第 41 卷 第 5 期 华侨大学学报(自然科学版) Vol. 41 No. 5
2020 年 9 月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Sep. 2020

DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.202003026

模糊广义决策信息系统的证据特征与信任约简

王志焕[1],游小英[2],李伟康[1],李进金[1,2]

(1. 华侨大学 数学科学学院,福建 泉州 362021;
2. 闽南师范大学 数学与统计学院,福建 漳州 363000)

摘要: 探究模糊广义决策信息系统的证据特征和信任约简.首先,给出模糊广义决策信息系统中的模糊上、下近似算子及其相关性质.然后,基于证据理论探讨模糊广义决策信息系统的数值特征,并在模糊广义决策信息系统中,利用证据理论中的模糊信任和模糊似然函数对模糊近似集进行刻画.最后,根据模糊信任函数定义的属性重要度,提出模糊广义决策信息系统信任约简的算法,并给出实例验证其有效性.

关键词: 模糊广义决策信息系统;覆盖;粗糙集;约简;证据理论

中图分类号: TP 18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5013(2020)05-0683-07

Evidence Characteristics and Belief Reduction of Fuzzy Generalized Decision Information System

WANG Zhihuan[1], YOU Xiaoying[2], LI Weikang[1], LI Jinjin[1,2]

(1. School of Mathematical Sciences, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China;
2. School of Mathematics and Statistics, Minnan Normal University, Zhangzhou 363000, China)

Abstract: This paper explores the evidence characteristics and belief reduction of fuzzy generalized decision information system. Firstly, the lower and upper approximations of fuzzy generalized decision information system and related properties are introduced. Secondly, the numerical characteristics of fuzzy generalized decision information system are studied based on evidence theory, and in the fuzzy generalized decision information system, the fuzzy approximation set are characterized by the fuzzy belief and fuzzy plausibility functions in the evidence theory. Finally, according to the attributes significance defined by the fuzzy belief function, the algorithm of belief reduction of fuzzy generalized decision information system is proposed and its validity is verified by practical example.

Keywords: fuzzy generalized decision information system; covering; rough set; reduction; evidence theory

模糊集理论[1]是 Zadeh 教授提出的一种用于刻画目标对象模糊程度的方法.随着模糊集理论的不断发展,其应用范围也越来越广.波兰数学家 Pawlak 等[2]提出粗糙集理论,它是一种数据处理的数学方法.模糊集和粗糙集理论都是用于研究不确定性的数学工具,将二者结合起来研究具有实际应用价值.目前,已有众多学者对模糊粗糙集的模型及约简问题[3]进行研究.陈应生等[4]通过研究属性重要性度,进而研究不完备信息系统的属性约简.Dubois 等[5]通过引入模糊相似关系,最早系统地提出模糊粗

收稿日期: 2020-03-19

通信作者: 李进金(1960-),男,教授,博士,博士生导师,主要从事拓扑学和不确定性理论的研究.E-mail:jinjinlimnu@126.com.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11871259)

糙集理论. Jensen 等[6]利用依赖函数,首次设计出一种模糊粗糙集模型的属性约简算法. 赵晋欢等[7]构造辨识矩阵对模糊粗糙集进行属性约简,并进行相关实验. 陈毅宁等[8]引入基于距离比值尺度的样本集定义,提出基于距离比值尺度的模糊粗糙集,并设计属性约简算法.

证据理论[9-10]提供了一种处理不精确信息的人工智能方法[11],它能与粗糙集有效结合进行数据处理. 根据粗糙集与证据理论的关系,一些学者通过证据理论研究模糊粗糙集的信任结构与属性约简问题,并取得一定的成果. Chen 等[12]根据模糊上近似概率与模糊下近似概率探索两种类型的模糊信任和似然函数. Wu 等[13]利用广义模糊蕴涵算子[14],在无限论域中导出广义模糊信任结构. 在此基础上,Yao 等[15]对模糊决策系统的属性约简问题进行研究. Lu 等[16]通过定义一种新的概率测量,研究第 2 型模糊粗糙集的信任和似然函数. 模糊粗糙集理论的决策大多建立在划分的基础上,但以划分刻画决策具有一定的局限性. 在现实问题中,多数决策是由覆盖类刻画的,但关于决策为覆盖的模糊粗糙集理论的研究并不多见. 基于此,本文对模糊广义决策信息系统的证据特征和信任约简进行研究.

