

DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.201812005



采用广义极值分布的公路桥梁 车辆荷载效应极值预测

刘均利^{1,2}, 余学志¹, 余文成^{1,2}, 景天虎^{1,2}, 张晋豪³

(1. 桂林理工大学 广西岩土力学与工程重点实验室, 广西 桂林 541004;

2. 桂林理工大学 土木与建筑工程学院, 广西 桂林 541004;

3. 中交四航工程研究院有限公司, 广东 广州 510230)

摘要: 为改善对汽车荷载效应样本的统计拟合,建立随机变量的均值、偏差系数、变差系数与广义极值分布的形状参数、尺度参数、位置参数的一一对应关系.采用广义极值分布适线法拟合车辆荷载效应区间最大值样本的概率分布.首先,以矩法计算样本均值和变差系数,假定偏差系数,计算广义极值分布的形状参数、尺度参数和位置参数;然后,将样本点和理论频率曲线绘制到海森机率格纸上,按照理论频率曲线与实测数据拟合得最好的原则选定统计参数,并确定汽车荷载效应样本的理论频率曲线;最后,采用经典极值理论建立设计基准期荷载效应最大值分布.采用某公路一个车道 39 周的动态称重系统(WIM)数据,建立车辆荷载效应模型,并与最大似然法结果进行比较.结果表明:文中方法更能反映样本分布曲线尾部特征,且实际最大基准期车辆荷载效应远大于现行公路-I 级汽车荷载效应.

关键词: 桥梁工程; 车辆荷载效应; 广义极值分布; 适线法

中图分类号: TU 312.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-5013(2019)04-0470-06

Prediction of Extreme Value of Vehicle Loading Using Generalized Extreme Value Distribution

LIU Junli^{1,2}, YU Xuezhi¹, YU Wencheng^{1,2},
JING Tianhu^{1,2}, ZHANG Jinhao³

(1. Guangxi Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering,

Guilin University of Technology, Guilin 541004, China;

2. College of Civil Engineering and Architecture, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China;

3. CCCC Fourth Harbor Engineering Institute Limited Company, Guangzhou 510230, China)

Abstract: To enhance the statistical fitting of a vehicle loading effect data sample, the relationship was established between the parameters shape, scale and location of the generalized extreme value distribution and the mean, skewness, variance of the variable sets. The generalized extreme value distribution curve-selecting method was utilized to obtain the probability distribution of the block maximum for the vehicle loading effect sample. First, based on the mean, variance of the variable sets obtained by moment method and the supposed skewness, the parameters shape, scale and location of the generalized extreme value distribution were calculated.

收稿日期: 2018-12-03

通信作者: 刘均利(1978-),男,副教授,博士,主要从事桥梁拓宽改建、车辆荷载模型的研究. E-mail:liujunli175@qq.com.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51468013); 广西科学与技术开发计划项目(桂科攻 14251012)

ed. Then the sample data and frequency curve was plotted on the Heisenberg probability lattice paper, the statistical parameters were selected based on the principle that the theoretical frequency curve was best fitted to the measured data. And the theoretical frequency curves of the vehicle load effect sample were determined. Lastly, the maximum distribution of the vehicle loading effect in the design reference period was extrapolated in accordance to the classical extreme value theory. The weigh-in-motion data obtained on a particular lane of a highway bridge over a 39-week period was then adopted to establish a reference model of a vehicle loading effect, with which a data comparison was performed using the maximum likelihood estimation. Results showed that the presented methodology can better reflect the distribution curve tail behavior of the data sample, and the actual maximum design reference vehicle loading effect is far greater than that under the currently implemented standards for highway grade I vehicle loading effect.

