

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.202204029



固定时间扩张状态观测器下的 四旋翼飞行器滑模控制策略

张昭琪, 李平

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 针对滑模控制中系统状态接近滑模面后存在的抖颤现象,提出一种基于固定时间扩张状态观测器 (FTESO) 的二阶滑模控制策略. 首先,设计全驱动子系统及欠驱动子系统的控制结构中的二阶滑模控制器; 然后,通过 FTESO 对内部的参数不确定及外部扰动进行观测,在一定时间上限内收敛到观测值,利用观测值对控制器进行补偿,从而减少甚至消除抖颤现象;最后,通过李亚普诺夫函数保证设计的四旋翼飞行器系统的闭环稳定性,并进行仿真实验. 结果表明:文中提出的控制策略具有优越性.

关键词: 四旋翼飞行器; 滑模控制; 固定时间扩张状态观测器; 轨迹跟踪

中图分类号: V 249.122; TP 273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5013(2023)01-0012-09

Sliding-Mode Control Strategy of Quadrotor With Fixed-Time Extended State Observer

ZHANG Zhaoqi, LI Ping

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: Aiming at the chattering phenomenon after the system approaching the sliding-mode hyperplane in sliding-mode control, a second order sliding mode control strategy base on fixed-time extended state observer (FTESO) is proposed. Firstly, the second order sliding-mode controller is designed in the control structure of fully-actuated subsystem and under-actuated subsystem. Then, the internal parameter uncertainties and external disturbances are observed by FTESO, which converge to the observed values within a certain time limit, the observed values are used to compensate the controller, so as to reduce or even eliminate the chattering phenomenon. Finally, the closed-loop stability of the designed quadrotor system is guaranteed through Lyapunov function, and simulation experiments are carried out. The results show that the proposed control strategy in this paper has advantages.

Keywords: quadrotor; sliding-mode control; fixed-time extended state observer; tracking trajectory

近年来,被广泛应用于众多领域的无人机(飞行器)受到了工业界和学术界的关注^[1]. 无人机按照需求分为消费级无人机及工业级无人机. 其中,工业级无人机主要应用于较为复杂的环境中,如运送货物、环境保护、事故检测等. 相较于传统飞行器,四旋翼飞行器具有结构简单、灵活性强、携带方便等优点^[2-5],但四旋翼飞行器是一个强耦合、非线性的欠驱动系统,导致其轨迹跟踪问题面临诸多挑战. 因此,如何实现工业四旋翼飞行器稳定、快速地跟踪期望轨迹成为一个热门的研究课题.

收稿日期: 2022-04-29

通信作者: 李平(1981-),女,副教授,博士,主要从事鲁棒控制及非线性系统的研究. E-mail: pingping_1213@163.com.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61403149);福建省自然科学基金资助项目(2019J01053)

滑模控制(SMC)作为一类非线性控制,具有快速相应、对应参数变化及扰动不敏感、物理实现简单等特点。目前,研究人员已提出许多扩展滑模控制的方法,并应用于四旋翼飞行器的控制器设计中^[6-11]。文献[6]提出一种用于稳定四旋翼飞行器姿态的鲁棒二阶滑模控制器,可以克服经典滑模控制中的抖颤现象,并保留滑模的不变性。文献[7]提出一种稳定一类串级控制系统的滑模控制方法。此外,为说明滑模控制的鲁棒性,四旋翼飞行器在飞行过程中,风扰被视为一种特定的扰动因素^[12]。文献[13]提出二阶滑模控制,以改善四旋翼飞行器存在模型不确定性时的系统性能。然而,上述方法未对滑模面参数选择进行进一步的研究。为避免有限时间控制在整定时间上的缺陷,文献[14-16]提出有限时间观测器和固定时间观测器,以及在不同被控对象上与控制算法结合的控制策略。文献[17]将超级扭转算法与积分滑模控制相结合,解决喷气式飞行器的预分配时间和跟踪控制问题。文献[18]提出与模糊学习结合的固定时间控制方案,以保证足够快的收敛时间及零跟踪误差。然而,上述方法需构造复杂的李雅普诺夫(Lyapunov)函数以保证跟踪结果。基于此,本文采用固定时间扩张状态观测器的二阶滑模控制(FTESO-2-SMC)策略,设计四旋翼飞行器系统的控制及扰动补偿的方案。

1 四旋翼飞行器模型

四旋翼飞行器结构模型,如图 1 所示。图 1 中: $F_1 \sim F_4$ 分别为 4 个电机的升力; $\omega_1 \sim \omega_4$ 分别为 4 个螺旋桨的转子角速度; $[x, y, z]$ 为地球固连坐标系; O 为地球固连坐标系的原点; $[x_B, y_B, z_B]$ 为机体坐标系; O_B 为机体坐标系的原点; φ, θ, ψ 分别为四旋翼飞行器的滚转角、俯仰角和偏航角; g 为重力加速度; m 为四旋翼飞行器的质量。

4 个螺旋桨作为直接动力源,2 根硬杆垂直交叉于中心,旋翼对称分布于 4 个机臂末端。动力学模型由地球固连坐标系建立的位置模型和机体坐标系建立的姿态模型组成。通过欧拉角建立的四旋翼飞行器动力学模型基于以下 3 个假设^[19-20]。1) 四旋翼被视为 1 个刚体,且结构对称。2) 四旋翼的几何中心与重心重合。3) 在四旋翼飞行器的飞行过程中,系统受到的扰动是有界的,各输出受到的扰动 $d_b \leq D, b=1, 2, \dots, 6, D$ 为扰动的上界。

