

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201912041



事件触发机制下二阶多智能体 系统量化追踪控制

徐光辉^{1,2}, 余蒙^{1,2}, 付波^{1,2}, 赵熙临^{1,2}, 陈洁³

(1. 湖北工业大学 电气与电子工程学院, 湖北 武汉 430068;

2. 湖北工业大学 太阳能高效利用与储能系统运行控制湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430068;

3. 湖北工业大学 理学院, 湖北 武汉 430068)

摘要: 为了解决控制器频繁更新及通信带宽有限性的问题,对二阶线性多智能体系统在事件触发机制下的量化追踪控制进行研究.设计与均匀量化器相关的事件触发控制机制,提出基于事件触发的追踪控制算法,并使用均匀量化器对控制输入中的所有跟随者状态进行量化处理.基于 Lyapunov 稳定性理论分析,得到在该算法下使系统渐近趋于一致的充分条件.研究结果表明,所提出的控制协议可以排除芝诺行为.最后,通过数值实验说明理论结果的有效性.

关键词: 追踪控制; 事件触发; 二阶线性; 多智能体系统; 芝诺行为; 量化处理

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

文章编号: 1000-5013(2020)05-0667-07

Quantitative Tracking Control of Second-Order Multi-Agent System Based on Event Trigger

XU Guanghui^{1,2}, YU Meng^{1,2}, FU Bo^{1,2},
ZHAO Xilin^{1,2}, CHEN Jie³

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;

2. Hubei Key Laboratory of Solar Energy Efficient Utilization and

Operation Control of Energy Storage System, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;

3. School of Science, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)

Abstract: In order to solve the problems of the controller frequent updates and limited communication bandwidth, the problem of quantitative tracking control in the second-order linear multi-agent system under the event-triggered mechanism is studied. An event-triggered control mechanism related to the uniform quantized-data interaction is designed, a tracking control based on event trigger algorithm is proposed, and a uniform quantized-data interaction is used to quantify all follower states in the control input. Based on the analysis of Lyapunov stability theory, sufficient conditions are obtained for the algorithm to make the system approach consensus. The research results show that the proposed control protocol can eliminate Zeno behavior. Finally, numerical simulation illustrates the effectiveness of the theory.

收稿日期: 2019-12-30

通信作者: 徐光辉(1986-),男,讲师,博士,主要从事复杂网络的群集动力学分析与控制、多智能体网络协调控制的研究. E-mail: xgh@hbut.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61603127); 湖北省自然科学基金资助项目(2016CFB514); 湖北工业大学博士科研启动基金资助项目(BSQD2015024, BSQD2015044)

Keywords: tracking control; event-triggering; second-order linear; multi-agent system; Zeno behavior; quantitative processing

近些年,多智能体系统(MAS)的协同控制在工程领域引起了众多研究者的注意^[1-5],例如无人机编队飞行、军事导弹防空部署和快递分拣的移动机器人.刘晨等^[6]研究了系统的最优主从一致性控制问题,设计了一种自适应事件触发的控制算法.王誉达等^[7]分析了 MAS 遭受网络攻击的一致性问题,设计了有关网络攻击的控制协议.在实际的工程应用中,为了降低网络资源的消耗,需要设计相宜的控制方法.事件触发机制由此被提出.在事件触发机制下,当智能体的测量误差满足触发条件时,控制器才会再次更新,从而使得控制器的更新频率明显减少.

近些年,基于事件触发的二阶 MAS 的追踪控制问题引起了众多学者的广泛关注^[8-12].Li 等^[13]分析了在事件触发机制下二阶 MAS 的追踪控制问题.Fan 等^[14]提出了一种改进的事件触发控制算法.在数据通信传输中,信息量化可以减少对网络通信对带宽的需求,但是也会影响系统的稳定性.因此,分析 MAS 在量化环境下的追踪控制问题很有研究意义^[15-18].盖彦荣等^[19]考虑了在有向拓扑下高阶离散 MAS 的量化一致性问题.朱韵茹^[20]分析了在连续时间一致性协议下的信息量化对二阶异质 MAS 稳定性的影响.周慧芹^[21]为了寻找 MAS 稳定的最优解,设计了基于量化的一致性控制算法,并且分析了量化误差对系统收敛性的影响.

综合上述讨论,本文引入改进事件触发机制^[14]和均匀量化方式^[22],以二阶线性 MAS 为研究对象^[23],设计了基于事件触发的二阶线性 MAS 的量化跟踪控制算法,研究其分布式事件触发机制^[24].

1 预备知识及问题描述

1.1 代数图论

用 $G=(V,\epsilon,W)$ 表示一个有向图, $V=(1,2,\cdots,N)$ 表示图 G 的所有顶点的集合,图 G 的有向边表示为 $\epsilon_{i,j}\subset V\times V=\{(i,j),i,j\in V\}$,点 i 的邻居集合表示为 $N_i,N_i=\{j\in V,\epsilon_{j,i}\in\epsilon,j\neq i\}$. $W=(w_{i,j})\in\mathbf{R}^{N,N}$ 表示邻接矩阵,其中, $w_{i,j}$ 表示边 $\epsilon_{i,j}$ 的权重值. $D=\text{diag}(d_1,d_2,\cdots,d_N)\in\mathbf{R}^{N,N}$ 表示入度矩阵,其中, $d_i=\sum_{j=1,i\neq j}^N w_{i,j}$. 相应的,图 G 的 Laplacian 矩阵为 $L=D-W\in\mathbf{R}^{N,N}$,其中, $l_{i,j}=\sum_{j=1,i\neq j}^N w_{i,j},l_{i,j}=-w_{i,j},i\neq j$.