Keywords: bridge engineering; vehicle load effect; generalized extreme value distribution; curve-selecting method

汽车荷载是公路桥梁结构承担的主要可变荷载,是影响结构安全与耐久性能的重要因素.随着车辆动态称重技术(WIM)的发展,在不影响车辆正常通行的情况下,可获取车质量、轴质量和轴距等数据,并获得车辆荷载效应样本.于是,外推汽车荷载模型正成为新的热点.极值外推是基于短时汽车荷载效应数据预测长周期极端值的重要方法^[1-2].目前,常用的建立车辆荷载模型的方法有基于随机变量假定拟合经验外推和基于经典极值理论的最大值外推.基于随机变量假定拟合经验外推方法是将车辆荷载效应假定为服从正态分布的随机变量,通过对随机变量经验分布的拟合,获取相关参数,并在正态概率纸上进行直线外延,从而获取相关极值^[3-5].基于经典极值理论的最大值外推方法的关键是车辆荷载效应样本的构建及其概率分布的拟合.而完成车辆荷载效应样本的构建及其概率分布的拟合方法有两种:一是构建车辆荷载效应区间最大值样本,常采用极值Ⅰ型拟合样本概率分布函数^[6];二是以所有车辆荷载效应值作为样本,但其概率分布函数复杂.文献[7-8]先采用广义 Pareto 分布的拟合车辆荷载效应样本尾部的概率分布,再采用极值Ⅰ型描述车辆荷载在不同时段内的最大值概率分布.但不论采用哪种方法,车辆荷载效应样本分布曲线较大值一侧的形状及走势对设计基准期车辆荷载效应极大值分布都起着主导作用^[2,9].本文采用车辆荷载效应区间最大值构建车辆荷载效应极大值样本,在借鉴水文学中的适线法^[10]基础上,在海森机率格纸上采用广义极值分布拟合样本区间最大值分布,并利用经典极值理论外推设计基准期最大值分布.

1 广义极值分布及相关统计参数

1.1 概述

广义极值分布包括极值Ⅰ型(Gumbel 分布)、Ⅱ型(Fréchet 分布)和Ⅲ型分布(Weibull 分布).1955 年,Jenkinson^[11]从理论上证明了上述 3 种分布模型可概括成一个通式,即具有 3 参数的极值分布函数,称为广义极值分布(记为 GEV),其标准化分布函数^[12]为

$$F(x) = \exp\left(-\left(1+k\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-1/k}\right).$$

(1)

式(1)中: x 为随机变量 X 的取值; k, σ, μ 分别为形状参数、尺度参数和位置参数,其中, σ 值恒为正值.当 $k=0$ 时,式(1)为极值Ⅰ型(Gumbel 分布), $-\infty < x < \infty$;当 $k>0$ 时,式(1)为极值Ⅱ型(Fréchet 分布), $\mu-\sigma/k \leq x < \infty$;当 $k<0$ 时,式(1)为极值Ⅲ型分布(Weibull 分布), $-\infty < x \leq \mu-\sigma/k$.

为采用适线法拟合车辆荷载效应样本最大值分布,必须先建立广义极值分布的参数 k, σ, μ 与常用的统计参数(均值 \bar{x} ,标准差 S 或变差系数 C_v 和偏差系数 C_s)之间的关系.类似的,金光炎^[13]也建立了广义极值分布的参数 k, σ, μ 与其统计参数(均值 \bar{x} ,标准差 S 或变差系数 C_v 和偏差系数 C_s)之间的关系,但当参数 $k \neq 0$ 时,其采用的广义极值分布函数形式与文中的不同.故先建立广义极值分布的分布参数与统计参数之间的关系.

1.2 极值Ⅰ型($k \rightarrow 0$)

当 $k \rightarrow 0$ 时,式(1)为极值Ⅰ型分布,则式(1)可简化为

$$F(x)=\exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right). \tag{2}$$

根据金光炎^[13]的研究,变量 X 的统计参数为 $\bar{x}=\mu+\gamma\sigma, S_x=\sigma\pi/\sqrt{6}, C_s=1.139\ 55$, 其中, γ 为欧拉常数,约等于 0.577 215 7.

