

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201908005



# 采用稀疏表示和小波变换的 超分辨率重建算法

张健, 黄德天, 林炎明

(华侨大学 工学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 为了提高超分辨率重建图像的质量, 提出一种基于稀疏表示和小波变换的超分辨率重建算法。首先, 将小波变换的多尺度性、多方向性与稀疏表示的灵活性相结合, 构建一种双稀疏编码(DSC)模型, 提高稀疏系数的精度。然后, 在双稀疏编码模型中引入局部线性嵌入正则化项(LLER), 以更好地保留图像的结构; 在重建过程中, 对输入的低分辨率图像进行小波分解, 得到 3 幅不同方向的高频子图, 并采用提出的模型对其进行重建。最后, 利用逆小波得到最终的高分辨率图像。实验结果表明: 与多种主流的超分辨率算法相比, 文中算法无论在主观视觉效果还是在峰值信噪比和结构相似度两个客观评价指标上, 都取得了更好的效果。

**关键词:** 图像处理; 超分辨率; 稀疏表示; 局部线性嵌入; 小波变换

中图分类号: TP 391

文献标志码: A

文章编号: 1000-5013(2020)02-0250-10

## Super-Resolution Reconstruction Algorithm Using Sparse Representation and Wavelet Transform

ZHANG Jian, HUANG Detian, LIN Yanming

(College of Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** To improve the quality of super-resolution reconstruction images, a super-resolution reconstruction algorithm based on sparse representation and wavelet transform is proposed. Firstly, combining the multi-scale and multi-directionality of wavelet transform with the flexibility of sparse representation, a dual sparse coding (DSC) model is constructed to improve the accuracy of sparse coefficients. Then, a locally linear embedding regularization (LLER) term is introduced to better preserve the structure of the image. In the process of image reconstruction, three high-frequency subbands with different directional characteristics, obtained by performing wavelet decomposition on the input LR image, are reconstructed by the proposed LLER-DSC model, respectively. Finally, the final high-resolution image is obtained by inverse wavelet transform. Experiments illustrate that the proposed approach outperforms several state-of-the-art super-resolution algorithms in terms of subjective visual quality and objective evaluation indices including peak signal-to-noise ratio and structural similarity.

**Keywords:** image processing; super-resolution; sparse representation; locally linear embedding; wavelet transform

收稿日期: 2019-08-01

通信作者: 黄德天(1985-), 男, 副教授, 博士, 主要从事计算机视觉、机器学习和嵌入式系统的研究. E-mail: huangdetian@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金资助项目(61901183); 福建省教育厅中青年教师教育科研项目(JAT170053); 福建省自然科学基金面上资助项目(2019J01083); 福建省泉州市高层次人才创新创业项目(2017G046)

超分辨率重建是根据给定的低分辨率(LR)图像及其先验知识恢复出高频细节. 基于稀疏表示的超分辨率(SR)算法涉及两个阶段,即字典学习和稀疏编码. Yang 等<sup>[1]</sup>开创性地将压缩感知运用到超分辨率算法中,首先,从 LR 和高分辨率(HR)图像块中学习联合字典;然后,计算 LR 图像块的稀疏系数;最后,将 HR 字典和稀疏系数线性组合来表示重建的 HR 图像块. Zeyde 等<sup>[2]</sup>在文献[1]的基础上进行改进,利用主成分分析法(PCA)对提取的特征进行降维,采用不同的方法训练字典,并用正交匹配追踪(OMP)算法<sup>[3]</sup>求解稀疏编码模型,从而获得更好的重建效果,并在一定程度上提高了重建速度.

由于小波变换具有多方向性、多尺度性等特性,能分离出图像的高频和低频信息,Nazzal 等<sup>[4]</sup>把小波变换运用到字典训练和图像重建中. Chang 等<sup>[5]</sup>把流形学习中的局部线性嵌入(LLE)方法引入 SR 算法中,得到的重建图像较好地保留了原始图像的流形结构. Dong 等<sup>[6]</sup>利用图像的局部与非局部信息,在稀疏编码阶段分别引入自回归(AR)与非局部(NL)自相似正则化项,提升了重建图像的边缘细节. 图像的非局部相似性最早由 Efros 等<sup>[7]</sup>提出,随后被广泛应用于图像去噪和复原. Chen 等<sup>[8]</sup>将非局部自相似和局部光滑先验同时加入超分辨率算法中,并用分裂 Bregman 迭代优化算法求解目标函数,取得较好的重建效果. Dong 等<sup>[9]</sup>综合考虑图像的非局部相似性和多尺度相似性,并将其融入压缩感知模型,取得了良好的重建效果. Huang 等<sup>[10]</sup>改进了稀疏自动编码器,将其应用于超分辨率算法,该算法能有效地重建真实的医疗图像,恢复出更精细的边缘和纹理等细节. Wu 等<sup>[11]</sup>利用 PCA 训练 4 组子字典,分别描述低频子图和 3 幅高频子图之间的关系. Ayas 等<sup>[12]</sup>提出一种新型超分辨率重建算法,通过构建包含小波域中重要信息的字典恢复重建图像中的高频信息. 考虑到在图像经小波分解后,边缘和纹理信息主要集中在 3 个 HF 子图上,王相海等<sup>[13]</sup>通过所提出的多角度模板对每个细节子图进行插值. 上述 3 种算法重建的边缘和纹理信息更准确. 对于磁共振成像,图像的分辨率、信噪比和扫描时间是 3 个相互制约的因素,它们不可能同时达到最优的状态. 因此,磁共振设备捕获到的磁共振图像(MRI)通常是低分辨率的. Plenge 等<sup>[14]</sup>比较了 6 种 SR 方法与直接采集高分辨率 MRI 方法的性能,结果表明,SR 方法能有效地平衡上述 3 个制约因素,比以增加扫描时间或降低图像分辨率为代价采集 MRI 更具优越性. 因此,SR 重建能经济有效地提高 MRI 的分辨率.

近年来,大量基于学习的 MRI SR 方法<sup>[15-22]</sup>利用学习的图像先验知识作为约束,解决图像重建的不适定逆问题. 受上述文献的启发,结合小波变换的多尺度特性、多方向性与稀疏表示的灵活性,本文提出一种基于稀疏表示和小波变换的超分辨率算法.