1 预备知识

定义 1[1] 设集合 U 为非空论域,当 U 上的集合 X 满足由 U 上一隶属函数 $X:U\to[0,1]$表示,则称 X 为 U 上的模糊集. 其中,$X(x)$表示 x 隶属于模糊集 X 的程度. 记 U 上的模糊集全体为 $F(U)$.

假设 $A,B\in F(U)$, 定义模糊集的运算为$(A\cup B)(x)=A(x)\vee B(x)=\max\{A(x),B(x)\}$; $(A\cap B)(x)=A(x)\wedge B(x)=\min\{A(x),B(x)\}$;$\sim A(x)=1-A(x)$.

定义 2[5] 设集合 U 为非空论域,将 $U\times U$ 上的模糊集合 R 称为 U 上的一个模糊关系. $\forall x,y,z\in U$,对于 U 上的模糊关系 R,有

1) 若 $R(x,x)=1$,则称 R 是自反的;

2) 若 $R(x,y)=R(y,x)$,则称 R 是对称的;

3) 若 $R(x,z)\geqslant R(x,y)\wedge R(y,z)$,则称 R 是传递的.

若 R 满足自反、对称关系,则称 R 是 U 上的模糊相似关系;若 R 满足自反、对称和传递关系,则称 R 是 U 上的模糊等价关系. 文中讨论的模糊关系是论域 U 上的模糊相似关系 R.

定义 3 称(U,C,D)为模糊广义决策信息系统. 其中,集合 U 为论域,集合 $C=\{C_1,C_2,\cdots,C_m\}$为非空有限模糊条件属性集,U 上覆盖 $D=\{D_1,D_2,\cdots,D_r\}$为决策集.

定义 4[14] 设 U 为论域,对 $\forall x,y\in[0,1]$,定义模糊蕴涵算子 $I:[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$,有

$$I(x,y)=\wedge((1-x)\vee y).$$

容易看出,该模糊蕴涵算子满足 $I(1,0)=0$,$I(1,1)=I(0,1)=I(0,0)=1$.

定义 5[5] 设(U,C,D)为模糊广义决策信息系统,对于$\forall X\in F(U)$,称$\underline{R}(X)$与 $\overline{R}(X)$分别为 X 的模糊下近似与上近似. 对$\forall x\in U$,X 的模糊下近似与上近似隶属函数分别为

$$\underline{R}X(x)=\bigwedge_{y\in U}((1-R(x,y))\vee X(y)),$$

$$\overline{R}X(x)=\bigvee_{y\in U}((1-R(x,y))\wedge X(y)).$$

X 的模糊下近似与上近似隶属函数满足 $\overline{R}X(x)=1-\underline{R}X(\sim x)$,$\forall x\in U$. 同时,结合定义 4,有 $\underline{R}X(x)=\bigwedge_{y\in U}I(R(x,y),X(y))$.

性质 1[5] 设模糊广义决策信息系统为(U,C,D),$\forall X,Y\subseteq U$,$\forall B,B_1,B_2\subseteq C$,则有

1) $\overline{R_B}(X\cup Y)=\overline{R_B}X\cup\overline{R_B}Y$;

2) $X\subseteq Y\Rightarrow\underline{R_B}X\subseteq\underline{R_B}Y$;

3) $\underline{R_B}X\subseteq X\subseteq\overline{R_B}X$;

4) $B_1\subseteq B_2\Rightarrow\underline{R_{B_1}}X\subseteq\underline{R_{B_2}}X$.

定义 6[5] 设(U,C,D)为模糊广义决策信息系统,覆盖 $D=\{D_1,D_2,\cdots,D_r\}$为决策集,对$\forall D_i\in D$,$1\leqslant i\leqslant n$,D_i 的下近似与上近似隶属函数分别为

$$\underline{R}D_i(x)=\bigwedge_{y\notin D_i}\{1-R(x,y)\},\qquad \overline{R}D_i(x)=\bigvee_{y\in D_i}\{D_i(y)\}.$$

定义 7[5]　设模糊广义决策信息系统为(U,C,D)，覆盖$D=\{D_1,D_2,\cdots,D_r\}$为决策集，$1\leqslant i\leqslant r$，$\forall B\subseteq C$，定义模糊正域为

$$\mathrm{POS}_B(D)(x)=\sup_{i\leqslant r}\underline{R_B}(D_i)(x),\qquad x\in U.$$

证据理论中的相关概念如下.