1.3 极值Ⅱ,Ⅲ型($k\neq 0$)

为推导广义极值分布变量 X 的分布参数与统计参数的关系,引入变量 Z ,取 $z=1+k\cdot\frac{x-\mu}{\sigma}$,其中, z 为随机变量 Z 的取值,则变量 Z 的分布函数为

$$F(z)=\exp(-z^{-1/k}). \tag{3}$$

变量 Z 的 r 阶原点矩 $m_{r,z}=\Gamma(1-rk)$. 根据中心矩与原点矩的关系,可得变量 Z 的均值(\bar{z})、标准差(S_z)和偏差系数($C_{s,z}$)为

$$\bar{z}=m_{1,z}=\Gamma(1-k), \tag{4}$$

$$S_z=\sqrt{\Gamma(1-2k)-\Gamma^2(1-k)}, \tag{5}$$

$$C_{s,z}=\frac{\Gamma(1-3k)-3\Gamma(1-2k)\Gamma(1-k)+2\Gamma^3(1-k)}{[\Gamma(1-2k)-\Gamma^2(1-k)]^{\frac{3}{2}}}. \tag{6}$$

根据变量 X 和变量 Z 的关系,可得变量 Z 的均值(\bar{z})、标准差(S_z)和偏差系数($C_{s,z}$)为

$$\bar{x}=\frac{\Gamma(1-k)-1}{k}\sigma+\mu, \tag{7}$$

$$S_x=\frac{\sigma\sqrt{\Gamma(1-2k)-\Gamma^2(1-k)}}{|k|}, \tag{8}$$

$$C_{s,x}=\frac{\Gamma(1-3k)-3\Gamma(1-2k)\Gamma(1-k)+2\Gamma^3(1-k)}{[\Gamma(1-2k)-\Gamma^2(1-k)]^{\frac{3}{2}}}. \tag{9}$$

综上所述,统计参数均值 \bar{x} 、变差系数 C_v 、偏差系数 C_s 与广义极值分布函数的形状参数 k 、尺度参数 σ 、位置参数 μ 之间的计算关系,可参照式(7)~(9)或在 $k=0$ 时,变量 X 的统计参数计算式.

从上述公式可知:只要 k 值已知,则 C_s 为 k 的函数($k\neq 0$)或为常数($k=0$),由此可建立 $k\sim C_s$ 的关系;反之,指定 C_s 值,可以试算出相应的 k 值.

2 离均系数计算及适线法步骤

2.1 离均系数

定义随机变量 X 的离均系数^[10]为

$$\Phi_P=\frac{x_P-\bar{x}}{S_x}. \tag{10}$$

式(10)中: x_P 为概率 P 对应的变量值; \bar{x} 为随机变量 X 的均值; S_x 为随机变量 X 的标准差.

当 $k=0$ 时,将式(2)及变量 X 的统计参数代入式(10),可得频率 P 对应的离均系数 Φ_P 为

$$\Phi_P=\frac{-\sqrt{6}\{\gamma+\ln[-\ln(1-P)]\}}{\pi}. \tag{11}$$

当 $k\neq 0$ 时,将式(1),(7),(8)代入式(10)中,可得频率 P 对应的离均系数 Φ_P 为

$$\Phi_P=\pm\frac{(-\ln P)^{-k}-\Gamma(1-k)}{\sqrt{\Gamma(1-2k)-\Gamma^2(1-k)}}. \tag{12}$$

当 $k>0$ 时, Φ_P 取正号;当 $k<0$ 时, Φ_P 取负号. 据此,可以建立 $k\sim\Phi_P$ 的关系. 由于 C_s 为 k 的函数,即 $k=f(C_s)$,则可以建立 $C_s\sim\Phi_P$ 的关系. 因此,广义极值分布的变量值的计算式为

$$x_P=\bar{x}(1+\Phi_PC_v). \tag{13}$$

2.2 适线法

适线法是选定统计参数,绘制理论频率曲线的一种方法,主要有以下 4 个步骤^[10].