## 1 超分辨率重建算法

借鉴 Nazzal 等<sup>[4]</sup>提出的 SR 方法,先对待重建图像进行小波分解;然后,对 3 个不同方向特性的高频子图分别进行超分辨率重建;最后,对重建得到的高频子图进行逆小波变换,得到最终的 HR 重建图像. 此外,为了充分利用图像的高频信息,将小波变换运用于字典训练中,分别训练水平、垂直、对角方向的字典对 $(D_i^h, D_i^l)$ , $i=h,v,d$ 代表水平、竖直和对角线 3 个方向.

### 1.1 稀疏编码模型

为了提升超分辨率算法的性能,在对冗余字典下的图像系数进行稀疏约束的同时,对重建的高频子图像也进行稀疏约束,从而建立一种双稀疏编码模型. 考虑到自然图像通常具有复杂的结构特征,仅使用单一的稀疏性作为约束条件无法重建出高质量的图像. 因此,为了保留图像的流形结构,在双稀疏编码模型中加入局部线性嵌入正则化项(LLER).

1.1.1 双稀疏编码(DSC)模型 除了图像在学习字典下的系数必须是稀疏的,考虑到重建后的高频图像同样具有稀疏性,在稀疏编码的阶段,不仅对冗余字典的系数进行稀疏约束,同时对重建得到的高频信息也进行稀疏约束,并由此建立双稀疏编码模型,即

$$\min_{\alpha_h^m} \lambda \|\alpha_h^m\|_1 + \beta \|D_h^m \alpha_h^m\|_1 + \|D_h^m \alpha_h^m - w^m\|_2^2. \tag{1}$$

式(1)中: $\alpha_h^m$ 、 $\alpha_l^m$ 分别是 HR 和 LR 子图的稀疏系数; $D_h^m$ 、 $D_l^m$ 分别是 HR 和 LR 的子字典; $D_h \alpha$ 是重建得到的高频图像; $w^m$ ( $m=h,v,d$ )代表水平、竖直和对角线 3 个方向的 LR 细节子图; $\lambda$ 是正则化参数,用于平衡稀疏系数的稀疏性和  $w^m$  的保真度; $\beta$ 是正则化参数,用于平衡小波域的稀疏性权重,并且对噪声具

有鲁棒性.

根据 HR 细节子图的稀疏系数与 LR 细节子图的稀疏系数相同的假设<sup>[9]</sup>, 令  $\alpha_h^m = \alpha_l^m = \alpha^m$ , 那么 DSC 模型可改写为

$$\min_{\alpha^m} \lambda \|\alpha^m\|_1 + \beta \|D_h^m \alpha^m\|_1 + \|D_l^m \alpha^m - w^m\|_2^2.$$

(2)

将待重建的图像经小波分解得到 1 幅低频子图与 3 幅高频子图, 由于高频子图对应的高频信息具有稀疏性, 所以, 通过式(1)分别对 3 个高频信息进行重建. 对重建后的 3 幅高频子图(LH, HL, HH)和 LR 低分辨率图像再进行逆小波变换, 得到最后的高分辨率图像, 其重建流程, 如图 1 所示.

1.1.2 局部线性嵌入正则化 在基于稀疏表示的 SR 算法中, 图像结构信息的丢失或不足将导致重建后的图像缺乏明显的结构特征, 且若图像的流形结构能够被保留, 则可以为后续的图像重建提供足够的结构信息. 因此, 为了更好地保留图像原有的流形结构, 在稀疏编码过程中加入 LLE 正则化项. LLE 是流形学习中的经典算法, 在处于同一流形的前提下, 该方法假设 LR 图像能够由其最近邻线性表示, 那么, 相应的稀疏系数也能通过相应的近邻点使用相同的权值线性表示. 重构权值  $q_{i,j}^m$  可表示为

$$\left. \begin{aligned} q_{i,j}^m &= \arg \min_{q_{i,j}^m} \left\| w_i^m - \sum_{j \in N(w_i^m)} q_{i,j}^m \cdot w_j^m \right\|_2^2, \\ \text{s. t. } \sum_{j \in N(w_i^m)} q_{i,j}^m &= 1. \end{aligned} \right\}$$

(3)

式(3)中:  $N(w_i^m)$  是 LR 图像块  $w_i^m$  的最近邻. 如果  $w_i^m$  不在最邻域  $N(w_i^m)$  中, 那么,  $q_{i,j}^m = 0$ . 由此可以构造  $w_i^m$  的重建误差项  $\sum_i \left\| w_i^m - \sum_{j \in N(w_i^m)} q_{i,j}^m \cdot w_j^m \right\|_2^2$ , 该式可以化简为

$$\| (I - Q^m) W^m \|_2^2.$$

(4)

式(4)中:  $I$  是单位矩阵;  $Q^m(i, j) = \begin{cases} q_{i,j}^m, w_j^m \in N(w_i^m) \\ 0, w_j^m \notin N(w_i^m) \end{cases}; W^m = D_l^m \alpha^m$ .

在双稀疏模型中加入流形学习正则化项(式(3)), 即

$$\min_{\alpha^m} \lambda \|\alpha^m\|_1 + \beta \|D_h^m \alpha^m\|_1 + \eta \| (I - Q^m) W^m \|_2^2 + \|D_l^m \alpha^m - w^m\|_2^2.$$

(5)

式(5)中:  $\eta$  是正则化参数.

1.1.3 目标函数求解 令  $\tilde{W}^m = \begin{bmatrix} w^m \\ 0 \end{bmatrix}, C^m = \begin{bmatrix} 1 \\ \eta(I - Q^m) \end{bmatrix}$ , 式(5)可以改写成

$$\min_{\alpha^m} \|\tilde{W}^m - C^m D_l^m \alpha^m\|_2^2 + \beta \|D_h^m \alpha^m\|_1 + \lambda \|\alpha^m\|_1.$$

(6)

式(6)等价于

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha^m} \lambda \|\alpha^m\|_1 + \beta \|D_h^m \alpha^m\|_1, \\ \text{s. t. } \|\tilde{W}^m - C^m D_l^m \alpha^m\|_2^2 < \epsilon. \end{aligned} \right\}$$

(7)

式(7)可优化为

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha^m} \|\tilde{D}^m \alpha^m\|_1, \\ \text{s. t. } \|\tilde{W}^m - C^m D_l^m \alpha^m\|_2^2 < \epsilon. \end{aligned} \right\}$$

(8)

式(8)中:  $\tilde{D}^m = (\beta D_h^m; \lambda I)$ .