当 MAS 有一个领导者时,领导跟随问题变为跟踪控制问题.用图 $\tilde{G}=(V+1,\epsilon,W)$ 描述有一个领导者的 MAS,其中, $V+1=\{0,1,2,\cdots,N\}$. 节点 0 表示领导者,领导者的邻接矩阵记为 $B=\text{diag}(b_1,b_2,\cdots,b_N)\in\mathbf{R}^{N,N}$,其中,如果领导者可以向智能体 i 发送信息,则 $b_i=1$;否则, $b_i=0$. \mathbf{R}^n 和 $\mathbf{R}^{n\times m}$ 分别表示 n 维实向量空间和 $n\times m$ 实矩阵空间, A 的最大和最小特征值分别记为 $\lambda_{\max}(A)$ 和 $\lambda_{\min}(A)$. \mathbf{I}_N 表示 $(1,1,\cdots,1)^T\in\mathbf{R}_N$. $\|A^{n,m}\|$ 表示 $\sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$,其中 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_N)$. 若矩阵 $Q>0$,那么 $0<\lambda_1(Q)<\lambda_2(Q)<\cdots<\lambda_N(Q)$. $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数.

文中考虑比较常见的均匀量化器^[25-26],定义 $q_u:\mathbf{R}\rightarrow\alpha\mathbf{R}$ 为均匀量化,则均匀量化 q_u 定义为

$$q_u(x)=\alpha\left[\frac{x}{\alpha}+\frac{1}{2}\right].$$

其中: α 和 $\Delta(x)$ 分别表示量化精度和量化误差, $\Delta(x)$ 满足 $q_u(x)-x=\Delta(x),\Delta(x)\in\left(-\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha}{2}\right)$.

1.2 系统描述

给定一个包含 N 个跟随者和一个领导者的 $N+1$ 个智能体 MAS,其二阶线性动态方程分别为

$$\dot{x}_i(t)=v_i(t),\quad \dot{v}_i(t)=u_i(t),\quad i=1,2,\cdots,N,\tag{1}$$

$$\dot{x}_0(t)=v_0(t),\quad \dot{v}_0(t)=0.\tag{2}$$

式(1),(2)中: $x_i(t),v_i(t),u_i(t)\in\mathbf{R}^m$ 分别表示跟随者 i 在时刻 t 的位置状态、速度状态和控制输入;而 $x_0(t),v_0(t)\in\mathbf{R}^m$ 分别表示领导者 0 在时刻 t 的位置状态和速度状态.

2 主要结果及其证明

假设智能体 i 的事件触发时间序列触发为 $t_0^i, t_1^i, t_2^i, \dots, t_k^i, k \in \mathbf{Z}^+$, 其中 $\{t_k^i\}_{k=0}^\infty$ 是单调递增的时间序列. 智能体 i 在 $\{t_k^i\}_{k=0}^\infty$ 时刻会立即向智能体 $j (j \in N_i)$ 拉取测量状态; $x_i(t_k^i), v_i(t_k^i)$ 分别表示跟随者 i 在时刻 t_k^i 的位置和速度状态. 同样的, $x_j(t_k^i), v_j(t_k^i), x_0(t_k^i), v_0(t_k^i)$ 分别表示跟随者 i 的邻居 j 和领导者 0 在 t_k^i 的位置和速度状态; $q_u(x_i(t_k^i)), q_u(v_i(t_k^i)), q_u(x_j(t_k^i))$ 和 $q_u(v_j(t_k^i))$ 分别表示 $x_i(t_k^i), v_i(t_k^i), x_j(t_k^i)$ 和 $v_j(t_k^i)$ 的均匀量化状态. 据此, 提出分布式控制协议为

$$u_i(t) = -\gamma_1 \left[\sum_{j \in N_i} w_{i,j} (q_u(x_i(t_k^i)) - q_u(x_j(t_k^i)) + q_u(v_i(t_k^i)) - q_u(v_j(t_k^i))) \right] - \gamma_1 b_i (q_u(x_i(t_k^i)) - x_0(t_k^i) + q_u(v_i(t_k^i)) - v_0(t_k^i)). \quad (3)$$

式(3)中: $t_{k+1}^i = \inf\{t: t > t_k^i, f_i(t) > 0\}$; $f_i(t)$ 是智能体 $i (i=1, 2, \dots, N)$ 的事件触发函数; γ_1 是控制增益; $f_i(t)$ 是事件触发函数.