步骤 1 计算车辆荷载效应样本,并选取区间最大值组成最大值效应样本,按大小递增次序排列,计算各变量的经验频率,并将样本值和样本经验频率绘制到海森机率格纸上.

- 步骤 2** 应用矩法公式计算均值 \bar{x} 和变差系数 C_v , 并假定偏差系数 C_s , 在绘有经验频率点群(或曲线)的同一海森机率格纸上, 绘出理论频率曲线。
- 步骤 3** 观察理论频率曲线与经验频率曲线(尤其是较大值一侧尾部)的符合程度, 反复调整统计参数 C_s , 直到两者符合得最好为止, 即可确定统计参数 \bar{x} , C_v 和 C_s 的采用值。
- 步骤 4** 根据统计参数 \bar{x} , C_v 和 C_s , 计算广义极值分布的形状参数 k , 尺度参数 σ 和位置参数 μ 。

3 应用实例和分析

收集某高速公路一车道 39 周的动态称重系统的实测车辆数据, 共计 1 611 992 个原始车辆数据, 按照车辆总质量大于或等于 8 t 的规则进行筛选, 得到 227 867 个重车车辆数据。应用 MATLAB 软件, 采用影响线加载方法编程计算标准跨径(d)为 13, 20, 25, 30 m 的简支梁桥的车辆荷载效应, 选取荷载效应周最大值作为样本。将样本绘制到海森机率格纸上, 调整统计参数, 选定一条与经验点拟合良好的频率曲线, 如图 1 所示。图 1 中: M_7 为 7 d 最大弯矩。确定的统计参数和广义极值分布参数, 如表 1 所示。