通过分裂 Bregman 算法<sup>[23]</sup>将式(8)转化为

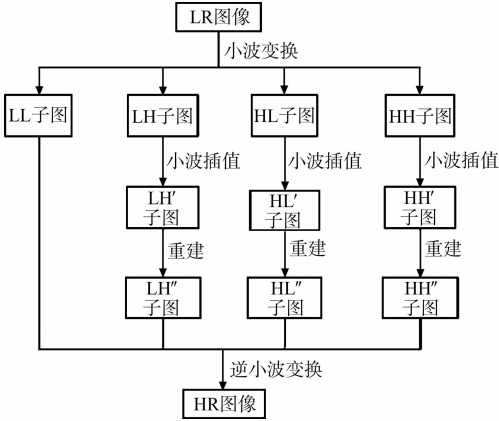


图 1 重建流程  
Fig. 1 Flowchart of reconstruction

$$\{\alpha^{k+1,m}, d^{k+1,m}\} = \arg \min_{\alpha^m, d^m} \|\mathbf{d}^m\|_1 + \frac{\mu_1}{2} \|\mathbf{D}_l^m \alpha^m - \mathbf{w}^m + \mathbf{f}^{k,m}\|_2^2 + \frac{\mu_2}{2} \|\tilde{\mathbf{D}}^m \alpha^m - \mathbf{d}^{k,m} + \mathbf{b}^{k,m}\|_2^2. \quad (9)$$

式(9)中:  $\mathbf{d}^m = \tilde{\mathbf{D}}^m \alpha^m$ .

**算法 1** 用于求解 LLER-DSC 模型的分裂 Bregman 算法步骤如下.

输入: LR 字典  $\mathbf{D}_l^m$ , HR 字典  $\mathbf{D}_h^m$  和小波细节子图  $\mathbf{w}^m$ . 初始化  $\lambda, \beta, \eta, \mu_1, \mu_2, \mathbf{f}^{0,m} = \mathbf{0}, \mathbf{b}^{0,m} = \mathbf{0}$ .

输出: 稀疏表示系数  $\alpha^m$ .

如果没有收敛, 则

$$\alpha^{k+1,m} = [\mu_1 (\mathbf{D}_l^m)^T \mathbf{D}_l^m + \mu_2 (\tilde{\mathbf{D}}^m)^T \tilde{\mathbf{D}}^m]^{-1} \times [\mu_1 (\mathbf{D}_l^m)^T (\mathbf{w}^m - \mathbf{f}^{k,m}) + \mu_2 (\tilde{\mathbf{D}}^m)^T (\mathbf{d}^{k,m} - \mathbf{b}^{k,m})];$$

$$\mathbf{d}^{k+1,m} = T_{\frac{1}{\mu_2}}(\tilde{\mathbf{D}}^m \alpha^{k+1,m} + \mathbf{b}^{k,m});$$

$$\mathbf{b}^{k+1,m} = \mathbf{b}^{k,m} + (\tilde{\mathbf{D}}^m \alpha^{k+1,m} - \mathbf{d}^{k+1,m});$$

$$\mathbf{f}^{k+1,m} = \mathbf{f}^{k,m} + (\mathbf{D}_l^m \alpha^{k+1,m} - \mathbf{w}^m);$$

结束.

$$\text{其中, } T_{\frac{1}{\mu_2}}(x) = \text{sign}(x) \cdot \max\left(|x| - \frac{1}{\mu_2}, 0\right).$$

## 1.2 基于小波域的字典训练

小波变换对图像进行多尺度分解, 它可以聚焦到图像的任意细节. 将小波变换运用到字典训练阶段有两个原因: 1) 因为小波本身具有多尺度和多方向等特性, 所以使用经小波分解得到的子图进行字典训练, 得到的字典同样具有这些特性, 从而使重建图像具有更清晰的边缘; 2) 由压缩感知理论可知, 图像本身或其在某个变换域内的表示越稀疏, 经超分辨率算法得到的重建图像质量就越好.

对每一幅图像进行小波分解, 得到  $\text{LL}_1, \text{LH}_1, \text{HL}_1$  和  $\text{HH}_1$  4 组子图, 其中,  $\text{LL}_1$  是和原图相似的低频子图;  $\text{LH}_1, \text{HL}_1$  和  $\text{HH}_1$  分别代表水平、竖直和对角线方向的高频子图, 这些高频子图具有稀疏性. 将其中的 3 组高频子图用于训练高分辨率的字典; 然后, 对  $\text{LL}_1$  进行二级小波分解, 并将得到的 3 组高频子图  $\text{LH}_2, \text{HL}_2$  和  $\text{HH}_2$  作为低频部分, 用于训练低分辨率的字典.

借鉴文献[2]分别训练高、低分辨率字典的思想, 但没有使用高通滤波器进行特征提取. 这是因为经过小波变换后的图像已经提取了高频特征, 不需要再单独进行特征提取. 低分辨率字典的训练有以下 5 个步骤.

**步骤 1** 分别对每组子图  $\text{LH}_2, \text{HL}_2$  和  $\text{HH}_2$  进行逆小波变换(保留其中 1 幅高频子图, 同时将其其他 3 幅子图置零)得到 3 组子图  $\text{LH}'_2, \text{HL}'_2$  和  $\text{HH}'_2$ , 这样就能保证在求解稀疏系数时图像维度一致.

**步骤 2** 对 3 组子图  $\text{LH}'_2, \text{HL}'_2$  和  $\text{HH}'_2$  重叠分块.

**步骤 3** 对这些图像块进行列向量化, 得到  $\mathbf{P}_i (i = \text{LH}, \text{HL}, \text{HH})$ .

**步骤 4** 为了减少字典训练量, 采用 PCA 对  $\mathbf{P}_i$  进行降维处理.

**步骤 5** 使用 K-SVD 算法进行字典训练, 有

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D}_i^l, \{\alpha^i\} &= \arg \min_{\mathbf{D}_i^l, \{\alpha^i\}} \|\mathbf{P}_i^l - \mathbf{D}_i^l \alpha^i\|_2^2, \\ \text{s. t. } \|\alpha^i\|_0 &\leq S. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)中:  $\alpha^i$  是高频子图的稀疏系数;  $S$  是最大稀疏度.

相应的高分辨率字典的计算式为

$$\mathbf{D}_h^i = \mathbf{P}_h^i \alpha^i{}^T (\alpha^i (\alpha^i)^T)^{-1}. \quad (11)$$

式(11)中: 上标 T 代表转置; 上标 -1 代表逆运算.

最后, 得到 3 对高、低分辨率字典  $(\mathbf{D}_l^i, \mathbf{D}_h^i), i = \text{h}, \text{v}, \text{d}$ . 其中,  $(\mathbf{D}_l^h, \mathbf{D}_h^h), (\mathbf{D}_l^v, \mathbf{D}_h^v), (\mathbf{D}_l^d, \mathbf{D}_h^d)$  分别是水平方向、垂直方向、对角线和反对角线方向的高、低分辨率字典.