定义 8[9-10]　设U为论域，若集函数$m:2^U\to[0,1]$，有

1) $m(\varnothing)=0$，

2) $\sum\limits_{X\subseteq U}m(X)=1$，

则称m为基本概率指派.

根据基本概率指派，可以导出如下信任函数和似然函数.

定义 9[9-10]　设U为论域，$m:2^U\to[0,1]$是基本概率指派，有

1) 若$\mathrm{Bel}(X)=\sum\limits_{X'\subseteq X}m(X')$，$\forall X\subseteq 2^U$，则称$\mathrm{Bel}:2^U\to[0,1]$为$U$上的信任函数；

2) 若$\mathrm{Pl}(X)=\sum\limits_{X'\cap X\neq\varnothing}m(X')$，$\forall X\subseteq 2^U$，则称$\mathrm{Pl}:2^U\to[0,1]$为$U$上的似然函数.

显然，信任函数与似然函数对偶，即$\mathrm{Bel}(X)=1-\mathrm{Pl}(\sim X)$. 此外，信任函数还满足

1) $\mathrm{Bel}(\varnothing)=0$；

2) $\mathrm{Bel}(U)=1$；

3) $\forall X_1,X_2,\cdots,X_m\subseteq U,1\leqslant t\leqslant m,\mathrm{Bel}(\bigcup\limits_{t=1}^{m}X_t)\geqslant\sum\limits_{J\subseteq\{1,2,\cdots,m\}}(-1)^{|J|+1}\mathrm{Bel}(\bigcap\limits_{t\in J}X_t)$.

2　模糊广义决策信息系统的证据特征

基于证据理论研究模糊广义决策信息系统的数值特征，即模糊广义决策信息系统的证据特征. 首先，定义一个概率测量函数度量模糊集的集合质量.

定义 10　设模糊广义决策信息系统(U,C,D)，$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，对于$\forall X\in F(U)$，Q是论域U上一个概率测量，定义模糊集X的概率为

$$Q(X)=\int_0^1 Q(X_\alpha)\mathrm{d}\alpha=\sum_{x\in U}X(x)Q(x)=\sum_{x\in U}\frac{|X(x)|}{|n|}.$$

上式中：$|U|=n$；$Q(x)=\dfrac{1}{|n|}$.

然后，定义一个函数用于构造模糊基本概率指派.

定义 11　设模糊广义决策信息系统为(U,C,D)，$\forall X\in F(U)$，$\forall B\subseteq C$，定义函数$j_B:F(U)\to P(U)$，即

$$j_B(X)=\{x\in U\,|\,R_B(x,y)=X(y),\forall y\in U\},$$

则$j_B(X)$满足

1) $\forall X,X'\in F(U)$且$X\neq X'$，$j_B(X)\cap j_B(X')=\varnothing$；

2) $\bigcup\limits_{X\in F(U)}j_B(X)=U$.

证明：1) 假设存在$x\in U$，使$x\in j_B(X)\cap j_B(X')$，则$R_B(x,y)=X(y)=X'(y)$，这与$X\neq X'$矛盾. 因此，对$\forall X,X'\in F(U)$且$X\neq X'$，有$j_B(X)\cap j_B(X')=\varnothing$.

2) 显然，$\forall x\in\bigcup\limits_{X\in F(U)}j_B(X)$，都有$x\in U$. 需证明$\forall x\in U$，都有$x\in\bigcup\limits_{X\in F(U)}j_B(X)$. 对于$\forall x\in U$，$\exists X\subseteq U$，使$X(y)=R_B(x,y)$，则$x\in j_B(X)$，故$x\in\bigcup\limits_{X\in F(U)}j_B(X)$. 因此，$\bigcup\limits_{X\in F(U)}j_B(X)=U$.

用以上定义的函数构造一个集函数，并证明其符合基本概率指派的两条性质，即证明该集函数为模糊基本概率指派.

定理 1　设模糊广义决策信息系统为(U,C,D)，$\forall X\in F(U)$，$\forall B\subseteq C$，定义模糊集函数m_B：$F(U)\to[0,1]$，有

$$m_B(X)=Q(j_B(X))=\frac{|j_B(X)|}{|U|},$$

则 m_B 为论域 U 的一个模糊基本概率指派.