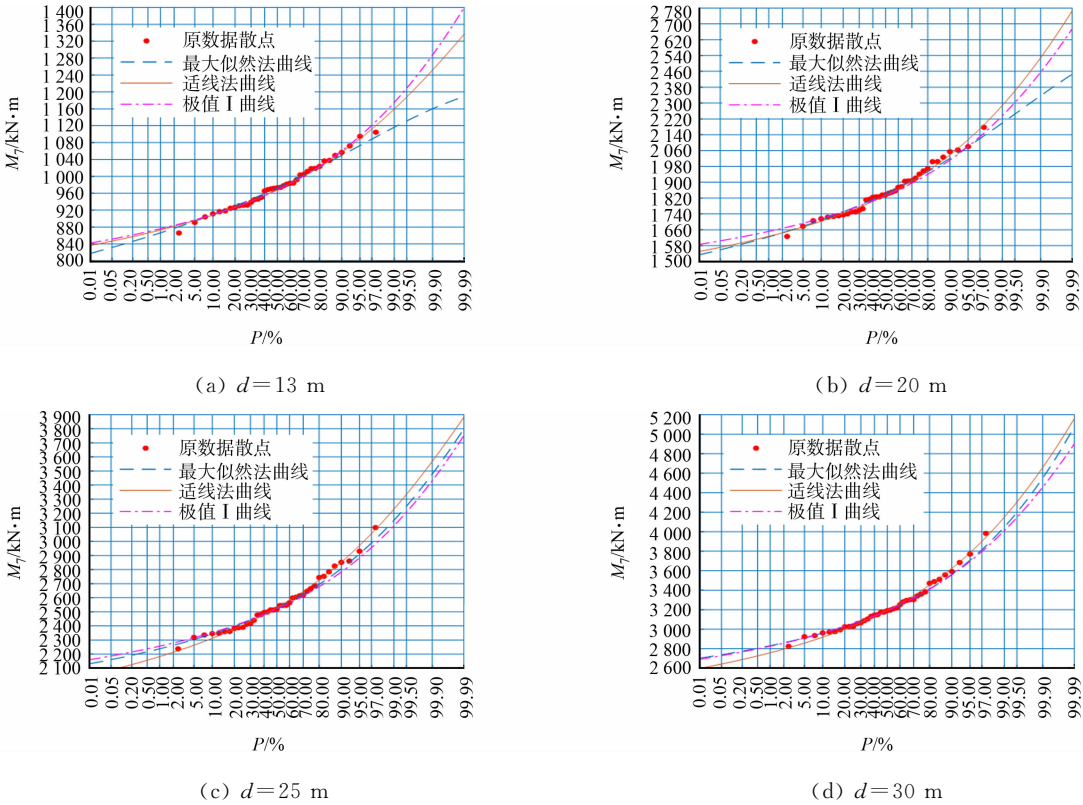


图 1 设计基准期车辆荷载效应极大值分布

Fig. 1 Distribution of vehicle effect maximum in design reference period

表 1 车辆荷载效应样本的统计参数与分布参数

Tab. 1 Statistical parameters and distribution parameters for vehicle effect sample

| d/m | 统计参数 | | | 分布参数 | | |
|--------------|-------------|---------|----------|----------|-------------|-----------|
| | \bar{x} | C_v | C_s | k | μ | σ |
| 13 | 977.130 8 | 0.061 9 | -0.939 9 | -0.035 8 | 950.379 7 | 49.276 1 |
| 20 | 1 856.492 4 | 0.074 7 | -1.097 1 | -0.007 2 | 1 794.274 0 | 109.131 2 |
| 25 | 2 561.642 9 | 0.082 5 | -0.949 2 | -0.034 1 | 2 463.816 4 | 179.654 7 |
| 30 | 3 240.393 0 | 0.086 1 | -1.104 1 | -0.006 0 | 3 109.500 9 | 229.111 3 |

由于荷载效应的较大值是桥梁安全的控制因素, 因此, 将数据拟合的重点放在较大值一侧尾部 1/3 的数据上, 并采用曲线与原始数据的相关系数作为拟合程度的指标。相关系数可通过 MATLAB 软件内部二维相关系数函数计算得到。计算结果, 如表 2 所示。表 2 中: 只选取较大值一侧尾部 1/3 的数据; ϵ 为相关系数。由表 2 可知: 将最大似然法计算的广义极值曲线、极值 I 型曲线与文中方法结果进行比较, 得

到文中方法计算出的分布曲线的较大值一侧尾部走势与实测数据更吻合.

分别采用适线法确定广义极值分布(样本)曲线、极大似然法确定的广义极值(样本)曲线和 Gumble 分布(样本)曲线,并根据经典极值理论外推设计基准期为 100 a 的车辆荷载效应极大值概率分布,其分布曲线,如图 2 所示.图 2 中: M 为跨中弯矩; ξ 为分布概率.由图 2 可知:不同样本分布曲线,对设计基准期车辆荷载效应极大值的概率分布有显著地影响,并且桥梁跨径越小,影响越显著.

表 2 3 种拟合曲线与原始数据的吻合程度对比

Tab.2 Comparison of fit degree between three fitting curves and original data

| d/m | ϵ (最大似然法曲线) | ϵ (适线法曲线) | ϵ (极值 I 型曲线) |
|--------------|----------------------|--------------------|-----------------------|
| 13 | 0.938 0 | 0.941 1 | 0.923 1 |
| 20 | 0.907 8 | 0.914 1 | 0.892 6 |
| 25 | 0.948 3 | 0.949 6 | 0.935 6 |
| 30 | 0.940 8 | 0.944 5 | 0.924 4 |