## 1.3 算法的具体步骤

在文中算法中, 对于给定的一幅低分辨率图像, 其超分辨率的问题就转换成对小波变换得到的 3 幅高频子图进行重建(图 1). 相对于传统的基于稀疏表示的超分辨率算法, 文中算法利用小波变换在分析图像细节方面的优势, 使最终得到的重建图像包含更多的细节信息. 文中算法有以下 4 个具体步骤.

**步骤 1** 对待重建的图像进行一级小波分解得到 LL,LH,HL 和 HH 4 幅子图.

**步骤 2** 分别对 LH,HL 和 HH 3 幅高频子图进行逆小波变换(保留其中 1 幅高频子图,同时将其其他 3 幅子图置零),得到 LH',HL'和 HH',这样有助于维持每个小波子带的相同方向性.

**步骤 3** 采用式(6)对应的稀疏编码模型对 LH',HL'和 HH'子图进行重建.先对这 3 幅子图进行重叠分块,并将其列向量化;然后,根据不同特征的图像块,自适应地选择训练好的字典,并求出对应的图像块稀疏系数.假设高频子带的稀疏系数和低频子带的稀疏系数相同,那么,高频子带对应的重建图像块计算式为 $\mathbf{P}_i^h=\mathbf{D}_i^h\boldsymbol{\alpha}^i$ .最后,将具有相同方向特征的重建图像块(重叠区域取平均)分别融合成一幅子图(LH'',HL''和 HH'').

**步骤 4** 对重建得到的 3 幅子图和 LR 图像进行逆小波操作,得到最终的 HR 重建图像.

2 实验结果与分析

2.1 实验环境及数据准备

采用的硬件平台为 Intel(R) Core(TM)i7-7700K CPU@4. 20 GHz,内存 24. 0 GB,软件平台为 Windows 64 位操作系统,仿真软件为 MATLAB 2016b. 在重建图像过程中,选取图像块大小为 6 px×6 px,在邻近块之间的重叠区为 1 个像素;在算法 1 中, $\lambda=3. 25,\beta=0. 01,\mu_1=0. 001,\mu_2=0. 010$ .

用于字典训练的图像集采用文献[1,24-26]中均使用的含有 91 张高分辨率图像的训练集. 为了保证实验的客观性,采用的测试图像库为 Set5<sup>[27]</sup>,Set14<sup>[2]</sup>,B100(BSDS300<sup>[28]</sup>中取 100 张),这些测试图像专门用于评价超分辨率重建算法. 同时,还将文中算法运用到磁共振图像中,为了保证用于 MRI 图像实验的客观性,训练图像来源于 TCIA<sup>[29]</sup>,测试图像也从中随机挑选. 为了验证文中算法的有效性,主要与双三次插值(Bicubic)、L1SR<sup>[1]</sup>算法、SISR<sup>[2]</sup>算法、ANR<sup>[25]</sup>算法、LLE<sup>[30]</sup>算法、文献[31]算法和 SRISAE<sup>[32]</sup>算法进行比较. 重建图像的评价主要包括主观和客观评价两个方面. 客观评价主要采用峰值信噪比( $R_{\text{PSN}}$ )<sup>[33]</sup>和结构相似度( $M_{\text{SSI}}$ )<sup>[34]</sup>两个指标. 峰值信噪比和结构相似度的分别定义为

$$R_{\text{PSN}}=10\cdot\lg\frac{(255)^2\cdot MN}{\|\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}\|^2},\quad M_{\text{SSI}}=\frac{(2\mu_x\mu_x+C_1)(2\sigma_{xx}+C_2)}{(\mu_x^2+\mu_x^2+C_1)(\sigma_x^2+\sigma_x^2+C_2)}.$$

上式中: $\hat{\mathbf{x}}$ 为重建的 HR 图像; $\mathbf{x}$ 为原始的 HR 图像; $\mu_x,\mu_x$ 和 $\sigma_x^2,\sigma_x^2$ 分别为与之对应的均值和方差; $\sigma_{xx}$ 为协方差; $M,N$ 分别为 $\mathbf{x}$ 的行数和列数; $C_1,C_2$ 为常数.  $R_{\text{PSN}}$ 值越高,表明图像信息丢失的越少,重建图像的质量越好.  $M_{\text{SSI}}$ 值越接近于 1,表明重建图像与原始图像越相似,算法的重建性能越好.

2.2 结果分析

为了方便定量评价重建图像的质量,将测试图像经过小波变换得到的 LL 子图作为待重建的 LR 图像,并将原始的 HR 图像作为参考图像. 实验分为 3 组:1) 验证改进算法的有效性;2) 对自然图像进行超分辨率重建;3) 将文中算法运用于磁共振图像.

1) 第 1 组实验. 该实验的目的是验证改进算法的有效性. 将改进的稀疏编码模型(DSC 和 LLER-DSC)与 Bicubic 和基于小波域的超分辨率(SRWD)算法<sup>[4]</sup>进行比较. 由于篇幅有限,只给出 Set5, Set14,B100 三个数据集评价指标的平均值. 4 种 SR 算法的  $R_{\text{PSN}}$ 和  $M_{\text{SSI}}$ 的平均值( $\bar{R}_{\text{PSN}},\bar{M}_{\text{SSI}}$ )比较,如表 1 所示. 表 1 中:加黑标注的数据是最大值;斜体标注的数据是次优值.

表 1 4 种 SR 算法的  $R_{\text{PSN}}$ 和  $M_{\text{SSI}}$ 的平均值比较

Tab. 1 Comparison of average  $R_{\text{PSN}}$  and  $M_{\text{SSI}}$  values obtained by four different SR algorithms

图像	评价指标	算法			
		Bicubic	SRWD	DSC	LLER-DSC
Set5	$\bar{R}_{\text{PSN}}$	33. 68	35. 09	<i>35. 23</i>	<b>35. 30</b>
	$\bar{M}_{\text{SSI}}$	0. 945 8	0. 952 6	<i>0. 954 8</i>	<b>0. 955 8</b>
Set14	$\bar{R}_{\text{PSN}}$	30. 24	31. 27	<i>31. 41</i>	<b>31. 47</b>
	$\bar{M}_{\text{SSI}}$	0. 891 7	<i>0. 910 6</i>	<b>0. 913 0</b>	0. 854 0
B100	$\bar{R}_{\text{PSN}}$	29. 56	30. 54	<i>30. 62</i>	<b>30. 67</b>
	$\bar{M}_{\text{SSI}}$	0. 869 5	0. 896 6	<i>0. 897 5</i>	<b>0. 899 3</b>

由表 1 可知:2 种改进算法的  $R_{PSN}$  平均值都优于 SRWD 算法,其中,LLER-DSC 算法得到了最好的重建结果.由此可知,基于双稀疏改进的 SR 算法是有效的.