证明：显然，$m_B(\varnothing)=Q(j_B(\varnothing))=\frac{|j_B(\varnothing)|}{|U|}=\frac{|\varnothing|}{|U|}=0$.

其次，由定义 11，有 $\sum_{X\in F(U)} m(X)=\sum_{X\in F(U)} Q(j_B(X))=Q(\bigcup_{X\in F(U)} j_B(X))=Q(U)=1$.

综上，m_B 为 U 的一个模糊基本概率指派.

对于 $X\in F(U)$，$m_B(X)$表示证据对 X 的模糊信任度. 若 $m_B(X)>0$，则称 X 为 m_B 上的焦元. 设 M 为所有焦元的并，称其为核，则称二元序对(M,m_B)为 U 上的模糊信任结构.

根据模糊概率指派函数，可直接导出模糊信任函数和模糊似然函数.

经典的信任函数 Bel：$P(U)\rightarrow[0,1]$，可以把信任函数定义为

$$\mathrm{Bel}(X)=\sum_{A\subseteq X} m(A)=\sum_{A\in P(U)} m(A)I(A,X).$$

上式中：$P(U)$为论域 U 上的全体经典集；$I(A,X)$为 A 在 X 中的包含度，当 $A\subseteq X$ 时，$I(A,X)=1$，否则，$I(A,X)=0$.

把经典的信任函数推广到模糊的情况下，则对 $\forall X\in F(U)$，可以定义模糊集函数 Bel：$F(U)\rightarrow[0,1]$，即

$$\mathrm{Bel}(X)=\sum_{A\in F(U)} m(A)I(A,X).$$

上式中：$I(A,X)$表示 A 包含于 X 中的程度.

定义 12　设 U 为论域，对 $\forall A,X\in F(U)$，定义蕴涵函数 I：$[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$，有

$$I(A,X)=\bigwedge_{x\in U} I(A(x),X(x))=\bigwedge_{x\in U}((1-A(x))\vee X(x)),$$

则模糊信任函数的形式变为

$$\mathrm{Bel}(X)=\sum_{A\in F(U)} m(A)I(A,X)=\sum_{A\in F(U)} m(A)\bigwedge_{x\in U} I(A(x),X(x)).$$

用模糊基本概率指派函数直接导出模糊信任函数和模糊似然函数.

定理 2　设模糊广义决策信息系统为(U,C,D)，$\forall X\in F(U)$，$\forall B\subseteq C$，定义模糊集函数 Bel_B：$F(U)\rightarrow[0,1]$，即

$$\mathrm{Bel}_B(X)=Q(\underline{R_B}X)=\sum_{x\in U}\underline{R_B}X(x)Q(x),$$

则 Bel_B 为 U 上的模糊信任函数.

证明：根据定义 5、定义 10～12 及定理 1，有

$$\begin{aligned}Q(\underline{R_B}X)=&\sum_{x\in U}\underline{R_B}X(x)Q(x)=\sum_{x\in U}(\bigwedge_{y\in U}(1-R(x,y)\vee X(y)))Q(x)=\\&\sum_{A\in F(U)}\sum_{x\in j_B(A)}Q(x)(\bigwedge_{y\in U}(1-R(x,y)\vee X(y)))=\\&\sum_{A\in F(U)}Q(j_B(A))(\bigwedge_{y\in U}(1-A(y)\vee X(y)))=\\&\sum_{A\in F(U)}Q(j_B(A))(\bigwedge_{y\in U}I(A(y),X(y)))=\\&\sum_{A\in F(U)}m_B(A)(\bigwedge_{y\in U}I(A(y),X(y)))=\mathrm{Bel}_B(X).\end{aligned}$$

定理 3　设模糊广义决策信息系统为(U,C,D)，$\forall X\in F(U)$，$\forall B\subseteq C$，定义模糊集函数 Pl_B：$F(U)\rightarrow[0,1]$，有

$$\mathrm{Pl}_B(X)=Q(\overline{R_B}X)=\sum_{x\in U}\overline{R_B}X(x)Q(x),$$

则 Pl_B 为 U 上的模糊似然函数.

证明：由信任与似然函数对偶的性质，有

$$\mathrm{Pl}_B(X)=1-\mathrm{Bel}_B(\sim X)=1-Q(\underline{R_B}(\sim X))=1-Q(\sim\underline{R_B}(X))=Q(\overline{R_B}X).$$

由定理 2,3 可知：模糊广义决策信息系统中的模糊下近似、上近似集合的质量可以用证据理论中的信任函数和似然函数来刻画.

