

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201904029



考虑车辆稳定性的模型预测 路径跟踪方法

李军^{1,2}, 唐爽^{1,2}, 周伟^{1,2}

(1. 重庆交通大学 机电与车辆工程学院, 重庆 400074;

2. 重庆交通大学 轨道交通车辆系统集成与控制重庆市重点实验室, 重庆 400074)

摘要: 针对目前车辆路径跟踪控制大多集中于跟踪的精确性,却忽略车辆行驶稳定性的问题,提出一种考虑车辆稳定性的模型预测路径跟踪方法. 首先,以简化后的车辆动力学模型为基础,推导线性时变路径跟踪预测模型,增添表征车辆稳定性的质心侧偏角等约束条件;然后,对二次规划进行求解,添加向量松弛因子解决计算中出现的无解问题;最后,通过 Carsim 和 Matlab/Simulink 联合仿真对文中方法进行验证. 仿真结果表明:基于文中所提方法设计的控制器能够在不同车速、不同附着系数下,保证跟踪参考路径较为精确的同时,还可以保证车辆的稳定性.

关键词: 预测控制; 路径跟踪; 智能车辆; 车辆稳定性; 自动转向

中图分类号: U 467.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5013(2019)05-0574-06

Model Prediction Path Tracking Method Considering Vehicle Stability

LI Jun^{1,2}, TANG Shuang^{1,2}, ZHOU Wei^{1,2}

(1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

2. Chongqing Key Laboratory of Rail Vehicle System Integration and Control,
Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: At present, the majority of vehicle path tracking control methods focus on the tracking accuracy but ignore the importance of stability of moving vehicle. An optimized model prediction path tracking method that considers the vehicle stability was proposed. Firstly, based on the simplified vehicle dynamics model, a linear time-varying path tracking prediction model was derived and constraints such as the sideslip angle of the vehicle which characterizing the vehicle stability were added. Then the quadratic equation were solved, the vector relaxation factor were added to solve the no solution problem. Finally, the method was verified by the co-simulation of Carsim and Matlab/Simulink. The simulation results show that the controller designed based on the proposed method can more accurately track the reference path and ensure the stability of the vehicle at different speed and different adhesion coefficients.

Keywords: predictive control; path tracking; intelligent vehicle; vehicle stability; automatic steering

收稿日期: 2019-04-17

通信作者: 李军(1964-),男,教授,博士,主要从事发动机排放与控制、新能源汽车和智能车辆控制的研究. E-mail: cqliejun@163.com.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51305472); 重庆市轨道交通车辆系统集成与控制重庆市重点实验室项目(CSTC2015YFPT-ZDSYS30001)

路径跟踪是实现自动驾驶的一项关键技术,它通过控制器控制车辆沿着预定的路径行驶,使跟踪达到相应的精确度^[1-2].目前,国内外关于路径跟踪的研究可分为无车辆模型和有车辆模型^[3-13]两种.谭宝成等^[3]提出将改进增量式 PID 控制算法运用到路径跟踪上,使车辆可以较精准地在参考路径上行驶.周东昇等^[4]在二自由度车辆动力学模型的基础上,采用线性二次型最优状态控制(LQR)对车辆实行路径跟踪控制.尹晓丽等^[5]就复杂路况下的车辆路径跟踪问题,搭建有横向干扰车辆运动学模型,设计切换控制算法以实现车辆路径跟踪控制.赵治国等^[6]基于道路模型,建立粒子群多目标优化算法的路径跟踪控制器,提高了车辆路径跟踪的精度.侯忠生等^[7]根据坐标补偿的无模型自适应控制方法,使小车能够精确地跟踪路径,但该方法只能运用在较低速泊车.段建民等^[8]采用一种 Pure Pursuit 车辆的路径跟踪控制系统,提升了路径跟踪的精确性,但在较高速度下进行路径跟踪时,其鲁棒性差.模型预测控制算法也逐渐应用于智能车辆控制领域^[9-15].车辆系统具有复杂的非线性,且行驶时存在外界干扰^[16],在湿滑弯道转向时,不仅要保证车辆路径跟踪的精度,还需保证车辆行驶的安全性,然而,现有研究大多只关注路径跟踪的精度.因此,对路径跟踪的精度和车辆的稳定性两方面进行综合研究显得尤为重要.本文在现有模型预测控制算法的基础上,引入车辆横向动力学约束和向量松弛因子,以实现智能车辆对期望路径更高的跟踪精度,同时保证车辆的稳定性.