2) 第 2 组实验.该实验的目的是验证文中算法(LLER-DSC)对自然图像重建的有效性.将文中算法与 Bicubic,SRISAE,SISR,ANR,NE\_LLE,文献[31],SRISAE 算法进行比较.上述 7 种 SR 算法在 Set5,Set14 和 B100 中的  $R_{PSN}$  和  $M_{SSI}$  的平均值比较,如表 2 所示.由表 2 可知:在量化结果上,文中算法都优于其他比较算法.由此可看出,文中算法重建效果高于其他比较算法.

表 2 7 种 SR 算法的  $R_{PSN}$  和  $M_{SSI}$  的平均值比较

Tab. 2 Comparison of average  $R_{PSN}$  and  $M_{SSI}$  values obtained by seven different SR algorithms

图像	评价指标	算法						
		Bicubic	文献[31]	SRISAE	SISR	ANR	NE_LLE	LLER-DSC
Set5	$\bar{R}_{PSN}$	33.66	35.60	35.66	35.78	35.83	35.77	<b>35.88</b>
	$\bar{M}_{SSI}$	0.945 0	0.960 1	0.960 5	0.960 9	0.961 4	0.960 6	<b>0.961 8</b>
Set14	$\bar{R}_{PSN}$	30.23	31.64	31.72	31.80	31.79	31.75	<b>31.85</b>
	$\bar{M}_{SSI}$	0.891 3	0.917 7	0.918 2	0.917 1	0.918 2	0.917 3	<b>0.922 1</b>
B100	$\bar{R}_{PSN}$	29.32	30.40	30.42	30.40	30.44	30.41	<b>30.93</b>
	$\bar{M}_{SSI}$	0.862 1	0.895 4	0.895 9	0.892 0	0.894 7	0.894 1	<b>0.899 3</b>

不同 SR 算法获得的重建 Butterfly 和 Barbara 的主观比较结果,如图 2,3 所示.图 2,3 中:除了列出原始 HR 参考图像和上述 7 种对比算法重建结果在同一区域的细节放大图外,还列出 SRWD 和 DSC 算法的重建结果.

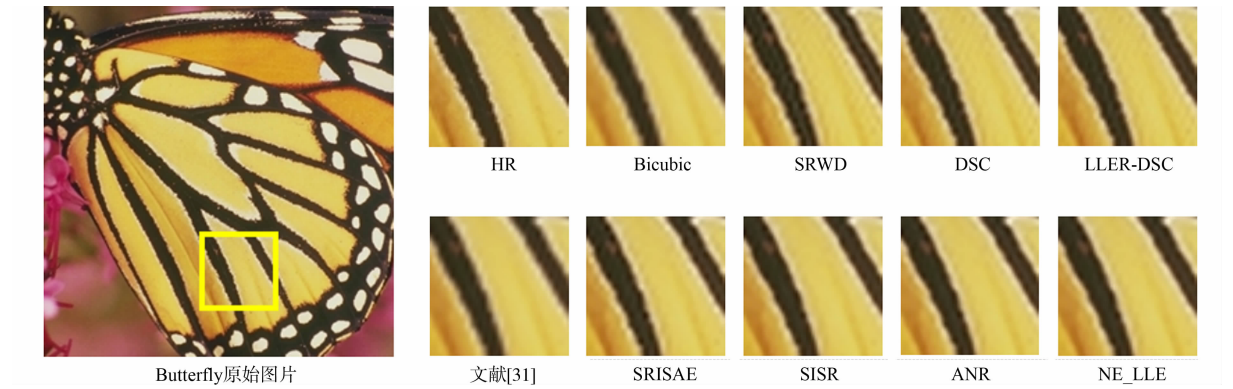


图 2 不同 SR 算法获得的重建 Butterfly 的主观比较结果

Fig. 2 Visual comparison results of reconstructed images obtained by different SR algorithms for Butterfly

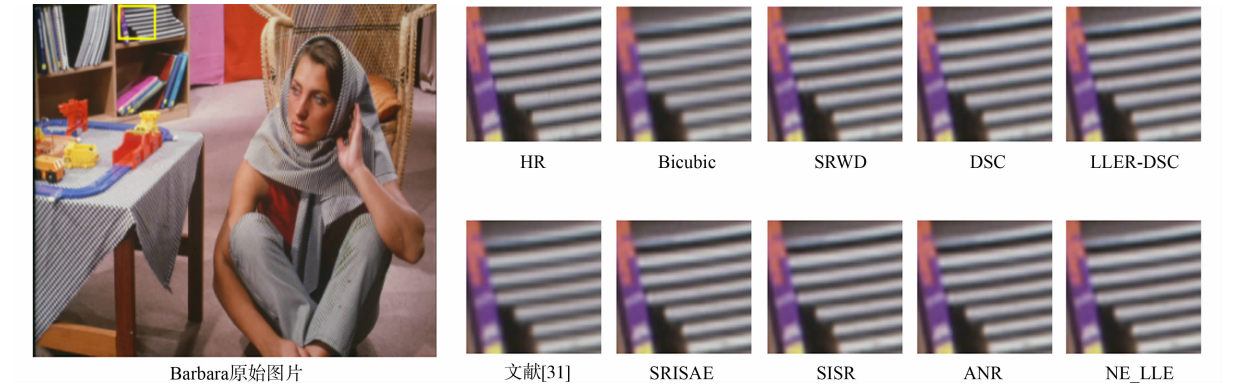


图 3 不同 SR 算法获得的重建 Barbara 的主观比较结果

Fig. 3 Visual comparison results of reconstructed images obtained by different SR algorithms for Barbara

由图 2,3 可知:Bicubic 不能重建出清晰的图像;SISR,NE\_LLE,文献[31]和 SRISAE 算法的重建图像边缘过于平滑,丢失了部分信息;6 种对比算法中,ANR 的重建结果最好,但仍然不够清晰;相比 SRWD 和 DSC 算法,LLER-DSC 算法的重建图像更清晰,LLER-DSC 算法能有效地减少重建图像的失真并且生成更精确的细节信息,重建出更接近于原始 HR 的图像.该组实验进一步说明了文中算法的

鲁棒性和有效性.