基于上述假设,可得动力学模型为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{u_1}{m} (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi) - \frac{k_1}{m} u_1 + d_1, \\ \ddot{y} &= \frac{u_1}{m} (\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi) - \frac{k_2}{m} u_1 + d_2, \\ \ddot{z} &= \frac{u_1}{m} (\cos \varphi \cos \theta) - \frac{k_3}{m} u_1 - g + d_3, \\ \ddot{\varphi} &= \dot{\varphi} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} + J_r \dot{\omega}_r + \frac{l}{I_x} u_2 - \frac{k_4 l}{I_x} \dot{\varphi} + d_4, \\ \ddot{\theta} &= \dot{\varphi} \dot{\psi} \frac{I_z - I_x}{I_y} - J_r \dot{\varphi} \omega_r + \frac{l}{I_y} u_3 - \frac{k_5 l}{I_y} \dot{\theta} + d_5, \\ \ddot{\psi} &= \dot{\varphi} \dot{\psi} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{u_4}{I_z} - \frac{k_6}{I_z} u_4 + d_6. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中: $u_1 \sim u_4$ 为四旋翼飞行器各控制输入量(控制律); I_x, I_y, I_z 分别为四旋翼飞行器绕机体坐标系的转动惯量; l 为螺旋桨到四旋翼飞行器中心的距离; $k_1 \sim k_6$ 为气动摩擦系数; J_r 为螺旋桨的转动惯量; ω_r 为螺旋桨整体的角速度, $\omega_r = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4$ 。

在控制策略中,需要考虑内部参数不匹配及外部扰动对系统的影响。由于四旋翼飞行器的欠驱动特性,滚转角和俯仰角的期望值 φ_d, θ_d 需要根据期望轨迹进行姿态解算得到。令 $u_x = u_1 (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)$, $u_y = u_1 (\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi)$, $u_z = u_1 \cos \varphi \cos \theta$, 则 φ_d, θ_d 分别为

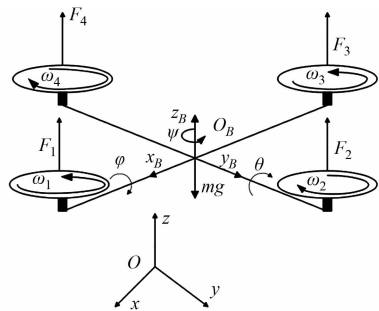


图 1 四旋翼飞行器结构模型

Fig. 1 Structure model of quadrotor

$$\left. \begin{aligned} \varphi_d &= \arctan\left(\frac{\cos \theta_d (u_x \sin \psi_d - u_y \cos \psi_d)}{u_z}\right), \\ \theta_d &= \arctan\left(\frac{u_x \cos \psi_d + u_y \sin \psi_d}{u_z}\right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(2)中: φ_d 为偏航角的期望值.

2 四旋翼飞行器控制策略设计

通过四旋翼飞行器的 6 个状态量及控制输入量的信息建立固定时间扩张状态观测器的二阶滑模控制策略. 在控制结构中, 采用二阶滑模控制器来保证状态变量在有限时间内收敛, 同时采用固定时间扩张状态观测器(FTESO)来估计四旋翼飞行器的位置、姿态及相应的扰动. 四旋翼飞行器控制结构图, 如图 2 所示. 图 2 中: x_d, y_d, z_d 为 x, y, z 的期望值.

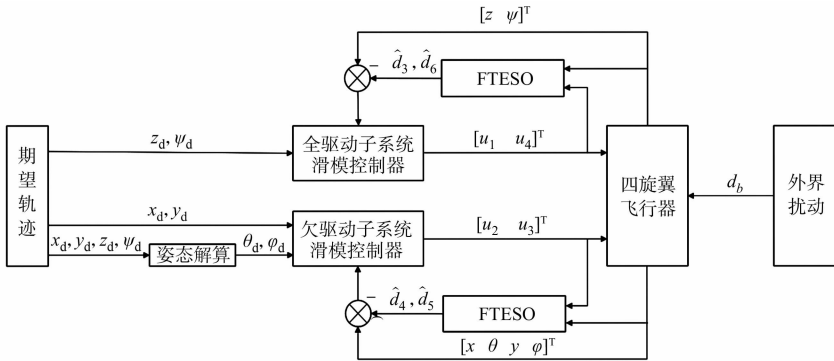


图 2 四旋翼飞行器控制结构图

Fig. 2 Control structure diagram of quadrotor

根据系统状态将系统分为全驱动子系统和欠驱动子系统, 分别采用二阶滑模控制器来保证状态变量在有限时间内收敛. 利用固定时间扩张状态观测器在时间上限内观测到扰动项的特点, 到达时间上限后, 将趋近律中的符号项取消, 从而保证系统状态收敛的同时减少扰动.