1 车辆动力学模型

由于车辆模型的高复杂度会增加计算时间,为了让车辆能精确跟踪目标路径又不失稳,在建立模型前,作以下 3 点假设以简化模型,提高计算效率.1) 不考虑车辆 z 轴的运动,且行驶路面是平坦的;2) 前、后轴的轮胎各取一个(左、右轮相同)化为单轨模型,且认为轮胎侧偏角处于线性区;3) 不考虑悬架运动、空气动力学因素.

在以上假设的基础上,建立包含横摆、侧向、纵向运动在内的三自由度车辆模型,如图 1 所示.图 1 中: $F_{c,f}$, $F_{c,r}$ 为前、后轮侧向力; $F_{l,f}$, $F_{l,r}$ 为前、后轮纵向力; $F_{x,f}$, $F_{x,r}$ 为前、后轮在 x 轴所受力; $F_{y,f}$, $F_{y,r}$ 为前、后轮在 y 轴所受力; δ_f 为前轮转角; $\dot{\varphi}$ 为横摆角速度; a , b 分别为前、后轴到质心的距离; \dot{x} , \dot{y} 分别为车辆纵向、侧向速度.该模型可表示为

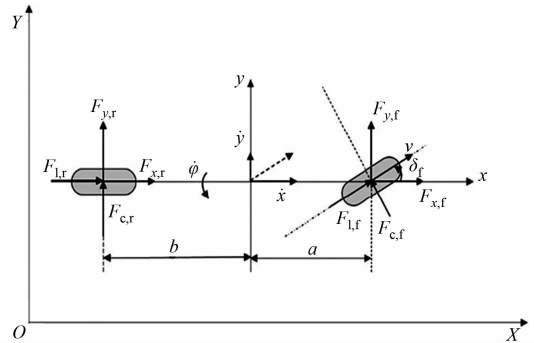


图 1 三自由度车辆模型

Fig. 1 Three-degree-of-freedom vehicle model

$$\left. \begin{aligned} m(\ddot{x} - \dot{y}\dot{\varphi}) &= 2F_{l,f}\cos\delta_f - 2F_{c,f}\sin\delta_f + 2F_{l,r}, \\ m(\ddot{x} + \dot{y}\dot{\varphi}) &= 2F_{l,f}\sin\delta_f + 2F_{c,f}\cos\delta_f + 2F_{c,r}, \\ I_z\ddot{\varphi} &= 2a(F_{l,f}\sin\delta_f + F_{c,f}\cos\delta_f) - 2bF_{c,r}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中: \ddot{x} , \ddot{y} 分别为车辆纵向、侧向加速度; $F_{l,f} = C_{l,f}S_f$, $F_{l,r} = C_{l,r}S_r$, 其中, $C_{l,f}$, $C_{l,r}$ 为前、后轮的纵向刚度, S_f , S_r 为前、后轮滑移率; I_z 为绕 z 轴的转动惯量;根据简化假设, $F_{c,f}$, $F_{c,r}$ 可表示为

$$F_{c,f} = C_{c,f}\left(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right), \quad F_{c,r} = C_{c,r}\left(\frac{b\dot{\varphi} - \dot{y}}{\dot{x}}\right). \quad (2)$$

式(2)中: $C_{c,f}$, $C_{c,r}$ 分别为前、后轮的侧偏刚度.

为了准确描述车辆的运动状态,将车身坐标系与大地坐标系联系起来,即有

$$\dot{Y} = \dot{x}\sin\varphi + \dot{y}\cos\varphi, \quad \dot{X} = \dot{x}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi. \quad (3)$$

式(3)中: φ 为横摆角; \dot{X} , \dot{Y} 分别为大地坐标系下的纵向、侧向速度.