3) 第 3 组实验. 由于 MRI 的分辨率通常受到许多因素的限制, 如信噪比、硬件条件、扫描时间及患者的舒适度等, 导致采集到的图像都是低分辨率图像. 然而, 在许多医学应用中, 通常需要清晰的高分辨率 MRI 来辅助医生, 以提高临床诊断的准确性. 所以, 该组实验将文中算法应用到 MRI 图像的超分辨率重建中, 从而验证文中算法的实用性. 从癌症影像档案 (TCIA)<sup>[29]</sup> 中随机选取 91 幅高分辨率 MRI 图像作为训练图像, 测试图像也从 TCIA 中随机挑选. 不同 SR 算法对 MRI 重建图像的  $R_{\text{PSN}}$  和  $M_{\text{SSI}}$  值的比较, 如表 3 所示. 由表 3 可知: 文中算法的  $R_{\text{PSN}}$  和  $M_{\text{SSI}}$  值总体上优于其他算法, 并且两个评价指标的平均值都最高.

表 3 不同 SR 算法对 MRI 重建图像的  $R_{\text{PSN}}$  和  $M_{\text{SSI}}$  值的比较

Tab. 3 Comparison of  $R_{\text{PSN}}$  and  $M_{\text{SSI}}$  of reconstructed MRI images obtained by different SR algorithms

图像	评价指标	算法					
		SISR	ANR	NE_LLE	文献[31]	SRISAE	LLER-DSC
Prostate-01	$R_{\text{PSN}}$	47.78	47.26	45.48	47.28	47.72	<b>48.03</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.956 2	0.955 7	0.956 8	0.991 2	<b>0.997 1</b>	0.994 7
Prostate-02	$R_{\text{PSN}}$	46.80	46.44	44.82	47.83	47.96	<b>48.66</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.957 8	0.957 3	0.957 7	0.952 5	<b>0.997 4</b>	0.995 2
Prostate-03	$R_{\text{PSN}}$	38.73	38.54	37.23	41.09	41.11	<b>43.16</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.980 2	0.982 3	0.975 2	0.987 5	0.983 4	<b>0.993 2</b>
Prostate-04	$R_{\text{PSN}}$	38.88	38.66	37.57	39.46	41.67	<b>42.05</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.977 1	0.978 9	0.973 0	0.974 2	0.984 8	<b>0.992 7</b>
Prostate-05	$R_{\text{PSN}}$	42.05	42.10	40.96	41.46	41.73	<b>42.49</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.990 3	0.991 5	0.988 3	0.989 7	0.993 3	<b>0.996 8</b>
Prostate-06	$R_{\text{PSN}}$	39.44	39.03	38.01	38.44	40.29	<b>40.59</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.989 2	0.990 1	0.986 7	0.987 5	0.992 2	<b>0.994 5</b>
Prostate-07	$R_{\text{PSN}}$	39.65	39.20	38.23	39.71	40.46	40.52
	$M_{\text{SSI}}$	0.988 1	0.988 9	0.985 5	0.990 6	0.992 4	<b>0.994 2</b>
Prostate-08	$R_{\text{PSN}}$	37.32	35.96	35.41	36.48	<b>37.63</b>	37.19
	$M_{\text{SSI}}$	0.987 1	0.988 0	0.983 4	0.988 4	0.990 8	<b>0.995 5</b>
Prostate-09	$R_{\text{PSN}}$	39.75	39.40	38.35	39.75	40.11	<b>41.05</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.988 0	0.988 8	0.985 3	0.990 3	0.992 2	<b>0.993 8</b>
Prostate-10	$R_{\text{PSN}}$	40.24	40.11	39.25	40.27	41.97	<b>42.50</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.983 9	0.985 8	0.980 3	0.986 2	0.983 9	<b>0.997 3</b>
Prostate-11	$R_{\text{PSN}}$	49.04	49.63	47.85	49.98	50.91	<b>56.57</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.988 8	0.989 6	0.986 9	0.988 7	0.995 9	<b>0.996 5</b>
Prostate-12	$R_{\text{PSN}}$	44.61	44.19	42.86	44.71	45.26	<b>45.95</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.972 0	0.972 4	0.971 0	0.975 7	0.994 0	<b>0.996 1</b>
Prostate-13	$R_{\text{PSN}}$	44.73	44.28	43.18	44.43	45.00	<b>45.03</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.968 7	0.968 9	0.967 8	0.969 8	0.995 6	<b>0.997 2</b>
Prostate-14	$R_{\text{PSN}}$	39.95	40.30	38.97	40.73	40.79	<b>42.17</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.959 5	0.956 9	0.953 4	0.958 1	0.961 8	<b>0.964 2</b>
Prostate-15	$R_{\text{PSN}}$	43.81	44.08	43.15	44.53	44.69	<b>46.07</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.952 7	0.956 8	0.952 0	0.956 9	0.973 1	<b>0.974 0</b>
Prostate-16	$R_{\text{PSN}}$	49.65	49.04	47.93	49.12	49.95	<b>50.30</b>
	$M_{\text{SSI}}$	0.976 9	0.976 4	0.967 0	0.957 4	<b>0.997 3</b>	0.995 6
平均值	$\bar{R}_{\text{PSN}}$	42.65	42.39	41.20	42.83	43.58	<b>44.52</b>
	$\bar{M}_{\text{SSI}}$	0.976 0	0.976 8	0.973 1	0.977 8	0.989 1	<b>0.992 0</b>

不同 SR 算法获得的重建 MRI 图像 Prostate-11, Prostate-02 的主观比较结果, 如图 4, 5 所示. 由图 4, 5 可知: NE\_LLE 算法得到的图像在边缘细节方面恢复不明显, 且出现严重的混叠现象; 与其他 SR 算法相比, SISR 算法重建的图像不够清晰; ANR 算法在边缘锐化方面优于 SISR 算法, 但是其重建图像出现了许多虚假细节; 相比于 ANR 算法, 文献[31]算法重建的图像具有较少的虚假细节, 且其恢复



的边缘细节更好;相比于文献[31]算法,SRISAE 算法重建图像的边缘细节有进一步提升;LLER-DSC 算法在边缘细节的恢复方面略优于 SRISAE 算法,尤其是水平、垂直和对角方向的边缘较为明显,得到的重建图像也更为清晰.因此,文中算法在 MRI 图像超分辨率重建中取得了令人满意的结果.