2.1 固定时间扩张状态观测器的设计

相较于传统扩张状态观测器, 固定时间扩张状态观测器允许状态在固定时间内从任意初始位置收敛至真实值. 固定时间扩张状态观测器的设计以 x 轴为例进行说明, 有

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_p &= \hat{x}_v + \lambda_1 \tau(t) [x_p - \hat{x}_p]^{\frac{2}{3}} + \kappa_1 (1 - \tau(t)) [x_p - \hat{x}_p]^{\frac{3+\delta}{3}}, \\ \dot{\hat{x}}_v &= \hat{\sigma}_v + \ddot{x} + \lambda_2 \tau(t) [x_p - \hat{x}_p]^{\frac{2}{3}} + \kappa_2 (1 - \tau(t)) [x_p - \hat{x}_p]^{\frac{3+\delta}{3}}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_v &= \lambda_3 \tau(t) \operatorname{sgn}(x_p - \hat{x}_p) + \kappa_3 (1 - \tau(t)) [x_p - \hat{x}_p]^{1+\delta}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)中: $\lambda_1 \sim \lambda_3$ 为观测残差增益; $\kappa_1 \sim \kappa_3$ 为观测误差增益; $\tau(t)$ 为切换多项式函数; δ 为观测误差多项式的幂次项; x_p, x_v 分别为 x 的位置实际值和速度实际值; \hat{x}_p, \hat{x}_v 分别为 x_p, x_v 的观测值; σ_v 为系统内部参数不匹配和外部扰动总和的扰动值.

注 1 式(3)中函数 $[\cdot]^h$ 代表 $|\cdot|^h \operatorname{sgn}(\cdot)$, 其中, 自变量为实数, $h > 0$.

引理 1 固定时间扩张状态观测器的参数如下.

1) $\lambda_1 = 2L^{\frac{1}{3}}, \lambda_2 = 1.5L^{\frac{1}{3}}, \lambda_3 = 1.1L$, L 为增益系数. 2) $\delta > 0$, 且 δ 的选取尽可能的小, 基于赫尔维茨(Hurwitz)判据 $\kappa_1 \sim \kappa_3$ 的选取. 3) $\tau(t) = \begin{cases} 0, & t \leq T_u, \\ 1, & \text{其他}, \end{cases}$ T_u 为正常数.

根据式(3)、引理 1 及文献[21]可以得到任意的初始观测误差在时间上限内收敛至零的数学推导. 因此, 观测误差将在固定的时间上限内收敛到零, 且收敛时间与初始观测误差无关. 与现有的线性扩张状态观测器(ESO)相比, FTESO 采用两个多项式分量, 即阶数小于 1 的多项式分量和阶数大于 1 的多项式分量, 故 FTESO 的固定时间收敛特性是基于两个多项式分量及 T_u . 当时间 $t < T_u$, 即 $\tau(t) = 0$, 可

以得到阶数大于 1 的多项式分量, 这些分量保证了系统状态从脱离平衡点的位置快速向平衡点收敛. 当 $t \geq T_u$, 即 $\tau(t) = 1$, 观测误差存在残差, 即观测误差小于 1 时, 将控制律从阶数大于 1 的多项式分量转换到阶数小于 1 的分量, 以保证观测误差的有限时间稳定, 且可以最大限度地发挥不同幂次的多项式在快速收敛上的优势.

2.2 二阶滑模控制器的设计

二阶滑模控制结构图, 如图 3 所示.

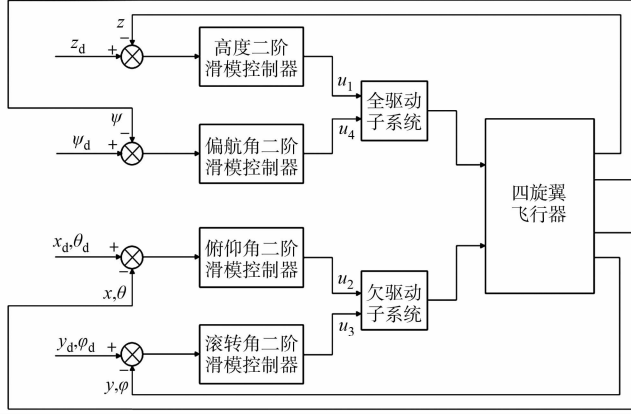


图 3 二阶滑模控制结构图

Fig. 3 Structure diagram of second order sliding-mode control

根据四旋翼飞行器的动力学模型, 将系统划分为全驱动子系统及欠驱动子系统. 全驱动子系统是由状态变量 $[z_d \ \psi_d]^T$ 组成的高度和偏航角的双通道子系统. 欠驱动子系统是由状态变量 $[x_d, \theta_d, y_d, \phi_d]^T$ 组成的俯仰角和滚转角的双通道子系统.

全驱动子系统的滑模面 S_1, S_2 分别为

$$S_1 = C_1(z_d - z) + (\dot{z}_d - \dot{z}), \quad (4)$$

$$S_2 = C_2(\psi_d - \psi) + (\dot{\psi}_d - \dot{\psi}). \quad (5)$$

式(4)~(5)中: C_1, C_2 为滑膜面系数, $C_1, C_2 > 0$.

全驱动子系统的趋近律 \dot{S}_1, \dot{S}_2 分别为

$$\dot{S}_1 = -\epsilon_1 \operatorname{sgn}(S_1) - \gamma_1 S_1, \quad \dot{S}_2 = -\epsilon_2 \operatorname{sgn}(S_2) - \gamma_2 S_2, \quad (6)$$

式(6)中: 趋近律参数 $\epsilon_1, \epsilon_2, \gamma_1, \gamma_2$ 均大于 0.