一般情况而言,车辆的 δ_f 较小,合并式(1)和式(3)后,可表示为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \dot{y}\dot{\varphi} + \frac{2}{m}\left[C_{l,f}S_f - C_{c,f}\left(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right)\delta_f + C_{l,f}S_f\right], \\ \ddot{y} &= -\dot{y}\dot{\varphi} + \frac{2}{m}\left[C_{l,f}S_f\delta_f - C_{c,f}\left(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right) - C_{c,r}\frac{\dot{y} - b\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right], \\ \ddot{\varphi} &= \frac{2a}{I_z}\left[C_{l,f}S_f\delta_f + C_{c,f}\left(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right)\right] + \frac{2b}{I_z}C_{c,r}\frac{\dot{y} - b\dot{\varphi}}{\dot{x}}, \\ \dot{Y} &= \dot{x}\sin\varphi + \dot{y}\cos\varphi, \quad \dot{X} = \dot{x}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2 模型预测控制器

2.1 线性化模型及预测方程

非线性模型因复杂程度高、计算时间长等缺点,不仅会使路径跟踪精度下降,严重时还会失去跟踪能力.因此,将式(4)线性化,并写出线性时变状态方程,即

$$\dot{\xi}_{\text{dyn}} = \mathbf{A}_{\text{dyn}}(t)\xi_{\text{dyn}}(t) + \mathbf{B}_{\text{dyn}}(t)\mathbf{u}_{\text{dyn}}(t), \quad \boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{C}\xi_{\text{dyn}}(t). \tag{5}$$

式(5)中: $\xi_{\text{dyn}} = (\dot{y}, \dot{x}, \varphi, \dot{\varphi}, Y, X)^T$ 为系统状态量; $\mathbf{u}_{\text{dyn}} = [\delta_i]$ 为控制量; $\mathbf{A}_{\text{dyn}}(t), \mathbf{B}_{\text{dyn}}(t)$ 分别为状态方程对 $\xi_{\text{dyn}}, \mathbf{u}_{\text{dyn}}$ 的雅克比矩阵; $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$; $\boldsymbol{\eta}(t) = [Y, \varphi]$ 为系统输出量.

将式(5)离散化为

$$\xi(k+1) = \mathbf{A}_{k,t}\xi(k) + \mathbf{B}_{k,t}\mathbf{u}(k), \quad \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\xi(k). \tag{6}$$

将式(6)引入增量模型后,表示为

$$\Delta\xi(k+1) = \mathbf{A}_{k,t}\Delta\xi(k) + \mathbf{B}_{k,t}\Delta\mathbf{u}(k), \quad \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\Delta\xi(k). \tag{7}$$

式(7)中: $\mathbf{A}_{k,t} = \mathbf{I} + T\mathbf{A}_{\text{dyn}}(t)$, T 为采样周期, \mathbf{I} 为单位矩阵; $\mathbf{B}_{k,t} = T\mathbf{B}_{\text{dyn}}(t)$.

建立预测方程是为了得到未来一段时间内的系统输出,预测方程可以通过当前时刻 $\xi(k)$ 和控制时域里的 $\Delta\mathbf{U}(k)$ 来得到未来的输出.因此,设定方程为

$$\mathbf{x}(k+1|t) = [\xi(k+1|t) \quad \mathbf{u}(k+1|t)]^T. \tag{8}$$

于是,新的状态方程表示为

$$\mathbf{x}(k+1|t) = \tilde{\mathbf{A}}(k)\xi(k+1|t) + \tilde{\mathbf{B}}(k)\Delta\mathbf{u}(k+1|t), \quad \mathbf{y}(k+1|t) = \tilde{\mathbf{C}}(k)\mathbf{x}(k+1|t). \tag{9}$$

式(9)中: $\tilde{\mathbf{A}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(k) & \mathbf{B}(k) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$; $\tilde{\mathbf{B}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(k) \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$; $\tilde{\mathbf{C}} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$.

定义 k 时刻未来输出和 k 时刻系统控制增量为

$$\mathbf{Y}(k+1|k) = [\mathbf{y}(k+1|k), \mathbf{y}(k+2|k), \dots, \mathbf{y}(k+N_p|k)]^T, \tag{10}$$

$$\Delta\mathbf{U}(k) = [\Delta\mathbf{u}(k|k), \Delta\mathbf{u}(k+1|k), \dots, \Delta\mathbf{u}(k+N_c|k)]^T. \tag{11}$$

式(10),(11)中: N_p 为预测时域; N_c 为控制时域.