令 $\zeta_i(t) = x_i(t) - x_0(t), \mu_i(t) = v_i(t) - v_0(t), i=1, 2, \dots, N$, 则定义状态误差为

$$\left. \begin{aligned} e_{x,i}(t) &= \zeta_i(t_k^i) - \zeta_i(t), & e_{v,i}(t) &= \mu_i(t_k^i) - \mu_i(t), \\ e_{x,i,j}(t) &= \zeta_j(t_k^i) - \zeta_j(t), & e_{v,i,j}(t) &= \mu_j(t_k^i) - \mu_j(t). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

给出如下几个定义, 即

$$\left\{ \begin{aligned} e_x(t) &= (e_{x,1}^T(t), e_{x,2}^T(t), \dots, e_{x,N}^T(t))^T \in \mathbf{R}^{N,m}, \\ e_v(t) &= (e_{v,1}^T(t), e_{v,2}^T(t), \dots, e_{v,N}^T(t))^T \in \mathbf{R}^{N,m}, \\ \bar{e}_{x,i}(t) &= (e_{x,i,1}^T(t), e_{x,i,2}^T(t), \dots, e_{x,i,N}^T(t))^T \in \mathbf{R}^{N,m}, \\ \bar{e}_{v,i}(t) &= (e_{v,i,1}^T(t), e_{v,i,2}^T(t), \dots, e_{v,i,N}^T(t))^T \in \mathbf{R}^{N,m}, \\ \bar{e}_x(t) &= (\bar{e}_{x,1}^T(t), \bar{e}_{x,2}^T(t), \dots, \bar{e}_{x,N}^T(t))^T \in \mathbf{R}^{N^2,m}, \\ \bar{e}_v(t) &= (\bar{e}_{v,1}^T(t), \bar{e}_{v,2}^T(t), \dots, \bar{e}_{v,N}^T(t))^T \in \mathbf{R}^{N^2,m}. \end{aligned} \right.$$

由均匀量化性质可知, $\Delta(x_i(t_k^i)) = q_u(x_i(t_k^i)) - x_i(t_k^i), \Delta(v_i(t_k^i)) = q_u(v_i(t_k^i)) - v_i(t_k^i), i=1, 2, \dots, N$. 则量化误差定义为

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_{x,i}(t) &= \Delta(x_i(t_k^i)), & \Delta_x(t) &= (\Delta_{x,1}^T, \Delta_{x,2}^T, \dots, \Delta_{x,N}^T)^T, \\ \Delta_{v,i}(t) &= \Delta(v_i(t_k^i)), & \Delta_v(t) &= (\Delta_{v,1}^T, \Delta_{v,2}^T, \dots, \Delta_{v,N}^T)^T. \end{aligned} \right.$$

智能体 i 的事件触发函数 $f_i(t)$ 设计为

$$f_i(t) = (b_i + d_i) \|e_{x,i}(t) + e_{v,i}(t)\| + \|W_i\| \|e_{x,i,j}(t) + e_{v,i,j}(t)\| - \rho_i E_i(t). \quad (5)$$

式(5)中: $E_i(t) = \sqrt{E_{i,1}^2(t) + E_{i,2}^2(t)}$; $E_{i,1}(t) = \sum_{j \in N_i} (\|w_{i,j}(q_u(x_i(t)) - q_u(x_j(t)))\| + \|w_{i,j}(q_u(v_i(t)) - q_u(v_j(t)))\|), E_{i,2}(t) = b_i (\|q_u(x_i(t)) - x_0(t)\| + \|q_u(v_i(t)) - v_0(t)\|), \rho_i > 0$; W_i 表示为加权邻接矩阵 W 的第 i 行.

根据上述的均匀量化性质 $q_u(x) - x = \Delta(x)$ 及式(4), 可得控制协议的紧凑形式为

$$u(t) = -(\gamma_1(L+B) \otimes I_N)(\zeta(t) + \mu(t)) - (\gamma_1(L+B) \otimes I_N)(\Delta_x(t) + \Delta_v(t)) - (\gamma_1(D+B) \otimes I_N)(e_x(t) + e_v(t)) + (\gamma_1 \tilde{W} \otimes I_N)(\bar{e}_x(t) + \bar{e}_v(t)).$$

上式中: $\zeta(t) = (\zeta_1^T, \zeta_2^T, \dots, \zeta_N^T)^T \in \mathbf{R}^{N,m}; \mu(t) = (\mu_1^T, \mu_2^T, \dots, \mu_N^T)^T \in \mathbf{R}^{N,m}; \tilde{W} = \text{diag}\{W_1, W_2, \dots, W_N\} \in \mathbf{R}^{N,N^2}; D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\} \in \mathbf{R}^{N,N}$.

在控制协议(3)和事件触发函数(5)作用下分析 MAS(1), (2)的收敛性, 则系统(1), (2)可改为

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= \mu(t), \\ \dot{\mu}(t) &= -(\gamma_1(L+B) \otimes I_N)(\zeta(t) + \mu(t)) - (\gamma_1(L+B) \otimes I_N)(\Delta_x(t) + \Delta_v(t)) - \\ &\quad [\gamma_1(D+B) \otimes I_N](e_x(t) + e_v(t)) + (\gamma_1 \tilde{W} \otimes I_N)(\bar{e}_x(t) + \bar{e}_v(t)). \end{aligned} \right. \quad (6)$$