对滑模面进行求导, 并根据相应的趋近律, 可得全驱动子系统的控制律为

$$u_1 = m \frac{C_1(\dot{z}_d - \dot{z}) + \ddot{z}_d + g + \epsilon_1 \operatorname{sgn}(S_1) + \gamma_1 S_1}{\cos \varphi \cos \theta}, \quad (7)$$

$$u_4 = \frac{I_z}{C} [C_2(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + \ddot{\psi}_d + \epsilon_2 \operatorname{sgn}(S_2) + \gamma_2 S_2]. \quad (8)$$

式(8)中: C 为比例系数.

欠驱动子系统的滑模面 S_3, S_4 分别为

$$S_3 = C_3(x_d - x) + C_4(\dot{x}_d - \dot{x}) + C_5(\theta_d - \theta) + C_6(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}), \quad (9)$$

$$S_4 = C_7(y_d - y) + C_8(\dot{y}_d - \dot{y}) + C_9(\varphi_d - \varphi) + C_{10}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}). \quad (10)$$

式(9)~(10)中: $C_3 \sim C_{10}$ 均为滑模面系数.

欠驱动子系统的趋近律 \dot{S}_3, \dot{S}_4 分别为

$$\dot{S}_3 = -\epsilon_3 \operatorname{sgn}(S_3) - \gamma_3 S_3, \quad \dot{S}_4 = -\epsilon_4 \operatorname{sgn}(S_4) - \gamma_4 S_4. \quad (11)$$

对欠驱动子系统的滑模面进行求导, 并根据相应的控制律, 可得欠驱动子系统的控制律为

$$u_2 = \frac{I_x}{l} \left[\frac{C_3}{C_5}(\dot{x}_d - \dot{x}) + \frac{C_4}{C_5}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) \frac{C_3}{C_5}(\dot{x}_d - \dot{x}) + \frac{C_4}{C_5}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \frac{1}{C_5}(\epsilon_3 \operatorname{sgn}(S_3) + \gamma_3 S_3) \right], \quad (12)$$

$$u_3 = \frac{I_y}{l} \left[\frac{C_7}{C_9} (\dot{y}_d - \dot{y}) + \frac{C_8}{C_9} (\ddot{y}_d - \ddot{y}) \frac{C_7}{C_9} (\dot{y}_d - \dot{y}) + \frac{C_8}{C_9} (\ddot{y}_d - \ddot{y}) + \frac{1}{C_9} (\epsilon_4 \operatorname{sgn}(S_4) + \gamma_4 S_4) \right]. \quad (13)$$

2.3 FTESO-2-SMC 策略的稳定性分析

FTESO 主要用于四旋翼存在内部参数不确定及外部扰动的环境中,以保证系统状态的快速收敛,并消除控制输入的抖颤问题. FTESO-2-SMC 策略分为 3 个部分:1) 当 t 为 $[0, T_1]$,主要利用趋近律中的 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 函数保证系统状态收敛至滑模面;2) 当 t 为 $[T_1, T_2]$,此时固定时间扩张状态观测器已经跟踪上误差项,主要通过前馈补偿的方式抵消扰动项,同时取代 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 函数,从而减少控制输入的抖颤现象;3) 当 t 为 $[T_2, +\infty]$,系统状态从滑模面收敛至平衡点,滑模面参数根据 Hurwitz 判据得到.

由二阶控制器可知,系统状态误差可从状态空间中的任意位置收敛到滑模面.在此基础上,引入固定时间扩张状态观测器,以前馈的方式对控制器进行补偿.

当 t 为 $[0, T_1]$,全驱动子系统的控制律为

$$u_1 = m \frac{C_1 (\dot{z}_d - \dot{z}) + \ddot{z}_d + g + \epsilon_1 \operatorname{sgn}(S_1) + \gamma_1 S_1 - \hat{\sigma}_{v,1}}{\cos \varphi \cos \theta}, \quad (14)$$

$$u_4 = \frac{I_z}{C} [C_2 (\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + \ddot{\psi}_d + \epsilon_2 \operatorname{sgn}(S_2) + \gamma_2 S_2 - \hat{\sigma}_{v,2}]. \quad (15)$$

式(14)~(15)中: $\hat{\sigma}_{v,1}$, $\hat{\sigma}_{v,2}$ 分别为 z 轴及偏航角的扰动观测值.

当 t 为 $[0, T_1]$,欠驱动子系统的控制律为

$$u_2 = \frac{I_x}{l} \left[\frac{C_3}{C_5} (\dot{x}_d - \dot{x}) + \frac{C_4}{C_5} (\ddot{x}_d - \ddot{x}) \frac{C_3}{C_5} (\dot{x}_d - \dot{x}) + \frac{C_4}{C_5} (\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \frac{1}{C_5} (\epsilon_3 \operatorname{sgn}(S_3) + \gamma_3 S_3) - \hat{\sigma}_{v,3} \right], \quad (16)$$

$$u_3 = \frac{I_y}{l} \left[\frac{C_7}{C_9} (\dot{y}_d - \dot{y}) + \frac{C_8}{C_9} (\ddot{y}_d - \ddot{y}) \frac{C_7}{C_9} (\dot{y}_d - \dot{y}) + \frac{C_8}{C_9} (\ddot{y}_d - \ddot{y}) + \frac{1}{C_9} (\epsilon_4 \operatorname{sgn}(S_4) + \gamma_4 S_4) - \hat{\sigma}_{v,4} \right]. \quad (17)$$

式(16)~(17)中: $\hat{\sigma}_{v,3}$, $\hat{\sigma}_{v,4}$ 分别为滚转角和俯仰角的扰动观测值.