至此,系统未来预测方程用矩阵形式表示为

$$\mathbf{Y}(k+1|k) = \boldsymbol{\Psi}_k\xi(k) + \boldsymbol{\Theta}\Delta\mathbf{U}(k). \tag{12}$$

式(12)中: $\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)\tilde{\mathbf{B}}(k) & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_p-1}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_p-2}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \dots & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k) \\ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_c}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_c-1}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \dots & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)\tilde{\mathbf{B}}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_p-1}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_p-2}\tilde{\mathbf{B}}(k) & \dots & \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_p-N_c-1}\tilde{\mathbf{B}}(k) \end{bmatrix}; \boldsymbol{\Psi}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k) \\ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_c} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}(k)^{N_p} \end{bmatrix}.$

2.2 动力学约束条件

为了使车辆能够精确且稳定地跟踪参考路径,应考虑车辆动力学的约束.因此,作以下 3 个约束.

1) 轮胎侧偏角约束:当 $\alpha \leq 5^\circ$,侧偏力可用式(2)表示,为了使车辆有良好的稳定性,根据节 1 提出的假设,修改约束条件为 $-2^\circ \leq \alpha \leq 2^\circ$.

2) 质心侧偏角约束: $-10^\circ \leq \beta \leq 10^\circ$ (良好路面); $-2^\circ \leq \beta \leq 2^\circ$ (冰雪路面).

3) 附着条件约束: $a_y \leq \mu g$, 其中, a_y 为侧向加速度; μ 为附着系数; g 为重力加速度.

在求解过程可能会出现无可行解的问题,因此,将路面附着条件约束表示为

$$a_{y,\min} - \epsilon \leq a_y \leq a_{y,\max} + \epsilon. \tag{13}$$

2.3 优化求解

为了得到控制增量从而求解状态方程,首先,要建立相应的目标函数,并对其进行求解,求得控制时域内的控制增量序列;然后,还要对每个采样周期内的控制增量进行限制.根据文献[10]选取目标函数

$$J(\xi(t), u(t-1), \Delta U(t)) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\Delta y(t+i|t)\|_Q^2 + \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta u(t+i|t)\|_R^2 + \rho \varepsilon^2. \tag{14}$$

式(14)中: $\Delta y(t+i|t)$ 为实际输出和参考路径的差值, $\Delta y(t+i|t) = y(t+i|t) - y_r(t+i|t)$; $\Delta u(t+i|t)$ 为控制增量; Q, R 为权重矩阵; ρ 为 ε 的权重系数.

式(14)可以转换为标准二次型求解,即

$$\left. \begin{aligned} \min & J(\xi(t), u(t-1), \Delta U(t)), \\ \text{s. t. } & \Delta U_{\min} \leq \Delta U_t \leq \Delta U_{\max}, \\ & U_{\min} \leq A\Delta U_t + U_t \leq U_{\max}, \\ & y_{h,\min} \leq y_h \leq y_{h,\max}, \\ & y_{s,\min} - \varepsilon \leq y_s \leq y_{s,\max} + \varepsilon. \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

2.4 反馈校正

系统会在每个周期内对式(15)进行求解,完成求解任务后,可得到控制增量序列,即

$$\Delta U_t^* = [\Delta u_t^*, \Delta u_{t+1}^*, \dots, \Delta u_{t+N_{c-1}}^*]^T. \tag{16}$$

提取序列中的首个元素作为系统的控制增量,由此可得控制量为

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u_t^*. \tag{17}$$

随着时域向前滚动,系统会重复上述过程,直到实现车辆对参考路径跟踪的目的.

3 仿真分析

3.1 联合仿真平台的构建

仿真平台由 Carsim 软件中的动力学模块和 Matlab 中编成的控制器构成,如图 2 所示.通过联合仿真平台,并以双移线作为测试路径进行仿真,双移线曲线,如图 3 所示.图 3 中: X, Y 分别为大地坐标系下的纵向位移,侧向位移.