定理 1 假设图 \tilde{G} 包含一个有向生成树, 领导者作为根节点. 考虑二阶线性 MAS(1), (2), 在分布

式控制协议(3)和事件触发函数(5)的作用下,如果 $\lambda_{\min}[\gamma_1((\mathbf{L}+\mathbf{L}^T)/2+\mathbf{B})-\mathbf{I}_N]>2\theta$, 其中 $\theta=s\rho\vartheta, s=\max\{\xi,\eta\}, \xi=\frac{\|\mathbf{B}+\mathbf{D}\|}{(b_i+d_i)_m}, \eta=\frac{\|\tilde{\mathbf{W}}\|}{\|\mathbf{W}_m\|}, \rho=\min\{\rho_i, i=1,2,\cdots,N\}, \vartheta=\sqrt{2w_M^2(N-C-1)+b_M^2}$. 则所有跟

随者的位置和速度分别收敛到

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}_0(t)-x_0(t)\mathbf{I}_N\| &\leq \psi/[\gamma_1\lambda_{\min}((\mathbf{L}+\mathbf{L}^T)/2+\mathbf{B})-2\theta], \\ \|\mathbf{v}_i(t)-\mathbf{v}(t)-v_0(t)\mathbf{I}_N\| &\leq \phi/[\lambda_{\min}[\gamma_1(\mathbf{L}+\mathbf{L}^T)/2+\mathbf{B}-\mathbf{I}_N]-2\theta]. \end{aligned}$$

其中: $\psi=\Psi+\frac{N\alpha^2}{2}\theta\gamma_1, \Psi=\sqrt{N}\alpha\gamma_1\|\mathbf{L}+\mathbf{B}\|$. 此外,也排除了芝诺行为的发生.

证明:令 $\mathbf{z}(t)=(\boldsymbol{\zeta}^T(t), \boldsymbol{\mu}^T(t))^T$, 构造 Lyapunov 函数为

$$V(t)=\frac{1}{2}\mathbf{z}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{z}(t). \tag{7}$$

其中: $\mathbf{P}=\begin{bmatrix} \gamma_1(\mathbf{L}+\mathbf{L}^T+2\mathbf{B}) & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{I}_N \end{bmatrix}$. 当 $\lambda_{\min}(\gamma_1(\mathbf{L}+\mathbf{L}^T+2\mathbf{B})-\mathbf{I}_N)>0$ 时, $V(t)$ 的正定性可以被保证.

对式(7)求导,再将式(6)代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\boldsymbol{\zeta}^T(t)((\mathbf{L}+\mathbf{B})\otimes\mathbf{I}_N)\boldsymbol{\zeta}(t)-\gamma_1\boldsymbol{\mu}^T(t)(\gamma_1(\mathbf{L}+\mathbf{B}-\mathbf{I}_N)\otimes\mathbf{I}_N)\boldsymbol{\mu}(t)+ \\ &\quad (\boldsymbol{\zeta}^T(t)+\boldsymbol{\mu}^T(t))[\gamma_1\boldsymbol{\Pi}(t)+(\gamma_1(\mathbf{L}+\mathbf{B})\otimes\mathbf{I}_N)(\boldsymbol{\Delta}_x(t)+\boldsymbol{\Delta}_v(t))]. \end{aligned}$$

其中: $\boldsymbol{\Pi}(t)=[(\mathbf{D}+\mathbf{B})\otimes\mathbf{I}_N](\mathbf{e}_x(t)+\mathbf{e}_v(t))-(\tilde{\mathbf{W}}\otimes\mathbf{I}_N)(\bar{\mathbf{e}}_x(t)+\bar{\mathbf{e}}_v(t))$.

根据范数的性质,量化误差 $\boldsymbol{\Delta}_x(t), \boldsymbol{\Delta}_v(t)$ 都满足 $\|\boldsymbol{\Delta}_x(t)\|, \|\boldsymbol{\Delta}_v(t)\|\leq\frac{\sqrt{N}\alpha}{2}$. 定义 $\Psi=\sqrt{N}\alpha\gamma_1\|\mathbf{L}+\mathbf{B}\|$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\gamma_1\boldsymbol{\zeta}^T(t)((\mathbf{L}+\mathbf{B})\otimes\mathbf{I}_N)\boldsymbol{\zeta}(t)-\boldsymbol{\mu}^T(t)(\gamma_1(\mathbf{L}+\mathbf{B}-\mathbf{I}_N)\otimes\mathbf{I}_N)\boldsymbol{\mu}(t)+ \\ &\quad (\|\boldsymbol{\zeta}^T(t)\|+\|\boldsymbol{\mu}^T(t)\|)(\gamma_1\|\boldsymbol{\Pi}(t)\|)+\Psi. \end{aligned} \tag{8}$$

根据事件触发函数(5)的定义,有

$$(b_i+d_i)\|e_{x,i}(t)+e_{v,i}(t)\|\leq\sigma_{i,1}\rho_iE_i(t), \quad \|\mathbf{W}_i\|\|e_{x,i,j}(t)+e_{v,i,j}(t)\|\leq\sigma_{i,2}\rho_iE_i(t).$$

其中: $\sigma_{i,1}, \sigma_{i,2}>0$, 并且满足 $\sigma_{i,1}+\sigma_{i,2}=1$.