根据 FTESO 的特点,即系统状态误差在固定的时间上限内从任意初始位置收敛至零,这意味着达到固定时间后跟踪上相应的误差项.因此,当 t 为 $[T_1, +\infty]$,取消控制输入内的符号项,采用 FTESO 补偿取而代之.

当 t 为 $[T_1, +\infty]$,趋近律 \dot{S}_i 修改为

$$\dot{S}_i = -\gamma_i S_i, \quad i=1,2,3,4. \quad (18)$$

当 t 为 $[T_1, +\infty]$,全驱动子系统的控制律为

$$u_1 = m \frac{C_1 (\dot{z}_d - \dot{z}) + \ddot{z}_d + g + \gamma_1 S_1 - \hat{\sigma}_{v,1}}{\cos \varphi \cos \theta}, \quad (19)$$

$$u_4 = \frac{I_z}{C} [C_2 (\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + \ddot{\psi}_d - \hat{\sigma}_{v,2} + \gamma_2 S_2]. \quad (20)$$

当 t 为 $[T_1, +\infty]$,欠驱动子系统的控制律为

$$u_2 = \frac{I_x}{l} \left[\frac{C_3}{C_5} (\dot{x}_d - \dot{x}) + \frac{C_4}{C_5} (\ddot{x}_d - \ddot{x}) \frac{C_3}{C_5} (\dot{x}_d - \dot{x}) + \frac{C_4}{C_5} (\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \frac{1}{C_5} \gamma_3 S_3 - \hat{\sigma}_{v,3} \right], \quad (21)$$

$$u_3 = \frac{I_y}{l} \left[\frac{C_7}{C_9} (\dot{y}_d - \dot{y}) + \frac{C_8}{C_9} (\ddot{y}_d - \ddot{y}) \frac{C_7}{C_9} (\dot{y}_d - \dot{y}) + \frac{C_8}{C_9} (\ddot{y}_d - \ddot{y}) + \frac{1}{C_9} \gamma_4 S_4 - \hat{\sigma}_{v,4} \right]. \quad (22)$$

定理 1 在整个控制过程引入扰动的情况下,对于四旋翼控制系统及滑模面,分阶段采用式(14)~(17), (19)~(22)进行计算,系统状态变量将在有限时间内收敛至期望值.更进一步,系统状态的跟踪误差将在有限时间内收敛至零.

证明:选取 Lyapunov 函数为

$$V_i = \frac{1}{2} S_i^2, \quad i=1,2,3,4.$$

第 1 阶段 $[0, T_1]$. 根据式(5)~(7), (11)~(12), (15)~(18),对选定的 Lyapunov 函数进行求导,可得

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i = -\epsilon_i |S_i| - \gamma_i S_i + (d_b - \hat{\sigma}_{v,i}) S_i.$$

基于扰动有界的假设 $d_b \in |D|$, 参数 ϵ_i 的选择遵循 $\epsilon_i \geq |D|$, 可以将上式改写为

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i = -\epsilon_i |S_i| - \gamma_i S_i^2 + (d_b - \hat{\sigma}_{v,i}) S_i \leq -\iota_i |S_i| - \gamma_i S_i^2 \leq 0.$$

上式中: $\iota_i = \epsilon_i - |D|$.

第 2 阶段 $([T_1, T_2])$. 根据式(4)~(6), (9)~(11), (19)~(22), 有

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i = -\gamma_i |S_i| + (d_b - \hat{\sigma}_{v,i}) S_i.$$

根据 FTESO 的特性, 当时间为 $[T_1, T_2]$ 时, 观测值已经跟踪上扰动值, 可将上式改写为

$$\dot{V}_i = S_i \dot{S}_i = -\gamma_i |S_i| \leq 0.$$

第 3 阶段 $([T_2, +\infty])$. 根据上述推导, 全驱动子系统的状态变量误差将在有限时间内收敛至零, 而欠驱动子系统的滑模面参数 S_3, S_4 需要满足 Hurwitz 判据, 从而保证系统状态误差收敛至零. 以 S_3 为例进行说明.

令 $\dot{S}_3 = 0$, 可得

$$\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} = -\frac{C_3}{C_6}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) - \frac{C_4}{C_6}(\dot{x}_d - \dot{x}) - \frac{C_5}{C_6}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}). \quad (23)$$

当 $S_3 = 0$, 可得

$$\dot{x}_d - \dot{x} = -\frac{C_3}{C_4}(x_d - x) - \frac{C_5}{C_4}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - \frac{C_6}{C_4}(\theta_d - \theta). \quad (24)$$

将式(24)代入式(23), 可得

$$\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} = -\frac{C_4}{C_6}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \frac{C_3^2}{C_4 C_6}(x_d - x) + \left(\frac{C_3}{C_4} - \frac{C_5}{C_6}\right)(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \frac{C_3 C_5}{C_4 C_6}(\theta_d - \theta). \quad (25)$$

令 $y_1 = \theta_d - \theta, y_2 = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}, y_3 = x_d - x$, 将其改写为串级形式, 有

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2, \\ \dot{y}_2 &= -\frac{C_4}{C_6}(\ddot{x}_d - \ddot{x}) + \frac{C_3^2}{C_4 C_6}(x_d - x) + \left(\frac{C_3}{C_4} - \frac{C_5}{C_6}\right)(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \frac{C_3 C_5}{C_4 C_6}(\theta_d - \theta), \\ \dot{y}_3 &= -\frac{C_3}{C_4}(x_d - x) - \frac{C_5}{C_4}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - \frac{C_6}{C_4}(\theta_d - \theta). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