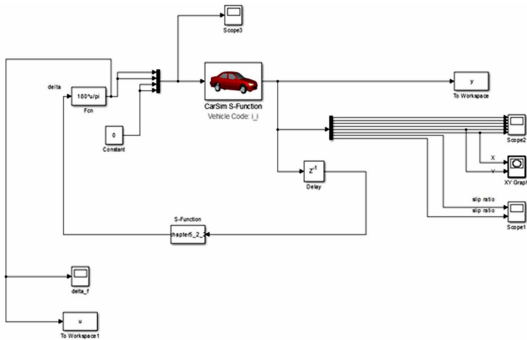


图 2 联合仿真平台

Fig. 2 Co-simulation platform

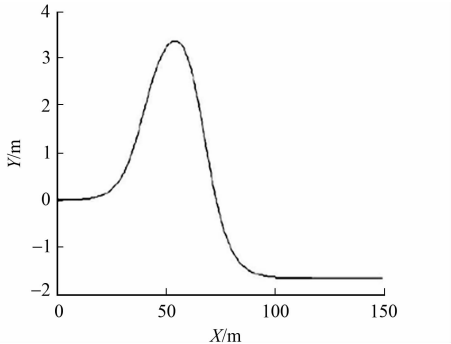


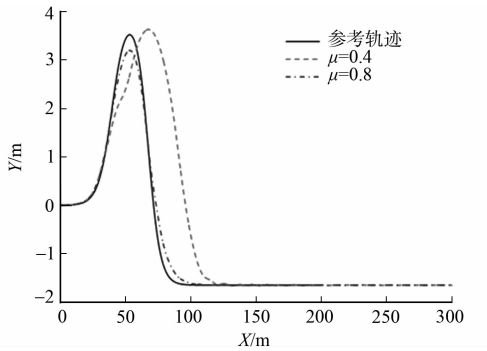
图 3 双移线曲线

Fig. 3 Double shift curve

3.2 仿真方法及结果分析

3.2.1 控制算法对路面附着条件的鲁棒性 选用仿真车速为 $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时进行控制器对不同附着系数(μ)道路(干燥路面、湿滑路面)的鲁棒性研究,结果如图 4 所示.

由图 4(a)可知:此控制器在干燥路面可以较高精度地跟踪参考轨迹,在湿滑路面开始阶段也能较好地进行路径跟踪,然而,在第一个弯道后出现偏移,这是因为车速较高且道路附着系数低,导致车辆出现了侧滑,但最终能收敛到参考路径,保持不错的路径跟踪能力.由图 4(b)可知:在湿滑路面条件下,横摆角在 50 m 处出现一次波动,这是因为车辆侧向位移变化较慢,所以横摆角变小;然后,在 $\pm 0.5^\circ$



(a) 行驶轨迹

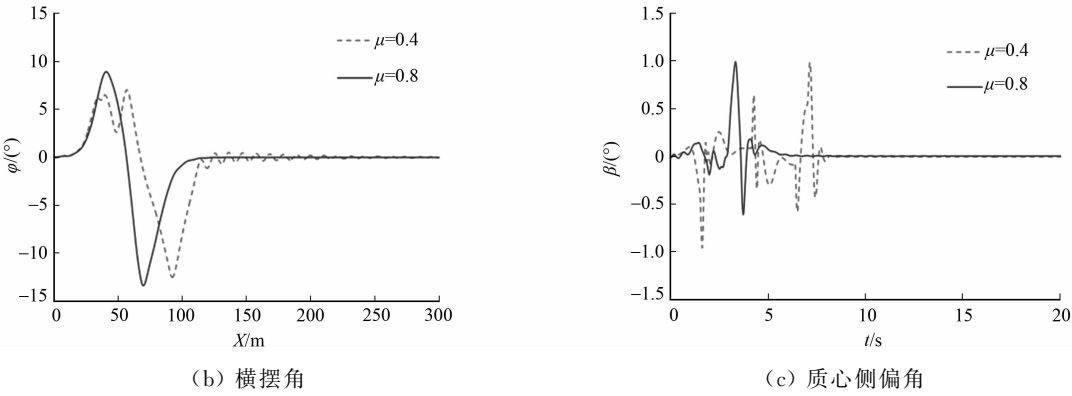


图 4 不同附着系数下双移线工况仿真结果

Fig. 4 Simulation results of double-shift conditions under different adhesion coefficients

的小范围内短时间波动之后,曲线收敛到了 0° ,即汽车保持在参考轨迹上行驶.由图 4(c)可知:在两种路面上,质心侧偏角都在 $\pm 2^{\circ}$ 范围内变化,表明在路径跟踪时,车辆稳定性较好.

综合以上仿真结果可知,控制器能在不同附着系数路面上保证良好的路径跟踪性能,且保持良好的稳定性.

3.2.2 控制算法对速度的鲁棒性 为了验证所提出的路径跟踪控制器在不同车速下行驶的鲁棒性,选取路面附着系数与正常路面附着系数相似的路面,即附着系数为 0.8,车辆行驶速度(v)分别为 36,54,72 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$,并选取双移线作为行驶道路.观察车辆的跟踪性能,不同速度下双移线工况的仿真结果,如图 5 所示.