根据范数性质, $\|x-y\|^2\leq 2(x^2+y^2), x, y\in\mathbf{R}^n$, 可以得到

$$\begin{aligned} (\gamma_{i,1}\rho_iE_i(t))^2 &\leq \sigma_{i,1}^2\rho_i^2[2w_{i,M}^2\sum_{j\in N_j}(\|\boldsymbol{\mu}_i(t)\|^2+\|\boldsymbol{\mu}_j(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_{x,i}(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_{x,j}(t)\|^2+ \\ &\quad \|\boldsymbol{\zeta}_i(t)\|^2+\|\boldsymbol{\zeta}_j(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_{v,i}(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_{v,j}(t)\|^2)+ \\ &\quad b_M^2(\|\boldsymbol{\mu}_i(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_{x,i}(t)\|^2+\|\boldsymbol{\zeta}_i(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_{v,i}(t)\|^2)], \\ w_{i,M} &= \max\{w_{i,j}, i=1,2,\cdots,N\}, \quad b_M = \max\{b_i, i=1,2,\cdots,N\}. \end{aligned}$$

因此有

$$\begin{aligned} (b_i+d_i)_m^2\sum_{i=1}^N\|e_{x,i}(t)+e_{v,i}(t)\|^2 &\leq \sum_{i=1}^N(b_i+d_i)^2\|e_{x,i}(t)+e_{v,i}(t)\|^2\leq \\ &\rho^2\vartheta^2(\|\boldsymbol{\mu}(t)\|^2+\|\boldsymbol{\zeta}(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_x(t)\|^2+\|\boldsymbol{\Delta}_v(t)\|^2). \end{aligned}$$

上式中: $\vartheta=\sqrt{2w_M^2(N-C-1)+b_M^2}, w_M=\max\{w_{i,M}, i=1,2,\cdots,N\}, \rho=\min\{\rho_i, i=1,2,\cdots,N\}, N=\max\{|N_i|, i=1,2,\cdots,N\}$. 从而,可得到

$$\|\mathbf{B}+\mathbf{D}\|\|\mathbf{e}_x(t)+\mathbf{e}_v(t)\|\leq\rho\vartheta\xi(\|\boldsymbol{\mu}(t)\|+\|\boldsymbol{\zeta}(t)\|+\frac{N\alpha^2}{2}).$$

其中: $\xi=\frac{\|\mathbf{B}+\mathbf{D}\|}{(b_i+d_i)_m}, (b_i+d_i)_m=\min\{b_i+d_i|i=1,2\cdots N\}$. 同理可得

$$\|\tilde{\mathbf{W}}\|\|e_{x,i,j}(t)+e_{v,i,j}(t)\|\leq\rho\vartheta\eta(\|\boldsymbol{\mu}(t)\|+\|\boldsymbol{\zeta}(t)\|).$$

其中: $\eta=\frac{\|\tilde{\mathbf{W}}\|}{\|\mathbf{W}_m\|}, \|\mathbf{W}_m\|=\min\{\|\mathbf{W}_i\||i=1,2,\cdots,N\}$, 取 $s=\max\{\xi,\eta\}$. 综上可得

$$\| \mathbf{B} + \mathbf{D} \| \| \mathbf{e}_x(t) + \mathbf{e}_v(t) \| + \| \tilde{\mathbf{W}} \| \| \bar{\mathbf{e}}_x(t) + \bar{\mathbf{e}}_v(t) \| \leq \theta (\| \boldsymbol{\mu}(t) \| + \| \boldsymbol{\zeta}(t) \| + \frac{N\alpha^2}{2}),$$

其中: $\theta = s\rho\vartheta$, 从而可得到

$$\| \mathbf{H}(t) \| \leq \theta (\| \boldsymbol{\mu}(t) \| + \| \boldsymbol{\zeta}(t) \| + \frac{N\alpha^2}{2}).$$

由式(8)和上述证明可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\gamma_1 \lambda_{\min}((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) \| \boldsymbol{\zeta}(t) \|^2 + \lambda_{\min}[\gamma_1((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) \mathbf{I}_N] \| \boldsymbol{\mu}(t) \|^2 + \\ & (\| \boldsymbol{\zeta}^T(t) \| + \| \boldsymbol{\mu}^T(t) \|) [\theta \gamma_1 (\| \boldsymbol{\zeta}(t) \| + \| \boldsymbol{\mu}(t) \| + \frac{N\alpha^2}{2}) + \Psi]. \end{aligned}$$

根据规范的性质和 $ab \leq \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$, 令 $\phi = \Psi + \frac{N\alpha^2}{2}\theta\gamma_1$, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -[\gamma_1 \lambda_{\min}((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) - 2\theta] \| \boldsymbol{\zeta}(t) \| - \phi \| \boldsymbol{\zeta}(t) \| - \\ & \{ [\lambda_{\min}(\gamma_1((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) - \mathbf{I}_N) - 2\theta] \| \boldsymbol{\mu}(t) \| - \phi \} \| \boldsymbol{\mu}(t) \|. \end{aligned}$$