当状态变量收敛至平衡点, 有 $\theta \rightarrow \theta_d, \dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_d, x \rightarrow x_d, \dot{x} \rightarrow \dot{x}_d$, 因此, $y_1 \rightarrow 0, y_2 \rightarrow 0, y_3 \rightarrow 0$, 在平衡点附近进行线性化后, 可以重新得到相应的串级形式, 即

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2, \\ \dot{y}_2 &= -\frac{C_4}{C_6} \left[\ddot{x}_d + \frac{(y_1 \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi) u_1}{m} + d_3 \right] + \frac{C_3^2}{C_4 C_6}(x_d - x) + \\ &\quad \left(\frac{C_3}{C_4} - \frac{C_5}{C_6} \right) (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \frac{C_3 C_5}{C_4 C_6}(\theta_d - \theta) + \xi_1 y_1 + \xi_2 y_2 + \xi_3 y_3, \\ \dot{y}_3 &= -\frac{C_3}{C_4}(x_d - x) - \frac{C_5}{C_4}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) - \frac{C_6}{C_4}(\theta_d - \theta). \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

令 $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, y_3]^T$, 将上述形式改写为矩阵形式, 即 $\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{B}\mathbf{Y}$, 其中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ a & b & c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

上式中: $\xi_1 \sim \xi_3$ 为足够小的常量; $a, b, c, A_{21}, A_{22}, A_{23}$ 均为矩阵 \mathbf{A} 的系数.

$\lambda_{\text{left}}(\mathbf{A})$ 为矩阵 \mathbf{A} 在负半平面中实部处于最左边的特征根. 矩阵 \mathbf{A} 中的参数选择需要使 $\lambda_{\text{left}}(\mathbf{A}) \ll 0$. 因此, 矩阵 \mathbf{A} 满足 Hurwitz 判据, 并且可以得到相应的状态变量在平衡点附近是渐近稳定的.

令 $C_4 \neq 0, C_6 \neq 0$, 矩阵 \mathbf{A} 的系数为

$$\begin{aligned} A_{21} &= -\frac{C_4 u_1}{C_6 m} \cos \varphi \cos \psi + \frac{C_3 C_5}{C_4 C_6}, & A_{22} &= \frac{C_3}{C_4} - \frac{C_5}{C_6}, & A_{23} &= \frac{C_3^2}{C_4 C_6}, \\ a &= -\frac{C_3}{C_4}, & b &= -\frac{C_5}{C_4}, & c &= -\frac{C_6}{C_4}. \end{aligned}$$

令 $|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0$, 可得

$$\begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ -A_{21} & \lambda - A_{22} & -A_{23} \\ -a & -b & \lambda - c \end{vmatrix} = 0,$$

相应的特征多项式为

$$\lambda^3 - (A_{22} + c)\lambda^2 + (cA_{22} - A_{21} - bA_{23})\lambda + cA_{21} - aA_{23} = 0. \tag{28}$$

设计相应的特征根 $\alpha_1 \sim \alpha_3$, 则特征方程为

$$(\lambda + \alpha_1)(\lambda + \alpha_2)(\lambda + \alpha_3) = 0. \tag{29}$$

式(29)中:设计的特征根需要保证在复平面的负半平面.

3 仿真结果及分析

为了直观地验证控制策略的有效性,在 MATLAB/Simulink 平台上进行仿真实验. 仿真实验中,四旋翼飞行器模型参数及控制器参数,分别如表 1,2 所示.

表 1 四旋翼飞行器模型参数
Tab. 1 Parameters of quadrotor model

参数	数值	参数	数值
m	1.1	J_r	0.2
$\text{diag}(I_x, I_y, I_z)$	$\text{diag}(1.25, 1.25, 2.20)$	l	0.21
k_1, k_2, k_3	0.1, 0.1, 0.1	I_x, I_y, I_z	1.22, 1.22, 2.20
k_4, k_5, k_6	0.12, 0.12, 0.12	g	9.81

表 2 控制器参数
Tab. 2 Parameters of controller

参数	数值	参数	数值
C_1, C_2	1, 1	ϵ_1, ϵ_2	0.8, 0.8
C_5, C_9	1, 1	ϵ_3, ϵ_4	0.5, 0.5
C_6, C_{10}	6, 6	γ_1, γ_2	2, 2
C_3	$\frac{11m}{u_1 \cos \varphi \cos \psi}$	C_7	$-\frac{11m}{u_1 \cos \varphi \cos \psi}$
C_4	$\frac{6m}{u_1 \cos \varphi \cos \psi}$	C_8	$-\frac{6m}{u_1 \cos \varphi \cos \psi}$
γ_3, γ_4	5, 5		

仿真实验中,将初始状态设置为零,为模拟真实的作业环境,分别对 z, φ, θ 引入扰动 $d_z = 0.1 \sin t$, $d_\varphi = 0.1 \sin t, d_\theta = 0.1 \sin t$. 固定时间扩张状态观测器的二阶滑模控制策略的轨迹跟踪仿真图,如图 4 所示. 位置轨迹跟踪仿真对比图,如图 5 所示. 由图 5 可知:相较于二阶滑模控制(2-SMC)策略,FTESO-2-SMC 策略在期望轨迹变化时更稳定,且收敛速度更快.