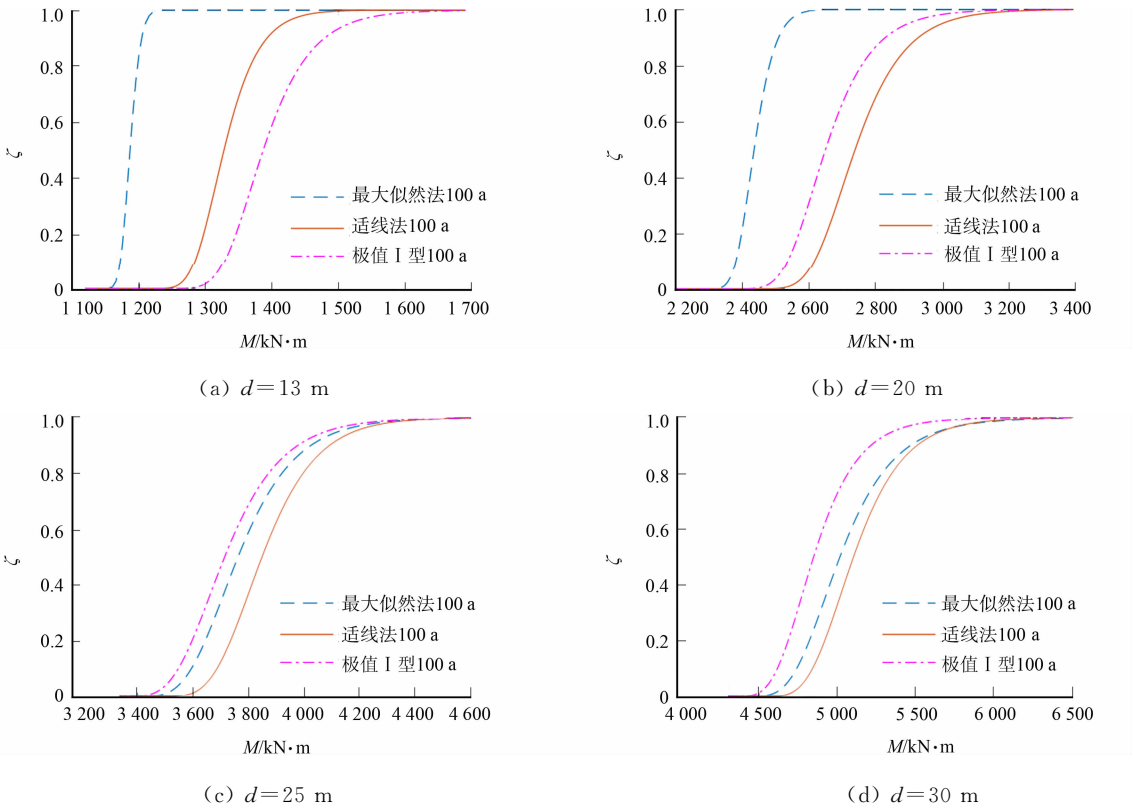


图 2 设计基准期车辆荷载效应极大值分布

Fig.2 Distribution of vehicle effect maximum in design reference period

取车辆荷载效应的 95%分位值为标准值^[14],标准跨径为 13,20,25,30 m 的车辆荷载效应在设计基准期为 100 a 的预测值,如表 3 所示.表 3 中:引入文献[15-16]的公路-I 级车辆荷载作用效应与适线法、GEV-极大似然法、极值 I 型分布进行对比.

表 3 车辆荷载效应标准值

Tab.3 Characteristic value of vehicle effect

| 计算方法 | d/m | | | |
|-----------------|--------------|----------|----------|----------|
| | 13 | 20 | 25 | 30 |
| M (适线法) | 1 415.76 | 3 001.40 | 4 176.12 | 5 661.13 |
| M (GEV-极大似然法) | 1 209.15 | 2 532.02 | 4 117.52 | 5 640.78 |
| M (极值 I 型分布) | 1 513.24 | 2 896.74 | 4 076.05 | 5 350.39 |
| M (文献[15]) | 847.68 | 1 594.81 | 2 292.00 | 3 070.08 |
| M (文献[16]) | 1 080.29 | 1 889.31 | 2 604.00 | 3 375.36 |

由表 3 可知:不论采用哪种方法计算得出的车辆荷载效应标准值都远大于规范要求^[15-16]的公路-I 级车辆荷载作用效应.由此可知,该高速公路中实际的车辆荷载远大于规范中所给的设计车辆荷载值.