由图 5(a)可知:车辆在 3 种不同行驶速度下都具有良好的轨迹跟踪性能(只是在弯道处存在横向误差,且保持在 10 cm 左右),体现出控制器对速度具有较好的鲁棒性.由图 5(b)可知:虽然速度的提高使侧向加速度增加,但一直处于约束条件范围内,表明了车辆的横向稳定性较好.由图 5(c)可知:提高了车速,转角会提前,且车速越高,最大转角也越大.

由图 5(b),(c)还可知:前轮转角、侧向加速度只是在速度为 72 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时会出现小范围的抖动,而且抖动频度

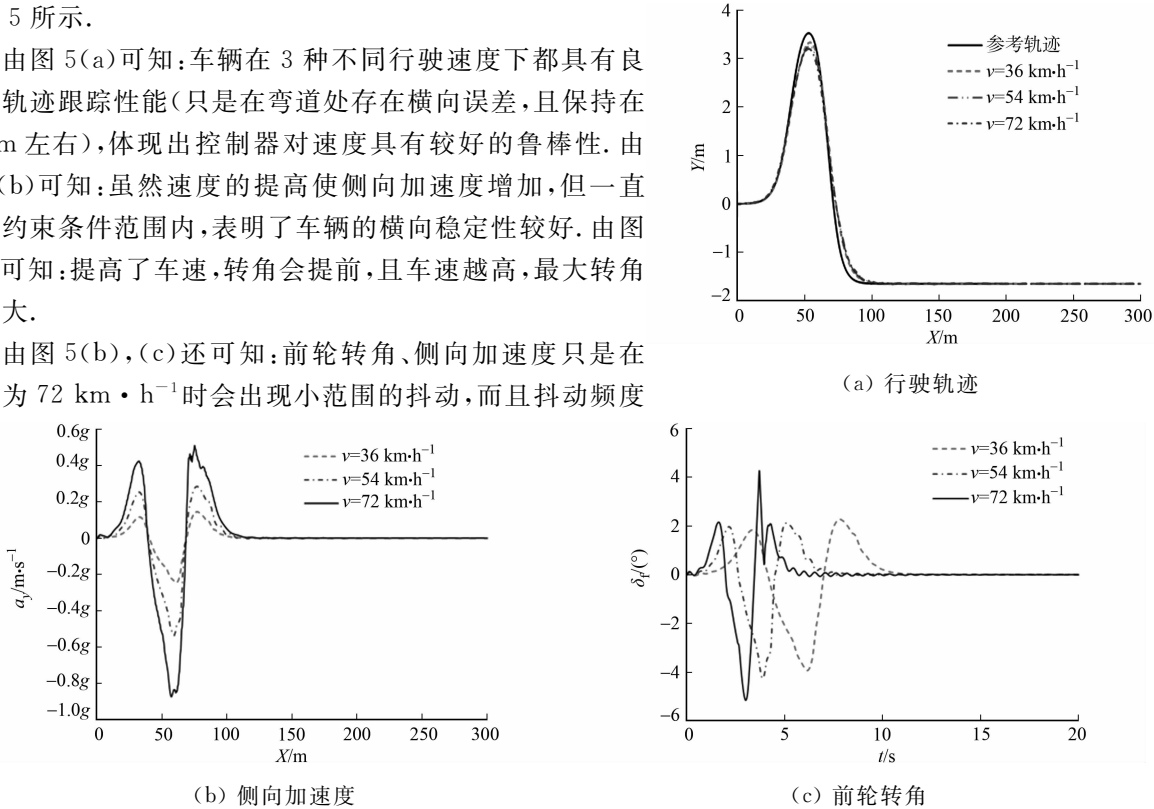


图 5 不同速度下双移线工况仿真结果

Fig. 5 Simulation results of double shift at different speeds

不大,所以,车辆不会高频率地左右摆动从而降低其稳定性与舒适性,说明该控制器可以适应不同行驶速度,即在不同速度下,车辆可以准确、稳定地沿着参考轨迹行驶.