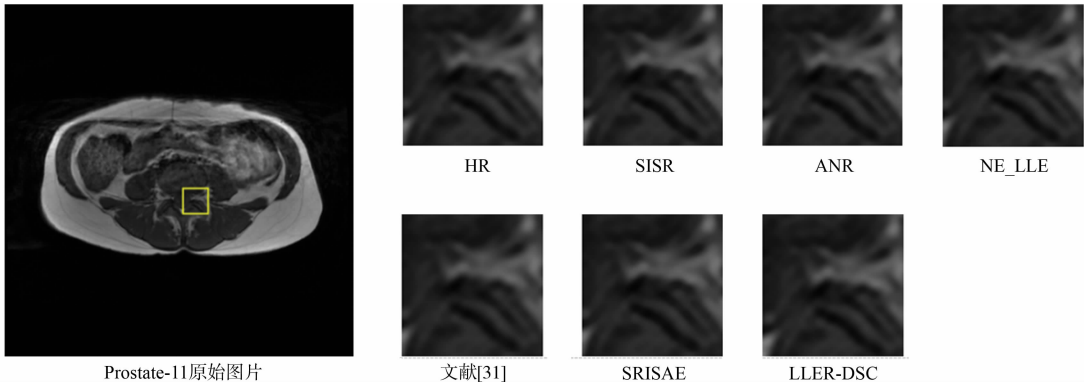


图 4 不同 SR 算法获得的重建 MRI 图像 Prostate-11 的主观比较结果

Fig. 4 Visual comparison results of reconstructed MRI images obtained by different SR algorithms for Prostate-11

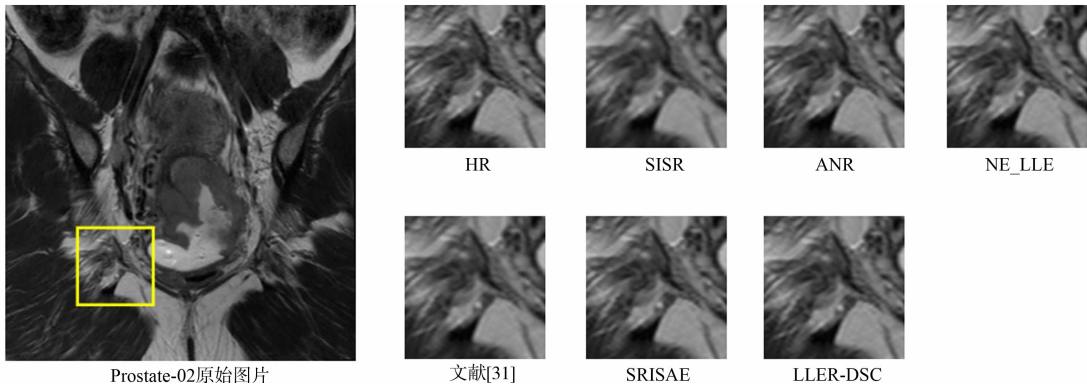


图 5 不同 SR 算法获得的重建 MRI 图像 Prostate-02 的主观比较

Fig. 5 Visual comparison results of reconstructed MRI images obtained by different SR algorithms for Prostate-02

### 3 结论

将小波变换运用到字典训练和稀疏编码阶段,提出一种基于稀疏表示和小波变换的图像超分辨率算法.通过结合小波分解得到的高频信息的稀疏性与图像在冗余字典下的系数的稀疏性,提出一种双稀疏编码模型,从而提高超分辨率算法的性能.为了保留图像的流形结构,在双稀疏编码模型中引入 LLE 正则化项.同时,为了充分利用图像的高频信息,将小波变换运用于字典训练的阶段,并分别对待重建图像经小波分解得到的 3 幅高频子图进行重建.

从主观和客观两个方面对重建结果进行分析,结果表明,文中方法的重建效果优于其他用于比较的方法.同时,还将文中算法运用于 MRI 图像的重建,同样获得了良好的效果.在实际应用中,文中算法有利于需要 MRI 快速成像的情况.由于对 3 幅高频子图的重建都采用相同的 SR 算法,并没有考虑每幅子图的差异性,因此,如何根据每幅高频子图的特征分别设计特定的 SR 算法,是将来工作的研究重点.

#### 参考文献:

[1] YANG Jianchao,WRIGHT J,HUANG T,*et al.* Image super-resolution as sparse representation of raw image patches[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Anchorage: IEEE Press,2008:1-8. DOI:10.1109/CVPR.2008.4587647.

[2] ZEYDE R,ELAD M,PROTTER M. On single image scale-up using sparse-representations[C]// International Con-