由此，建立模糊广义决策信息系统与证据理论的联系，得出模糊广义决策信息系统基于证据理论的数值特征.下文给出一个实例，用以计算信任函数.

例 1　考虑评估信用卡申请人的问题.设 $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$ 是 5 个申请人的集合，有 4 个模糊属性来评估这些申请人：$C=\{C_1,C_2,C_3,C_4\}$.其中，C_1 表示"教育程度较高"；C_2 表示"教育程度一般"；C_3 表示"收入较高"；C_4 表示"收入一般".所有申请人在每个模糊属性上的隶属度，如表 1 所示.

表 1　申请人信息

Tab. 1　Applicant information

对象	隶属度			
	C_1	C_2	C_3	C_4
x_1	0.1	0.1	0.5	0.2
x_2	0.5	0.1	0.8	0.1
x_3	0.2	0.6	0.7	0.3
x_4	0.3	0.1	0.2	0.5
x_5	0.4	0.3	0.3	0.6

若决策为 $D=\{D_1,D_2,D_3\}$，其中，D_1 表示"待定"；D_2 表示"申请成功"；D_3 表示"申请失败".

对于每个模糊属性 C_k，可以定义模糊相似关系，即

$$R_{C_k}(x_i,x_j)=\begin{cases}\min\{C_k(x_i),C_k(x_j)\}, & C_k(x_i)\neq C_k(x_j),\\ 1, & C_k(x_i)=C_k(x_j).\end{cases}$$

同时，定义模糊相似关系 $R(x,y)=\min\{R_{C_k}(x,y)\mid C_k\in C\}$，$\forall\, x,y\in U$.

根据定义的模糊相似关系，可以计算出申请人的模糊关系，如表 2 所示.假设决策为 $D_1=\{x_1,x_4\}$，$D_2=\{x_2,x_5\}$，$D_3=\{x_1,x_3,x_4\}$，求解 $\underline{R}D_1$.

表 2　申请人的模糊关系

Tab. 2　Fuzzy relationship of applicant

关系	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$
$R(x_1,x_j)$	1.0	0.1	0.1	0.1	0.1
$R(x_2,x_j)$	0.1	1.0	0.1	0.1	0.1
$R(x_3,x_j)$	0.1	0.1	1.0	0.1	0.2
$R(x_4,x_j)$	0.1	0.1	0.1	1.0	0.1
$R(x_5,x_j)$	0.1	0.1	0.2	0.1	1.0

根据定义 6 可知

$$\underline{R}D_1(x_1)=\bigwedge_{y\notin D_1}\{1-R(x_1,y)\}=0.9.$$

同理可知

$$\underline{R}D_1(x_2)=\underline{R}D_1(x_3)=\underline{R}D_1(x_5)=0,$$
$$\underline{R}D_1(x_4)=0.9,$$

则有

$$\underline{R}D_1=\frac{0.9}{x_1}+\frac{0.9}{x_4}.$$

可以计算信任函数，即

$$\mathrm{Bel}_C(D_1)=\sum_{x\in U}\underline{R}D_1(x)P(x)=\frac{0.9}{5}+\frac{0.9}{5}=\frac{18}{50}.$$

同样可计算出

$$\mathrm{Bel}_C(D_2)=\frac{17}{50},\qquad \mathrm{Bel}_C(D_3)=\frac{26}{50}.$$

3　模糊广义决策信息系统的信任约简

定义 13　设模糊广义决策信息系统为 (U,C,D)，$\forall\, B\subseteq C$，$\forall\, x\in U$，定义

$$\underline{L_B}(x)=(\underline{R_B}(D_1)(x),\underline{R_B}(D_2)(x),\cdots,\underline{R_B}(D_r)(x)),$$
$$\overline{L_B}(x)=(\overline{R_B}(D_1)(x),\overline{R_B}(D_2)(x),\cdots,\overline{R_B}(D_r)(x)).$$

1) 若 $\underline{L_B}(x)=\underline{L_C}(x)$，$\forall\, x\in U$，则 B 是 (U,C,D) 的模糊下近似协调集.进一步地，若对 $\forall\, B'\subseteq B$，有 $\underline{L_{B'}}(x)\neq\underline{L_C}(x)$，则称 B 是 (U,C,D) 的模糊下近似约简集.