当 $\gamma_1 > 2\theta\{\lambda_{\min}[\gamma_1((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) - \mathbf{I}_N]\}$, 可以得到所有跟随者的位置和速度分别收敛为

$$\begin{aligned} \{ \mathbf{x}(t) \mid \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t) \mid \mathbf{I}_N \} & \leq \phi / [\gamma_1 \lambda_{\min}((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) - 2\theta], \\ \{ \mathbf{v}(t) \mid \mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_0(t) \mid \mathbf{I}_N \} & \leq \phi / [\lambda_{\min}[\gamma_1((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) - \mathbf{I}_N] - 2\theta]. \end{aligned}$$

以下需证明任意两个事件触发间隔都有一个严格的正下界. 设系统中所有智能体的速度和加速度都存在一个正数上限, 即 $\bar{\omega}_v > 0$ 和 $\bar{\omega}_a > 0$. 对于智能体 i , 在 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 时, 对 $e_{x,i}(t)$ 求时间的导数, 存在 $\frac{d}{dt} \| e_{x,i}(t) \| \leq \| \dot{e}_{x,i}(t) \| = \| \dot{x}_i(t) - \dot{x}_0(t) \| = \| v_i(t) - v_0(t) \| \leq 2\bar{\omega}_v$, 故 $\| e_{x,i}(t) \| \leq 2\bar{\omega}_v(t - t_k^i)$. 同样在 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 时, 可得 $\| e_{v,i}(t) \| \leq \bar{\omega}_a(t - t_k^i)$, $\| e_{x,i,j}(t) \| \leq 2\bar{\omega}_v(t - t_k^i)$, $\| e_{v,i,j}(t) \| \leq \bar{\omega}_a(t - t_k^i)$.

进一步可得到, $(b_i + d_i) \| e_{x,i}(t) + e_{v,i}(t) \| + \| \mathbf{W}_i \| \| e_{x,i,j}(t) + e_{v,i,j}(t) \| \leq (b_i + d_i + \sqrt{|N_i|} \times \| \mathbf{W}_i \|) (2\bar{\omega}_v + \bar{\omega}_a)(t - t_k^i)$. 在序列 $\{t_k^i\}_{k=0}^\infty$ 时, 事件触发函数 $f_i(t) = 0$, 故 $(b_i + d_i) \| e_{x,i}(t) + e_{v,i}(t) \| + \| \mathbf{W}_i \| \| e_{x,i,j}(t) + e_{v,i,j}(t) \| = \rho_i E_i(t)$. 在系统渐近趋于一致之前, 存在 $T_0 > 0$, 使得 $\rho_i E_i(t) \geq T_0$, 从而可以得到 $(b_i + d_i + \sqrt{|N_i|} \| \mathbf{W}_i \|) (2\bar{\omega}_v + \bar{\omega}_a)(t - t_k^i) > T_0$. 因此, 可以获得智能体 i 的任意两个触发事件之间的时间间隔的下限为 $\tau = t_{k+1}^i - t_k^i > T_0 / [(b_i + d_i + \sqrt{|N_i|} \| \mathbf{W}_i \|) (2\bar{\omega}_v + \bar{\omega}_a)(t - t_k^i)] > 0$, 从而可排除芝诺行为. 定理 1 的证明完成.

3 仿真实验与分析

考虑一个由一个领导者和 4 个跟随者共 5 个智能体组成的 MAS. 图 1 为其通信拓扑图. 相应的加权连接矩阵 $\mathbf{W} = (0, 1, 0, 0; 1, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 1; 0, 1, 1, 0)$, 入度矩阵 $\mathbf{D} = (1, 0, 0, 0; 0, 1, 0, 0; 0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 2)$, 以及 $\mathbf{B} = (1, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 1)$, 则领导者的初始位置和初始速度分别为 $\mathbf{x}_0(0) = (0.32, 0.15)^T$, $\mathbf{v}_0(0) = (0.5, 0.5)^T$. 因此, 跟随者的初始位置和速度分别为 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) = \begin{pmatrix} -0.10 & 0.12 & -0.25 & -0.4 \\ -0.12 & 0.16 & -0.35 & -0.24 \end{pmatrix}$, $(v_1(0), v_2(0), v_3(0), v_4(0)) = \begin{pmatrix} 0.20 & 0.32 & 0.23 & 0.14 \\ 0.22 & 0.26 & 0.35 & 0.24 \end{pmatrix}$. 跟随者与领导者的位置差和速度差轨迹图, 分别如图 2, 3 所示. 图 4 为事件触发时间序列图. 图 4 中: T 为机器人的事件时间.

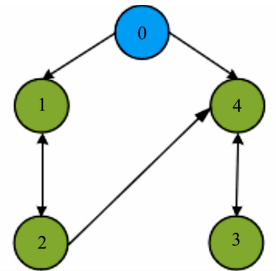


图 1 通信拓扑图
Fig. 1 Communication topology diagram

使用均匀量化器并选择量化误差参数 $\alpha = 0.05$, 以及选择控制增益参数 $\gamma_1 = 3$, 计算可得 $\lambda_{\min}(\gamma_1 \times ((\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 + \mathbf{B}) - \mathbf{I}_N) = 0.459$, $(b_i + d_i)_m = 1$, $\| \mathbf{W}_m \| = 1$ 及 $s = 1, N = 2, \kappa = 1.74, \rho = 0.131$. 由图 2, 3 可知: 在时间 $t = 4$ s 时, 跟随者的位置和速度状态分别收敛到领导者位置和速度状态的有界值. 由图 4 可知: 在时间 $t = 4$ s 之后, 芝诺行为不会出现.