4 结论

建立三自由度车辆模型,基于模型预测算法,设计考虑动力学约束的车辆路径跟踪控制器,并用

Carsim 和 Matlab/Simulink 软件完成联合仿真。

首先,选择车速为 $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时,对控制器在不同附着系数的鲁棒性进行验证。仿真结果表明:在附着系数为 0.8 的路面上行驶时,最大侧向误差小于 10 cm,且出现在曲率最大转弯处;在附着系数为 0.4 的路面上行驶时,虽然车辆会有一定跑偏,但最后也快速收敛到参考轨迹,且质心侧偏角始终在约束范围内。

其次,选取 3 种速度($36, 54, 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$)测试控制器对不同行驶速度的鲁棒性。结果表明:行驶路径侧向误差均在 10 cm 左右,速度越高,误差越大,且都是在转弯处出现误差,经过最后一个弯道后,车辆的行驶轨迹均重合于参考轨迹,侧向加速度均在约束范围内,且前轮的转角变较平缓,所以,行驶也稳定。因此,文中设计的路径跟踪控制器可以使车辆在不同车速、不同附着系数行驶时具备良好的鲁棒性和稳定性。

参考文献:

- [1] YAKUB F, MORI Y. Comparative study of autonomous path-following vehicle control via model predictive control and linear quadratic control[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D Journal of Automobile Engineering, 2015, 229(12): 1695-1714. DOI: 10.1177/0954407014566031.
- [2] 郭景华, 李克强, 罗禹贡. 智能车辆运动控制研究综述[J]. 汽车安全与节能学报, 2016, 7(2): 151-159. DOI: 10.3969/j.issn.1674-8484.2016.02.003.
- [3] 谭宝成, 王宾. 无人驾驶车辆路径跟踪的增量式 PID 控制[J]. 西安工业大学学报, 2016(12): 996-1001. DOI: 10.16185/j.jxatu.edu.cn.2016.12.009.
- [4] 周东昇, 李伟, 刘玉龙, 等. 基于滚动时域的线性二次型路径跟踪研究[J]. 汽车技术, 2017(10): 54-57. DOI: 10.3969/j.issn.1000-3703.2017.10.011.
- [5] 尹晓丽, 李雷. 无人驾驶车辆在复杂路况下的路径跟踪控制[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2013, 34(5): 593-596. DOI: 10.3969/j.issn.1673-3193.2013.05.030.
- [6] 赵治国, 周良杰, 朱强. 无人驾驶车辆路径跟踪控制预瞄距离自适应优化[J]. 机械工程学报, 2018, 54(24): 166-173. DOI: 10.3901/JME.2018.24.166.
- [7] 侯忠生, 董航瑞, 金尚泰. 基于坐标补偿的自动泊车系统无模型自适应控制[J]. 自动化学报, 2015, 41(4): 823-831. DOI: 10.16383/j.aas.2015.c140026.
- [8] 段建民, 杨晨, 石慧. 基于 Pure Pursuit 算法的智能车路径跟踪[J]. 北京工业大学学报, 2016, 42(9): 1301-1306. DOI: 10.11936/bjutxb2015060065.
- [9] SONG Pan, GAO Bolin, XIE Shugang, *et al.* Optimal predictive control for path following of a full drive-by-wire vehicle at varying speeds[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(3): 711-721. DOI: 10.1007/s10033-017-0103-7.
- [10] 王艺, 蔡英凤, 陈龙, 等. 基于模型预测控制的智能车辆路径跟踪控制器设计[J]. 汽车技术, 2017(10): 44-48. DOI: 10.3969/j.issn.1000-3703.2017.10.009.
- [11] 段建民, 田晓生, 夏天, 等. 基于模型预测控制的智能汽车目标路径跟踪方法研究[J]. 汽车技术, 2017(8): 6-11.
- [12] 任玥, 郑玲, 张巍, 等. 基于模型预测控制的智能车辆主动避撞控制研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(4): 404-410. DOI: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2019.04.007.
- [13] 李升波, 王建强, 李克强. 软约束线性模型预测控制系统的稳定性方法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2010, 50(11): 1848-1852.
- [14] JI J, KHAJEPOUR A, MELEK W W, *et al.* Path planning and tracking for vehicle collision avoidance based on model predictive control with multiconstraints[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(2): 952-964. DOI: 10.1109/tvt.2016.2555853.
- [15] 席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制: 现状与挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222-236. DOI: 10.3724/SP.J.1004.2013.00222.
- [16] 汪伟, 赵又群, 许健雄, 等. 基于模糊控制的汽车路径跟踪研究[J]. 中国机械工程, 2014, 25(18): 2532-2538. DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2014.18.023.