

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201804078



# 角向偏振螺旋贝塞尔光束的传输特性

胡汉青<sup>1,2</sup>, 吴逢铁<sup>1,2</sup>, 胡润<sup>1,2</sup>, 杨艳飞<sup>1,2</sup>

(1. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021;

2. 华侨大学 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

**摘要:** 基于 Collins 公式, 导出角向偏振螺旋贝塞尔光束的光场表达式, 研究该光束的传输特性及暗核位置对光束偏振态的影响. 通过理论分析和数值计算发现: 角向偏振螺旋贝塞尔光束在一定传输区域内是以空心光束绕光轴做离轴螺旋传输, 并且光束的发散角为 0; 光束的偏振态随着暗核位置的移动而发生整体偏移.

**关键词:** Collins 公式; 角向偏振光束; 螺旋贝塞尔光束; 偏振态

中图分类号: O 436.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-5013(2018)05-0738-06

## Propagation Characteristics of Azimuthally Polarized Spiral Bessel Beam

HU Hanqing<sup>1,2</sup>, WU Fengtie<sup>1,2</sup>, HU Run<sup>1,2</sup>, YANG Yanfei<sup>1,2</sup>

(1. College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;

2. Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation,

Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** Based on the Collins formula, the intensity expression of the azimuthally polarized spiral Bessel beam is deduced. The propagation properties of the beam and the influence of the position of the dark core on the polarization state of the beam have been investigated. It is found that, by the theoretical analysis and numerical calculation, in a certain transmission region, the azimuthally polarized spiral Bessel beam is an off-axis spiral transmission of the hollow beam around the optical axis, and the divergence angle of the beam is zero; the polarization state of the beam cause overall migration with the move of the dark core position.

**Keywords:** Collins formula; azimuthally polarized beam; spiral Bessel beam; polarization

角向偏振光束是偏振方向具有轴对称分布特性的光束, 它比一般线偏振光束具有更多优点. 例如, 角向偏振光束经大数值孔径聚焦后, 光轴上的光强始终为 0<sup>[1]</sup>; 双环角向偏振光束经过环状大数值孔径聚焦后, 其光斑内环的偏振方向会发生改变<sup>[2]</sup>; 此外, 角向偏振光束的许多特性, 使其在粒子捕获<sup>[3]</sup>、金属切割<sup>[4]</sup>和提高存储密度<sup>[5]</sup>等方面具有重要应用. 自 1987 年 Durnin 等<sup>[6]</sup>首次提出无衍射贝塞尔光束的概念以来, 人们对贝塞尔光束进行了大量的研究<sup>[7-9]</sup>. 近年来, Aidas 等<sup>[10-11]</sup>通过实验产生具有离轴螺旋传输特性的零阶贝塞尔光束; Sun 等<sup>[12]</sup>对螺旋贝塞尔光束的研究进行拓展, 产生高阶螺旋贝塞尔光束, 并对其自重建特性进行研究<sup>[13]</sup>. 本文将角向偏振特性、离轴螺旋传输特性和无衍射特性相结合, 从理论分析和数值模拟上研究角向偏振螺旋贝塞尔光束的传输特性及其偏振态的变化.

收稿日期: 2018-04-24

通信作者: 吴逢铁(1958-), 男, 教授, 博士, 主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学的研究. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61178015); 国家自然科学基金青年基金资助项目(61605049); 福建省科技重大项目(2016H6016)

## 1 理论分析

假设入射的角向偏振光束呈高斯分布, 其电场表示式<sup>[14]</sup>为

$$E_0(r) = \frac{z \times r}{w} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right). \quad (1)$$

式(1)中:  $w$  为光束的束腰宽度。

由空间光调制器产生的全息图与轴棱锥, 如图 1 所示。由图 1 可知: 角向偏振光束先入射至全息图, 再进行相位调制; 经过轴棱锥聚焦后, 即可获得角向偏振螺旋贝塞尔光束。全息图与轴棱锥的透过率函数<sup>[10]</sup>可表示为

$$F_{\Delta, r}(r, \xi) = \exp[-ik\beta r + ik\beta\Delta \cos(\xi - \Gamma r)]. \quad (2)$$

式(2)中:  $\beta = (n_a - 1)\alpha$ ,  $\alpha$  为轴棱锥底角,  $n_a$  为轴棱锥折射率;  $\Delta$  为螺旋半径。全息图的周期为  $P = 2\pi/\Gamma$ 。