- ference on Curves and Surfaces. Avignon:DBLP,2010:711-730. DOI:10.1007/978-3-642-27413-8\_47.
- [3] PATI Y C,REZAIIFAR R,KRISHNAPRASAD P S. Orthogonal matching pursuit: Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition[C]//Proceedings of 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove:IEEE Press,1993:40-44. DOI:10.1109/ACSSC.1993.342465.
  - [4] NAZZAL M,OZKARAMANLI H. Wavelet domain dictionary learning-based single image superresolution[J]. Signal, Image and Video Processing,2015,9:1491-1501. DOI:10.1007/s11760-013-0602-7.
  - [5] CHANG Hong,YEUNG D,XIONG Yimin. Super-resolution through neighbor embedding[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D C:IEEE Press,2004:275-282. DOI:10.1109/CVPR.2004.1315043.
  - [6] DONG Weisheng,ZHANG Lei,SHI Guangming,*et al.* Image deblurring and super-resolution by adaptive sparse domain selection and adaptive regularization[J]. IEEE Transactions Image Processing,2011,20:1838-1857. DOI:10.1109/TIP.2011.2108306.
  - [7] EFROS A A,LEUNG T K. Texture synthesis by non-parametric sampling[C]//Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision. Kerkyra:IEEE Press,2002:1033-1038. DOI:10.1109/ICCV.1999.790383.
  - [8] CHEN Honggang,HE Xiaohai,TENG Qizhi,*et al.* Single image super resolution using local smoothness and nonlocal self-similarity priors[J]. Signal Processing Image Communication,2016,43:68-81. DOI:10.1016/j.image.2016.01.007.
  - [9] DONG Weisheng,ZHANG Lei,LUKAC R,*et al.* Sparse representation based image interpolation with nonlocal autoregressive modeling[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2013,22(4):1382-1394. DOI:10.1109/TIP.2012.2231086.
  - [10] HUANG Detian,HUANG Weiqin,YUAN Zhenguo,*et al.* Image super-resolution algorithm based on an improved sparse autoencoder[J]. Informtaion,2018,9(1):1-17. DOI:10.3390/info9010011.
  - [11] WU Xiaomin,FAN Jiulun,XU Jian,*et al.* Wavelet domain multidictionary learning for single image super-resolution[J]. Journal of Electrical and Computer Engineering,2015,2015:1-12. DOI:10.1155/2015/526508.
  - [12] AYAS S,EKINCI M. Single image super resolution based on sparse representation using discrete wavelet transform[J]. Multimedia Tools and Applications,2018,77:16685-16698. DOI:10.1007/s11042-017-5233-5.
  - [13] 王相海,赵晓阳,毕晓昀,等. 小波域多角度轮廓模板变分模型的单幅图像超分辨率重建[J]. 电子学报,2018,46(9):2256-2262. DOI:10.3969/j.issn.0372-2112.2018.09.030.
  - [14] PLENGE E,POOT D H J,BERNSSEN M,*et al.* Super-resolution methods in MRI: Can they improve the trade-off between resolution, signal-to-noise ratio, and acquisition time[J]. Magnetic Resonance in Medicine,2012,68(6):1983-1993. DOI:10.1002/mrm.24187.
  - [15] FENG Shi,CHENG Jian,WANG Li,*et al.* LRTV: MR image super-resolution with low-rank and total variation regularizations[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging,2015,34(12):2459-2466. DOI:10.1109/TMI.2015.2437894.
  - [16] AHMADI K,SALARI E. Edge-preserving MRI super resolution using a high frequency regularization technique [C]//2015 IEEE Signal Processing in Medicine and Biology Symposium. Philadelphia:IEEE Press,2016:1-5. DOI:10.1109/SPMB.2015.7405429.
  - [17] ZHENG Hong,QU Xiaobo,BAI Zhengjian,*et al.* Multi-contrast brain magnetic resonance image super-resolution using the local weight similarity[J]. BMC Medical Imaging,2017,17(1):1-13. DOI:10.1186/s12880-016-0176-2.
  - [18] LIANG Zifei,HE Xiaohai,TENG Qizhi,*et al.* 3D MRI image super-resolution for brain combining rigid and large diffeomorphic registration[J]. IET Image Processing,2017,11(12):1291-1301. DOI:10.1049/iet-ipr.2017.0517.
  - [19] ZHENG Hong,ZENG Kun,GUO Di,*et al.* Multi-contrast brain MRI image super-resolution with gradient-guided edge enhancement[J]. IEEE Access,2018,6:57856-57867. DOI:10.1109/ACCESS.2018.2873484.
  - [20] ZHANG Yongqin,SHI Feng,CHENG Jian,*et al.* Longitudinally guided super-resolution of neonatal brain magnetic resonance images[J]. IEEE Transactions on Cybernetics,2019,49(2):662-674. DOI:10.1109/TCYB.2017.2786161.
  - [21] PHAM C H,AURELIEN D,RONAN F,*et al.* Brain MRI super-resolution using deep 3D convolutional networks [C]//14th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging. Melbourne:IEEE Press,2017:197-200. DOI:10.

- 1109/ISBI. 2017. 7950500.
- [22] SHI Jun, LI Zheng, WANG Chaofeng, *et al.* MR image super-resolution via wide residual networks with fixed skip connection[J]. IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics, 2019, 23(3): 1129-1140. DOI: 10.1109/JBHI.2018.2843819.
- [23] CAI Jianfeng, OSHER S, SHEN Zuwei. Split Bregman methods and frame based image restoration[J]. Multiscale Modeling and Simulation, 2009, 8(2): 337-369. DOI: 10.1137/090753504.
- [24] YANG Jianchao, WRIGHT J, HUANG T S, *et al.* Image super-resolution via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(11): 2861-2873. DOI: 10.1109/TIP.2010.2050625.
- [25] TIMOFTE R, DE V, GOOL L V. Anchored neighborhood regression for fast example-based super-resolution[C]// Proceedings of the 2013 IEEE International Conference on Computer Vision, Sydney: IEEE Press, 2013: 1920-1927. DOI: 10.1109/ICCV.2013.241.
- [26] TIMOFTE R, DE V, GOOL L V. A+: Adjusted anchored neighborhood regression for fast super-resolution[C]// Asian Conference on Computer Vision. Cham: Springer, 2015: 111-126. DOI: 10.1007/978-3-319-16817-3\_8.
- [27] BEVILACQUA M, ROUMY A, GUILLEMOT C, *et al.* Low-complexity single-image super-resolution based on nonnegative neighbor embedding[C]// BMVC 2012-Electronic Proceedings of the British Machine Vision Conference, Surrey: BMVA Press, 2012: 1-10. DOI: 10.5244/C.26.135.
- [28] MARTIN D, CHARLESS F, DORON T, *et al.* A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, Vancouver: IEEE Press, 2014: 416-423. DOI: 10.1109/ICCV.2001.937655.
- [29] CLARK K, VENDT B, SIMTH K, *et al.* The cancer imaging archive (TCIA): Maintaining and operating a public information repository[J]. Journal of Digital Imaging, 2013, 26(6): 1045-1057. DOI: 10.1007/s10278-013-9622-7.
- [30] CHANG Hong, YEUNG D, XIONG Yimin. Super-resolution through neighbor embedding[C]// Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Washington D C: IEEE Press, 2004: 275-282. DOI: 10.1109/CVPR.2004.1315043.
- [31] HUANG Detian, HUANG Weiqin, HUANG Hui, *et al.* Application of regularization technique in image super-resolution algorithm via sparse representation[J]. Optoelectronics Letters, 2017, 13(6): 439-443. DOI: 10.1007/s11801-017-7143-1.
- [32] HUANG Detian, HUANG Weiqin, YUAN Zhenguo, *et al.* Image super-resolution algorithm based on an improved sparse autoencoder[J]. Information, 2018, 9(1): 1-17. DOI: 10.3390/info9010011.
- [33] HUANG Detian, HUANG Weiqin, GU Peiting, *et al.* Image super-resolution reconstruction based on regularization technique and guided filter[J]. Infrared Physics and Technology, 2017, 83: 103-113. DOI: 10.1016/j.infrared.2017.04.006.
- [34] 黄德天, 黄炜钦, 云海姣, 等. 正则化技术和低秩矩阵在稀疏表示超分辨率算法中的应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2018, 30(5): 868-877. DOI: 10.3724/SP.J.1089.2018.16442.

(责任编辑: 黄晓楠 英文审校: 吴逢铁)