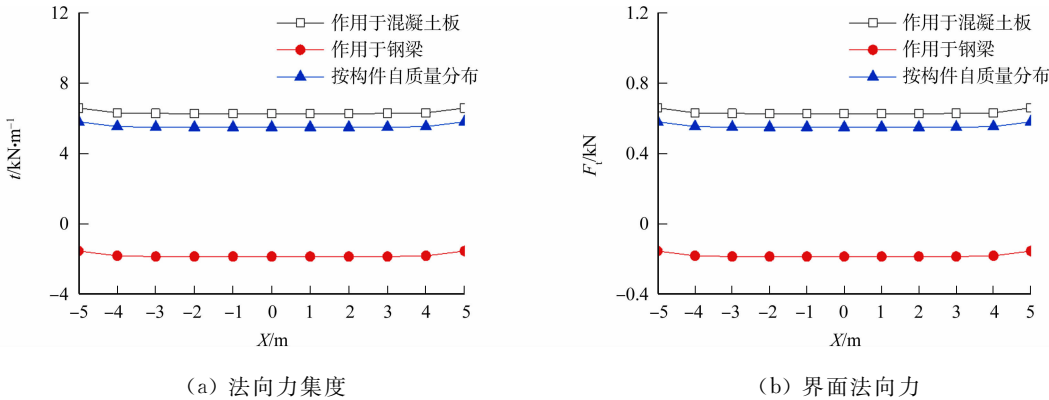


图 11 荷载加载面对传力机理的影响
Fig. 11 Influence of loading surface on load transfer mechanism

5 结论

1) 考虑组合截面弯曲和界面滑移的耦合变形,建立组合梁滑移受力机理模型,以单跨简支组合梁为研究对象进行计算,得到曲率和挠度近似抛物线分布且跨中处取得最大值,转角和滑移接近双三角形分布,跨中处取得最小值,两端支点处取得最大绝对值.

2) 组合梁的混凝土板、钢梁轴力形成一对力偶,且轴力分布近似为抛物线;混凝土板、钢梁与全截面剪力分布近似双三角形分布,跨中处取得最小值,两端支点处取得最大绝对值;混凝土板、钢梁、轴力力偶与全截面弯矩近似抛物线分布,两端支点处取得最小值,跨中处取得最大绝对值.

3) 钢梁与混凝土板结合部的切向力集度近似双三角形分布,跨中处取得最小值而两端支点处取得最大绝对值;单根连接件的界面切向力、法向力的分布规律与力集度近似,跨中处取得最小值,两端支点处取得最大绝对值.

4) 在均布荷载作用下,房建结构和桥梁结构简支组合梁的受力机理相近,内力和变形与跨径比相关.混凝土板在房建组合梁中承担截面剪力比、弯矩比分别为 22.4%,7.1%,抗剪和抗弯作用较明显;混凝土板在桥梁组合梁中承担截面剪力比、弯矩比分别为 6.7%,0.6%,抗剪和抗弯作用可忽略.

5) 随着界面刚度比的增加,简支组合梁的曲率、转角、挠度和界面滑移均趋于减小;混凝土板和钢梁的轴力同步增大;混凝土板的剪力增大、钢梁剪力减小;混凝土板、钢梁的弯矩减小,而轴力力偶增大;结合部切向力集度与界面切向力增大,而法向力集度与界面法向力基本不变.

6) 组合梁曲率、转角、挠度、滑移等变形分量,截面轴力、剪力和弯矩等内力分量,以及钢混界面切向力不受均布荷载加载面的影响.相较于按构件自质量分配荷载,均布荷载全部作用于混凝土板时,钢混界面压力增大,均布荷载全部作用于钢梁时,钢混界面受拉,应注意验算界面抗拉拔性能.

参考文献:

- [1] BRADFORD M A, GILBERT R I. Composite beams with partial interaction under sustained loads[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1992, 118(7): 1871-1883. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:7(1871).
- [2] OVEN V A, BURGESS I W, PLANK R J, *et al.* An analytical model for the analysis of composite beams with partial interaction[J]. *Computers and Structures*, 1997, 62(3): 493-504. DOI: 10.1016/S0045-7949(97)80001-2.
- [3] FABBROCINO G, MANFREDI G, COSENZA E. Non-linear analysis of composite beams under positive bending [J]. *Computers and Structures*, 1999, 70(1): 77-89. DOI: 10.1016/S0045-7949(98)00173-4.
- [4] WU Yufei, OEHLERS D J, GRIFFITH M C. Partial-interaction analysis of composite beam/column members[J]. *Mechanics of Structures and Machines*, 2007, 30(3): 309-332. DOI: 10.1081/SME-120004420.
- [5] GIRHAMMARA U A, PAN D H, GUSTAFSSON A. Exact dynamic analysis of composite beams with partial interaction[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2009, 51(8): 565-582. DOI: 10.1016/j.ijmecsci. 2009. 06. 004.
- [6] RANZI G, DALL'ASTA A, RAGNI L, *et al.* A geometric nonlinear model for composite beams with partial interaction[J]. *Engineering Structures*, 2010, 32(5): 1384-1396. DOI: 10.1016/j. engstruct. 2010. 01. 017.
- [7] 邹杨, 周志祥, 唐亮. 考虑滑移效应组合梁弯曲应力和界面剪力分析[J]. *工程力学*, 2013, 30(11): 173-179. DOI: 10.6052/j. issn. 1000-4750. 2012. 07. 0528.
- [8] 周勇超, 李常乐, 孙铁军, 等. 钢-混凝土组合梁界面滑移与剪力滞耦合效应分析[J]. *建筑科学与工程学报*, 2013, 30(2): 114-120. DOI: 10.3969/j. issn. 1673-2049. 2013. 02. 018.
- [9] 杨晓, 张敏, 刘慧. 考虑粘结层滑移效应的简支组合梁弯曲[J]. *上海大学学报(自然科学版)*, 2013, 19(5): 501-507. DOI: 10.3969/j. issn. 1007-2861. 2013. 05. 012.
- [10] 胡少伟, 喻江, 张文敬. 集中荷载作用下宽翼缘双箱组合梁剪滞效应分析[J]. *工程力学*, 2015, 32(5): 120-130. DOI: 10.6052/j. issn. 1000-4750. 2013. 11. 1078.
- [11] 张书兵, 王景全, 李明, 等. 考虑界面滑移效应的组合梁自振频率计算的修正折减刚度法[J]. *土木工程学报*, 2015, 48(12): 41-49. DOI: 10.15951/j. tmgcxb. 2015. 12. 008.
- [12] 李玉顺, 张家亮, 童科挺, 等. 钢-竹组合工字形梁界面滑移及变形分析[J]. *工程力学*, 2018, 35(7): 150-166. DOI: 10.6052/j. issn. 1000-4750. 2017. 03. 0215.
- [13] 张永平, 徐荣桥. 考虑层间滑移的多层组合梁挠度计算[J]. *工程力学*, 2018, 35(增刊 1): 22-26. DOI: 10.6052/j. issn. 1000-4750. 2017. 06. S031.
- [14] 樊建生, 王哲, 杨松, 等. 钢-超高性能混凝土组合箱梁弹性弯曲性能试验研究及解析解[J]. *工程力学*, 2020, 37(11): 36-46. DOI: 10.6052/j. issn. 1000-4750. 2019. 11. 0700.
- [15] 王花平. 考虑滑移效应的组合梁界面作用机理及形变特征[J]. *土木工程学报*, 2021, 54(12): 41-52. DOI: 10.15951/j. tmgcxb. 2021. 12. 009.

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 方德平)