4 结束语

采用适线法确定广义极值分布参数,更注重样本分布曲线尾部形状、走势与实测数据的一致性,更能反映超重车辆的影响,其拟合效果优于采用极大似然法计算的广义极值分布曲线和极值Ⅰ型分布的拟合结果,并且非常适合用于设计基准期内车辆荷载效应极大值的外推.该高速公路实际的车辆荷载远大于规范要求^[15-16]的公路Ⅰ级车辆荷载.因此,规范中给出的设计车辆荷载是否满足当下实际高速公路中车辆荷载的要求值得进一步研究.文中对高速公路车辆荷载效应模型的建立给出了一种可行的方法,可为规范的修订研究提供参考.

参考文献:

- [1] 阮欣,周军勇,石雪飞.桥梁汽车荷载响应的极值外推方法综述[J].同济大学学报(自然科学版),2015,43(9):1339-1346. DOI:10.11908/j.issn.0253-374x.2015.09.009.
- [2] 韩大建.极值分析方法在车辆荷载评估中的应用与比较[J].建筑与科学工程学报,2011,28(2):11-13.
- [3] NOWAK A. Live load model for highway bridges[J]. Structural Safety, 1993, 13(1/2): 53-66. DOI: 10.1016/0167-4730(93)90048-6.
- [4] NOWAK A, RAKOCZY P. WIM-based live load for bridges[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2013, 17(3): 568-574. DOI: 10.1007/s12205-013-0602-8.
- [5] SIVAKUMAR B, GHOSH M, MOSES F. Protocols for collecting and using traffic data in bridge design[M]. Washington D C: National Academy Press, 2011.
- [6] FU Gongkang, YOU Ji. Extrapolation for future maximum load statistics[J]. Journal of Bridge Engineering, 2011, 16(4): 527-625.
- [7] 袁伟璋, 黄海云, 张俊平, 等. POT 模型的车辆荷载极值预测及荷载效应[J]. 河南科技大学学报(自然科学版), 2016, 37(4): 36-41. DOI: 10.15926/j.cnki.issn1672-6871.2016.04.008.
- [8] 张晋豪, 刘均利, 余文成, 等. 应用 Pareto 分布的 POT 模型分析车辆荷载效应极大值[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2018, 37(5): 649-653. DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201711007.
- [9] SORIANO M, CASAS J, GHOSH M. Simplified probabilistic model for maximum traffic load from weigh-in-motion data[J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2017, 13(4): 454-467. DOI: 10.1080/15732479.2016.1164728.
- [10] 高冬光, 王亚玲. 桥涵水文[M]. 5 版. 北京: 人民交通出版社, 2016.
- [11] JENKINSON A. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements[J]. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 2010, 81(348): 158-171. DOI: 10.1002/qj.49708134804.
- [12] KOTZ S, NADARAJAH S. Extreme value distributions: Theory and applications[M]. London: Imperial College Press, 2000.
- [13] 金光炎. 广义极值分布及其在水文中的应用[J]. 水文, 1998, 2: 9-15.
- [14] 张喜刚. 公路桥梁汽车荷载标准研究[M]. 北京: 人民交通出版社, 2014.
- [15] 中华人民共和国交通部. 公路桥涵设计通用规范: JTG D60—2004[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.
- [16] 中华人民共和国交通部. 公路桥涵设计通用规范: JTG D60—2015[S]. 北京: 人民交通出版社, 2015.

(编辑: 李宝川 责任编辑: 黄晓楠 英文审校: 崔长彩)