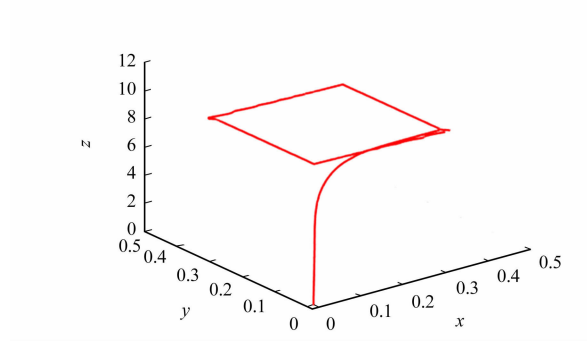


图 4 FTESO-2-SMC 策略的轨迹跟踪仿真图
Fig. 4 Simulation diagram of FTESO-2-SMC strategy tracking trajectory

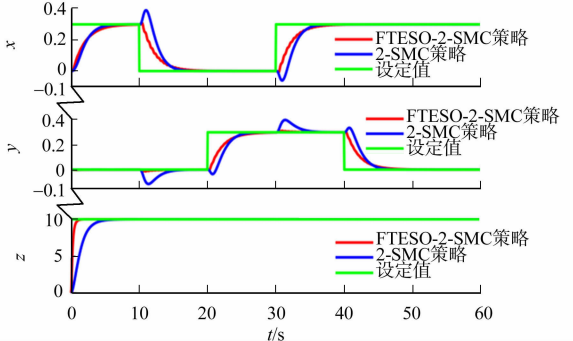


图 5 位置轨迹跟踪仿真对比图
Fig. 5 Simulation comparison diagram of position tracking trajectory

为了更清晰地对比两个控制策略的响应速度及控制输入,选取其中一点进行定点悬停分析. 分别对 z, φ, θ 引入扰动 $d_z=0.1\sin t, d_\varphi=0.1\sin t, d_\theta=0.1\sin t$. 设定目标点 x, y, z, ϕ 分别为 1, 0, 10, 0, 仿真对比图如图 6, 7 所示. 全驱动子系统和欠驱动子系统的控制输入对比图, 如图 8, 9 所示. 由图 8, 9 可知: FTESO-2-SMC 策略控制输入更为平滑, 有效地减少了控制输入的抖颤现象.

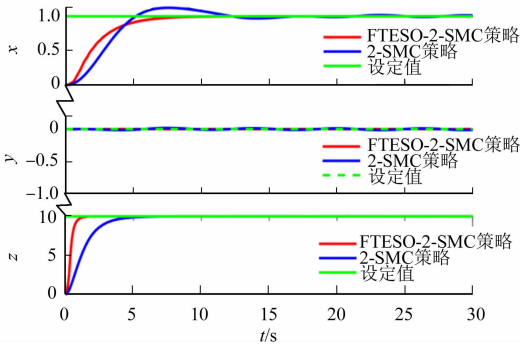


图 6 位置定点悬停仿真对比图

Fig. 6 Simulation comparison diagram of position fixed point hovering

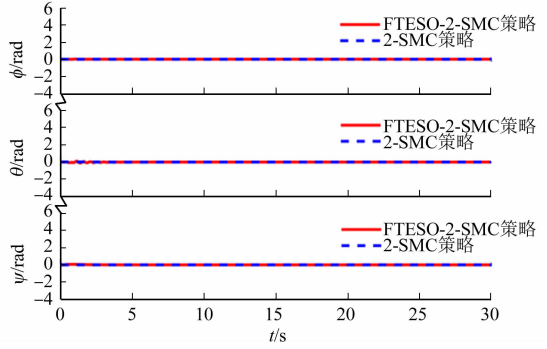


图 7 姿态定点悬停仿真对比图

Fig. 7 Simulation comparison diagram of attitude fixed point hovering

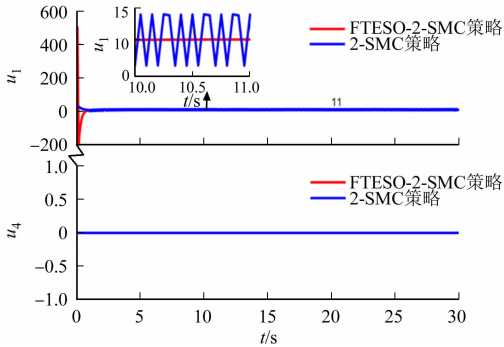


图 8 全驱动子系统控制输入对比图

Fig. 8 Comparison diagram of fully-actuated subsystem control input

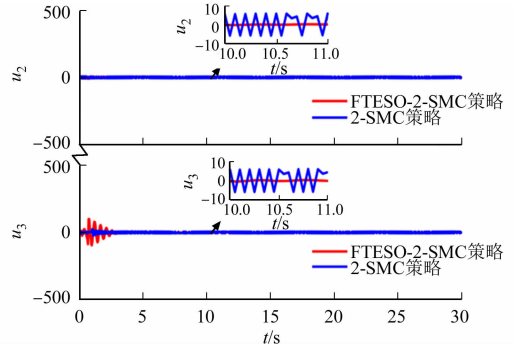


图 9 欠驱动子系统控制输入对比图

Fig. 9 Comparison diagram of under-actuated subsystem control input

4 结束语

提出固定时间扩张状态观测器的二阶滑模控制策略, 针对二阶滑模控制存在输入抖颤的问题, 采用固定时间扩张状态观测器来观测并抵消扰动. 当观测值未跟踪上准确的真实值前, 由二阶滑模控制器确保所有的状态变量在可控范围内; 当到达时间上限时, 取消趋近律中的符号项, 从而减少控制输入的抖颤现象. 在今后的工作中, 将会把观测器的时延考虑到控制设计之中.