2) 若 $\overline{L_B}(x)=\overline{L_C}(x)$，$\forall\, x\in U$，则 B 是 (U,C,D) 的模糊上近似协调集.进一步地，若对 $\forall\, B'\subseteq B$，有 $\overline{L_{B'}}(x)\neq\overline{L_C}(x)$，则称 B 是 (U,C,D) 的模糊上近似约简集.

定理 4　设模糊广义决策信息系统 (U,C,D)，$\forall\, B\subseteq C$，则

1) B 是 (U,C,D) 的模糊下近似协调集，当且仅当 $\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_B(D_i)=\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_C(D_i)$；

2) B 是 (U,C,D) 的模糊下近似约简集，当且仅当 $\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_B(D_i)=\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_C(D_i)$，且对 $\forall\, B'\subseteq B$，有

$\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_{B'}(D_i) < \sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_B(D_i)$.

证明:1) 充分性.由 $B\subseteq C$,结合性质1,则$\underline{R_B}D_i\subseteq\underline{R_C}D_i$.由定理2可得,$\mathrm{Bel}_B(X)=P(\underline{R_B}X)$,则有对 $\forall D_i\in D$,$\mathrm{Bel}_B(D_i)\leqslant\mathrm{Bel}_C(D_i)$.又因$\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_B(D_i)=\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_C(D_i)$,则有 $\forall D_i\in D$,有 $\mathrm{Bel}_B(D_i)=\mathrm{Bel}_C(D_i)$,则有对 $\forall D_i\in D$,$\underline{R_B}(D_i)(x)=\underline{R_C}(D_i)(x)$,则 B 是(U,C,D)的模糊下近似协调集.

必要性.若 B 是(U,C,D)的模糊下近似协调集,则对 $\forall D_i\in D$,$\underline{R_B}(D_i)(x)=\underline{R_C}(D_i)(x)$.由定理2可得,对于 $\forall D_i\in D$,有 $\mathrm{Bel}_B(D_i)=\mathrm{Bel}_C(D_i)$,则$\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_B(D_i)=\sum_{i=1}^{r}\mathrm{Bel}_C(D_i)$.

2) 由上文及单调性可证明.

定义14 设模糊广义决策信息系统为(U,C,D),$\forall B\subseteq C$,$C_i\notin B$,定义属性C_i关于B的重要度为$\mathrm{Sig}(C_i,B)=\sum_{k=1}^{r}(\mathrm{Bel}_{B\cup\{C_i\}}(D_k)-\mathrm{Bel}_B(D_k))$.若 $\mathrm{Sig}(C_i,C-\{C_i\})>0$,则称 C_i 为核心.

显然,可以得到定理5.

定理5 设模糊广义决策信息系统(U,C,D),若 B 是模糊下近似协调集,$\mathrm{Sig}(C_i,C-\{C_i\})>0$,则$C_i\in B$.

根据定理5可知,关于 C 的重要度大于0的属性,必属于它的下近似协调集.

由以上定义,可以得出模糊广义决策信息系统的约简算法.

算法1 模糊广义决策信息系统的下近似约简算法如下.

输入:模糊广义决策信息系统(U,C,D);

输出:模糊下近似约简集 B.

步骤1 令 $B=\varnothing$;

步骤2 对于任意的 $C_i\in C$,计算 $\mathrm{Sig}(C_i,C-\{C_i\})$;

步骤3 若 $\mathrm{Sig}(C_i,C-\{C_i\})>0$,令 $B=B\cup\{C_i\}$,若$\sum_{k=1}^{r}\mathrm{Bel}_B(D_k)=\sum_{k=1}^{r}\mathrm{Bel}_C(D_k)$,则输出 B;其他情况,则进行步骤4~6;

步骤4 对于任意的 $C_i\in C-B$,计算 $\mathrm{Sig}(C_i,B)$;

步骤5 若 $C_{i_0}\in C-B$,满足 $\mathrm{Sig}(C_{i_0},B)=\max\{\mathrm{Sig}(C_i,B)\mid C_i\in C-B\}$,令 $B=B\cup\{C_{i_0}\}$;

步骤6 若 $\sum_{k=1}^{r}\mathrm{Bel}_B(D_k)=\sum_{k=1}^{r}\mathrm{Bel}_C(D_k)$,则输出 B;其他情况,返回步骤4.