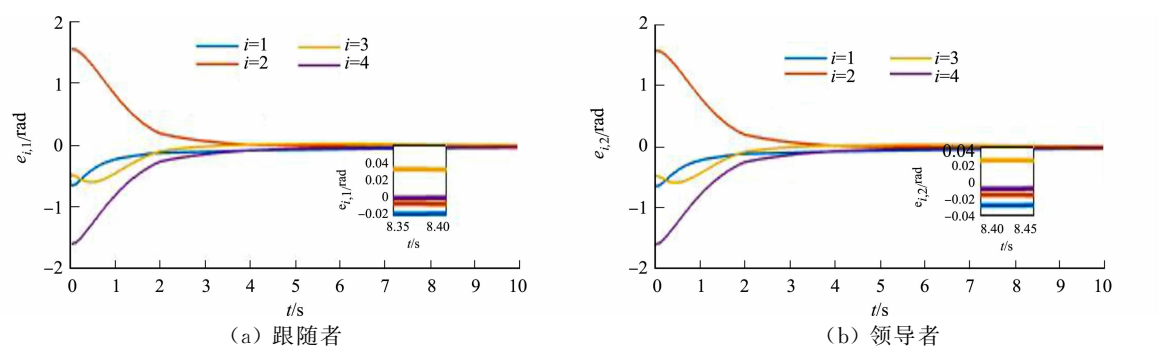


图 2 跟随者与领导者的位置差轨迹图

Fig. 2 Position difference trajectory of followers and leader

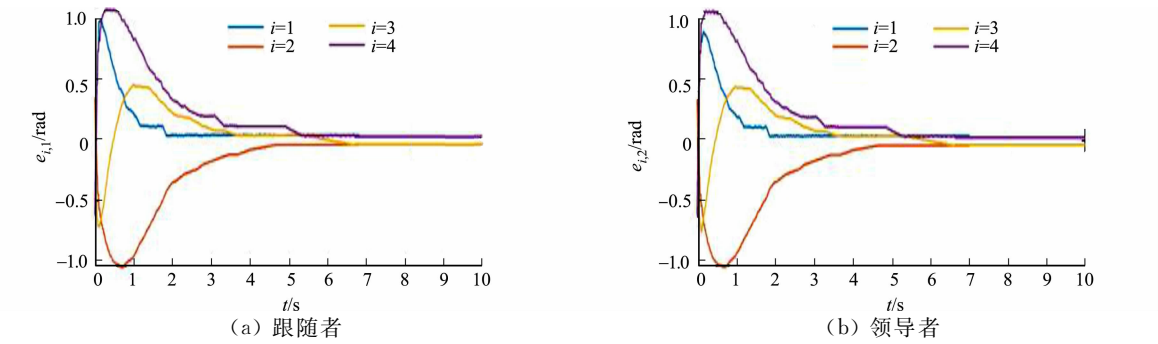


图 3 跟随者与领导者的速度差轨迹图

Fig. 3 Tracking diagram of speed difference between followers and leaders

4 结束语

文中研究了基于事件触发的二阶线性 MAS 的量化追踪问题,设计了基于事件触发的追踪控制算法.事件触发机制与均匀量化器有关,其中所有的跟随者的状态信息都先进行均匀量化处理,然后再进行信息交互的.基于构建的合适 Lyapunov 函数,分析得到了与控制增益参数和量化参数有关的系统稳定的充分条件.最后,通过仿真实例验证了理论结果的可行性和有效性.

参考文献:

[1] TIAN Lei,JI Zhijian,HOU Ting,*et al.* Bipartite consensus of edge dynamics on coopetition multi-agent systems[J]. Science China Information Sciences,2019,62(12):229-237. DOI:10.1007/s11432-018-9533-3.

[2] ZHAN Jingyuan,JIANG Zhongping,WANG Yebin,*et al.* Distributed model predictive consensus with self-triggered mechanism in general linear multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(7): 3987-3997. DOI:10.1109/TII.2018.2884449.

[3] ZHANG Xieyan,CHEN Linfeng,CHEN Yan. Consensus analysis of multi-agent systems with general linear dynamics and switching topologies by non-monotonically decreasing Lyapunov function[J]. Systems Science and Control Engineering An Open Access Journal,2019,7(1):179-188. DOI:10.1080/21642583.2019.1620654.

[4] 林瑜阳,李钟慎. 离散多智能体系统分组一致性分析[J]. 华侨大学学报(自然科学版),2017,38(3):306-311. DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201703005.

[5] LIU Lili,ZHU Shihua,WU Baowei. Asynchronous sampled-data consensus of singular multi-agent systems based on event-triggered strategy[J]. International Journal of Systems Science,2019,50(8):1-13. DOI:10.1080/00207721.2019.1616232.

[6] 刘晨,刘磊. 基于事件触发策略的多智能体系统的最优主-从一致性分析[J]. 应用数学和力学,2019,4(11):1278-1288. DOI:10.21656/1000-0887.400216.