参考文献:

[1] ZULU A, JOHN S. A review of control algorithms for autonomous quadrotors[J]. Open Journal of Applied Sciences, 2014, 4: 547-556. DOI:10.4236/ojapps.2014.414053.

[2] 黄志伟, 徐苏楠, 韦一, 等. STM32 的多传感器融合姿态检测[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2015, 36(4): 422-426. DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.2015.04.0422.

[3] NING Cao, ALAN F. Inner-outer loop control for quadrotor UAVs with input and state constraints[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 24(5): 1797-1804. DOI:10.1109/TCST.2015.2505642.

[4] 陶英杰, 张维伟, 马昕, 等. 面向无人机视频分析的车辆目标检测方法[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2022, 43(1): 111-118. DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.202011014.

[5] 郑佳静, 李平. 采用滑模观测器的四旋翼无人机执行器加性故障容错控制[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2019, 40(4): 437-443. DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.201810019.

- [6] BOUCHOUCHA M, SEGHOURE S, TADJINE M. Classical and second order sliding mode control solution to an attitude stabilization of a four rotors helicopter: From theory to experiment[C]//Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Mechatronics. [S. l.]:IEEE Press, 2011:162-169. DOI:10.1109/ICMECH. 2011. 5971274.
- [7] CAI Wenjing, SHE Jinhua, WU Min, *et al.* Disturbance suppression for quadrotor UAV using sliding-mode-observer-based equivalent-input-disturbance approach[J]. ISA Transactions, 2019, 92: 286-297. DOI: 10.1016/j.isatra. 2019.02.028.
- [8] XU Rong, ÖZGÜNER Ü. Sliding mode control of a class of underactuated systems[J]. Automatica, 2008, 44: 233-241. DOI:10.1016/j.automatica. 2007.05.014.
- [9] LEE D, KIM H J, SASTRY S. Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2009, 7(3): 419-428. DOI: 10.1007/s12555-009-0311-8.
- [10] XU Rong, ÖZGÜNER Ü. Sliding mode control of a quadrotor helicopter[C]//Proceeding of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. San Diego:IEEE Press, 2006:4957-4962. DOI:10.1109/CDC. 2006. 377588.
- [11] YANG Hongjiu, CHENG Lei, XIA Yuanqing, *et al.* Active disturbance rejection attitude control for a dual closed-loop quadrotor under gust wind[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2017, 26(4): 1400-1405. DOI:10.1109/TCST. 2017. 2710951.
- [12] MOKHTARI A, BENALLEGUE A, ORLOV Y. Exact linearization and sliding mode observer for a quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. International Journal of Robotics and Automation, 2006, 21(1): 39-49. DOI: 10.2316/Journal. 206. 2006. 1. 206-2842.
- [13] BENALLEGUE A, MOKHTARI A, FRIDMAN L. High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2008, 18(4/5): 427-440. DOI:10.1002/rnc. 1225.
- [14] SHARIFI F, MIRZAEI M, GORDON B, *et al.* Fault tolerant control of a quadrotor UAV using sliding mode control[C]//Proceeding of the Conference on Control and Fault Tolerant Systems. Nice:IEEE Press, 2010:239-244. DOI:10.1109/SYSTOL. 2010. 5675979.
- [15] COZA C, NICOL C, MACNAB C J B, *et al.* Adaptive fuzzy control for a quadrotor helicopter robust to wind buffeting[J]. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 2011, 22(5/6): 267-83. DOI:10.3233/IFS-2011-0488.
- [16] EKER I. Second-order sliding mode control with experimental application[J]. ISA Transactions, 2010, 49(3): 394-405. DOI:10.1016/j.isatra. 2010.03.010.
- [17] BASIN M. Finite-and fixed-time convergent algorithms: Design and convergence time estimation[J]. Annual Reviews in Control, 2019, 48: 209-221. DOI:10.1016/j.arcontrol. 2019.05.007.
- [18] ZHENG Jiaqi, SONG Lei, LIU Lingya, *et al.* Fixed-time extended state observer-based trajectory tracking control for autonomous underwater vehicles[J]. Asian Journal of Control, 2022, 24(2): 686-701. DOI:10.1002/asjc. 2624.
- [19] DING Yibo, WANG Xiaogang, BAI Yuliang, *et al.* Robust fixed-time sliding mode controller for flexible air-breathing hypersonic vehicle[J]. ISA Transactions, 2019, 90: 1-18. DOI:10.1016/j.isatra. 2018.12.043.
- [20] HWANG C L, CHEN Y H. Fuzzy fixed-time learning control with saturated input, nonlinear switching surface, and switching gain to achieve null tracking error[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 28(7): 1464-1476. DOI:10.1109/TFUZZ. 2019. 2917121.
- [21] ANGULO M T, MORENO J A, FRIDMAN L. Robust exact uniformly convergent arbitrary order differentiator[J]. Automatica, 2013, 49(8): 2489-2495. DOI:10.1016/j.automatica. 2013.04.034.

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 吴跃勤)