通过一个例子验证算法1.

例2 用算法1计算例1的下近似约简.

根据算法1,首先计算

$$\mathrm{Sig}(C_1,C-\{C_1\})=\frac{2}{50}>0,$$

$$\mathrm{Sig}(C_2,C-\{C_2\})=\frac{2}{50}>0,$$

$$\mathrm{Sig}(C_3,C-\{C_3\})=0,$$

$$\mathrm{Sig}(C_4,C-\{C_4\})=0.$$

令 $B=\{C_1,C_2\}$,而$\sum_{k=1}^{3}\mathrm{Bel}_B(D_k)=\frac{61}{50}=\sum_{k=1}^{3}\mathrm{Bel}_C(D_k)$,则 B 为模糊下近似约简集.

4 结束语

研究模糊广义决策信息系统的证据特征,利用证据理论对模糊广义决策信息系统中的模糊近似进行数值度量.此外,还利用证据理论中的信任函数给出重要度的定义,提出模糊广义决策信息系统约简的算法,并给实例计算.覆盖类多粒度粗糙集属性约简的仿真实验,以及不同覆盖近似算子约简的联系

是亟待解决的问题,也是下一步的研究方向.

参考文献:

[1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control,1965,8(3):338-353. DOI:10.1016/S0019-9958(65)90241-X.

[2] PAWLAK Z,SKOWRON A. Rudiments of rough sets[J]. Information Sciences,2007,177(1):3-27. DOI:10.1016/j.ins.2006.06.003.

[3] 米据生,陈锦坤.基于图的粗糙集属性约简方法[J].西北大学学报(自然科学版),2019,49(4):508-516. DOI:10.16152/j.cnki.xdxbzr.2019-04-003.

[4] 陈应生,李进金.决策信息系统协调性的关系矩阵表示[J].华侨大学学报(自然科学版),2019,40(6):823-829. DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.201810106.

[5] DUBOIS D,PRADE H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets[J]. International Journal of General Systems,1990,17(2/3):191-209. DOI:10.1080/03081079008935107.

[6] JENSEN R,SHEN Qiang. Fuzzy-rough attribute reduction with application to web categorization[J]. Fuzzy Sets and Systems,2004,141(3):469-485. DOI:10.1016/S0165-0114(03)00021-6.

[7] 赵晋欢,王长忠.基于模糊粗糙集的辨识矩阵属性约简方法[J].渤海大学学报(自然科学版),2019,40(2):146-151. DOI:10.13831/j.cnki.issn.1673-0569.2019.02.008.

[8] 陈毅宁,陈红梅.基于距离比值尺度的模糊粗糙集属性约简[J].计算机科学,2020,47(3):67-72. DOI:10.11896/jsjkx.190100196.

[9] DEMPETER A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. The Annals of Mathematical Statistics,1967,38(2):325-339. DOI:10.1214/aoms/1177698950.

[10] SHAFER G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton:Princeton University Press,1976.

[11] 王永庆.人工智能原理与方法[M].西安:西安交通大学出版社,1998.

[12] CHEN Degang,YANG Wenxia,LI Fachao. Measures of general fuzzy rough sets on a probabilistic space[J]. Information Sciences,2008,178(16):3177-3187. DOI:10.1016/j.ins.2008.03.020.

[13] WU Weizhi,LEUNG Y,SHENG M J. On generalized fuzzy belief functions in infinite spaces[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2009,17(2):385-397. DOI:10.1109/TFUZZ.2009.2013634.

[14] RUAN Da,KERRE E E. Fuzzy implication operators and generalized fuzzy method of cases[J]. Fuzzy Sets and Systems,1999,54(1):23-37. DOI:10.1016/0165-0114(93)90357-N.

[15] YAO Yanqing,MI Jusheng,LI Zhoujun. Attribute reduction based on generalized fuzzy evidence theory in fuzzy decision systems[J]. Fuzzy Sets and Systems,2011,170(1):64-75. DOI:10.1016/j.fss.2011.01.008.

[16] LU Juan,LI Deyu,ZHAI Yanhui,*et al*. Belief and plausibility functions of type-2 fuzzy rough sets[J]. International Journal of Approximate Reasoning,2019(105):194-216. DOI:10.1016/j.ijar.2018.11.017.

(**责任编辑:** 钱筠　　**英文审校:** 黄心中)