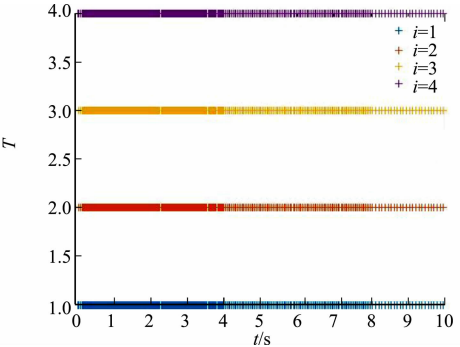


图 4 事件触发时间序列图

Fig. 4 Time sequence diagram of event-triggered

- [7] 王誉达,查利娟,刘金良,等.基于事件触发和欺骗攻击的多智能体一致性控制[J].南京信息工程大学学报(自然科学版),2019,3(4):380-389. DOI:10.13878/j.cnki.jnuist.2019.04.003.
- [8] LIU Xiangdong, DU Changkun, LIU Haikuo, *et al.* Distributed event-triggered consensus control with fully continuous communication free for general linear multi-agent systems under directed graph[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(1): 276-288. DOI: 10.1002/rnc.3857.
- [9] GE Xiaohua, HAN Qinglong, WANG Zidong. A threshold-parameter-dependent approach to designing distributed event-triggered H_∞ consensus filters over sensor networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1148-1159. DOI: 10.1109/TCYB.2017.2789296.
- [10] 杨彬,周琪,曹亮,等.具有指定性能和全状态约束的多智能体系统事件触发控制[J].自动化学报,2019,45(8): 145-156. DOI: 10.16383/j.aas.c190252.
- [11] 周军,童东兵,陈巧玉.基于事件触发控制带有多时变时滞的主从系统同步[J].应用数学和力学,2019,40(12): 1389-1398. DOI: 10.21656/1000-0887.400152.
- [12] 董滔,李小丽,赵大端.基于事件触发的三阶离散多智能体系统一致性分析[J].自动化学报,2019,45(7): 329-328. DOI: 10.16383/j.aas.2017.c170406.
- [13] LI Huaqing, LIAO Xiaofeng, HUANG Tingwen, *et al.* Event-triggering sampling based leader-following consensus in second-order multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(7): 1998-2003. DOI: 10.1109/tac.2014.2365073.
- [14] FAN Yuan, FENG Gang, WANG Yong, *et al.* Distributed event-triggered control of multi-agent systems with combinational measurements[J]. Automatica, 2013, 49(2): 671-675. DOI: 10.1016/j.automatica.2012.11.010.
- [15] YUAN Deming, XU Shengyuan, ZHAO Huanyu, *et al.* Distributed dual averaging method for multi-agent optimization with quantized communication[J]. Systems and Control Letters, 2012, 61(11): 1053-1061. DOI: 10.1016/j.sysconle.2012.06.004.
- [16] DENG Xiongfeng, SUN Xiuxia, LIU Ri. Quantized consensus control for second-order nonlinear multi-agent systems with sliding mode iterative learning approach[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2018, 19(2): 518-533. DOI: 10.1007/s42405-018-0043-1.
- [17] XIAO Jianming, SONG Qijiang. Recursive identification of quantized linear systems[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2019, 32(4): 985-996. DOI: 10.1007/s11424-019-8207-z.
- [18] LI Hanfeng, LIU Qingrong, ZHANG Xianfu, *et al.* Quantized control for the class of feedforward nonlinear systems[J]. Science China Information Sciences, 2019, 62(8): 89-97. DOI: 10.1007/s11432-017-9552-9.
- [19] 盖彦荣,齐耀辉,陈阳舟.高阶离散时间多智能体系统的量化一致性[J].数学物理学报,2017,37(6): 214-219. DOI: 10.3969/j.issn.1003-3998.2017.06.016.
- [20] 朱韵茹.几类多智能体系统的量化一致性和包围控制[D].西安:西安电子科技大学,2016.
- [21] 周慧芹.基于量化信息的多智能体鞍点问题的算法设计与收敛性分析[D].南京:南京邮电大学,2015.
- [22] YI Xinlei, LU Wenlian, CHEN Tianping. Distributed event-triggered consensus for multi-agent systems with directed topologies[C]//Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Yinchuan: IEEE Press, 2016: 434-439. DOI: 10.1109/CCDC.2016.7531095.
- [23] ZHANG Zhiqiang, ZHANG Lin, HAO Fei, *et al.* Periodic event-triggered consensus with quantization[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2015, 63(4): 122-131. DOI: 10.1109/TCSII.2015.2505038.
- [24] ANQI F, MANUEL M. Decentralized periodic event-triggered control with quantization and asynchronous communication[J]. Automatica, 2018, 94(3): 294-299. DOI: 10.1016/j.automatica.2018.04.045.
- [25] LI Jueyou, CHEN Guo, WU Zhiyou, *et al.* Distributed subgradient method for multi-agent optimization with quantized communication[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2016, 40(4): 371-375. DOI: 10.1002/mma.4044.
- [26] MA Ji, JI Haibo, SUN Dong, *et al.* An approach to quantized consensus of continuous-time linear multi-agent systems[J]. Automatica, 2018, 91(5): 98-104. DOI: 10.1016/j.automatica.2018.01.028.

(责任编辑:黄仲一 英文审校:吴逢铁)