根据 Collins 公式<sup>[15]</sup>可得

$$E(\rho, \theta, z) = \left(-\frac{i}{\lambda B}\right) \exp(ikz) \iint E_0(r, \varphi) \exp\left\{\frac{ik}{2B}[Ar^2 + D\rho^2 - 2\rho r \cos(\varphi - \theta)]\right\} r dr d\varphi. \quad (3)$$

光束在自由空间中的传输矩阵<sup>[16]</sup>表示为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

将式(1), (2), (4)代入式(3), 可得角向偏振螺旋贝塞尔光束在传输中  $x$  方向电场分量表达式, 即

$$E_x(\rho, \theta, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp(ikz) \iint -\frac{zr \sin \varphi}{w} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp[-ik\beta r + ik\beta\Delta \cos(\Gamma r - \theta)] \times \\ \exp\left[\frac{ik(\rho^2 + r^2)}{2z}\right] \exp\left[-\frac{ik\rho r}{z} \cos(\varphi - \theta)\right] r dr d\varphi. \quad (5)$$

利用欧拉公式和三角变换, 式(5)可整理为

$$E_x(\rho, \theta, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \iint -\frac{zr^2}{w} \frac{i}{2} [\exp(i\varphi) - \exp(-i\varphi)] \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \times \\ \exp\left[-ik\beta r + \frac{ikr^2}{2z}\right] \exp[ik \sqrt{G^2 + H^2 + 2GH \cos(\Gamma r - \theta)} \cos(\varphi - \psi)] dr d\varphi. \quad (6)$$

式(6)中:  $G = \beta\Delta$ ;  $H = -\frac{\rho r_0}{z}$ ;  $\psi = \arctan\left[\frac{G \sin(\Gamma r_0) + H \sin \theta}{G \cos(\Gamma r_0) + H \cos \theta}\right]$ 。

利用

$$\exp[ix \cos(\theta - \phi)] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l(x) \exp[il(\theta - \phi)], \\ \int_0^{2\pi} \exp(in\phi) d\phi = \begin{cases} 2\pi, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0, \end{cases}$$

对式(5)进行化简, 以及利用稳相原理, 可得  $r_0 = z\beta$ , 即

$$E_x(\rho, \theta, z) = \left(-\frac{\pi z}{2k}\right)^{1/2} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \frac{r_0^2}{w} \exp\left(-\frac{r_0^2}{w^2}\right) \exp\left[-ik\left(\beta r_0 - \frac{r_0^2}{2z}\right)\right] \times \\ \exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right) J_1[k \sqrt{G^2 + H^2 + 2GH \cos(\Gamma r_0 - \theta)}] \sin \psi. \quad (7)$$

同理, 角向偏振螺旋贝塞尔光束的  $y$  方向电场分量的表达式为

$$E_y(\rho, \theta, z) = \left(-\frac{\pi k}{2z}\right)^{1/2} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right) \frac{r_0^2}{w} \exp\left(-\frac{r_0^2}{w^2}\right) \exp\left[-ik\left(\beta r_0 - \frac{r_0^2}{2z}\right)\right] \times \\ \exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right) J_1[k \sqrt{G^2 + H^2 + 2GH \cos(\Gamma r_0 - \theta)}] \cos \psi. \quad (8)$$

光强表达式可以用  $x, y$  方向电场分量表示, 即

$$I(\rho, \theta, z) = |E_x(\rho, \theta, z)|^2 + |E_y(\rho, \theta, z)|^2. \quad (9)$$

将式(7), (8)代入式(9), 可得角向偏振螺旋贝塞尔光束在观察面的光强分布。由角向偏振螺旋贝塞

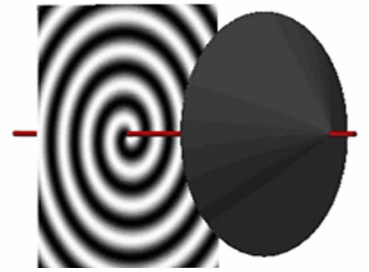


图 1 全息图与轴棱锥  
Fig. 1 Hologram and axicon

尔光束的光强分布公式可知,光束的螺旋周期数  $N=\frac{z}{P/\beta}=\frac{z\beta}{P}$ .

由于文中利用稳相法对光强分布进行近似积分计算,因此,贝塞尔函数的变化范围要大于稳相域. 此时,光束要满足  $r^2\ll\frac{z\lambda}{4}$  和  $r^2\ll\frac{z\lambda}{4}\frac{1}{1+(z\Gamma\beta)^2}$ . 只有满足这两个条件,角向偏振螺旋贝塞尔光束在传输过程中才能维持贝塞尔光束.

角向偏振螺旋贝塞尔光束的螺旋传输特性会受到螺旋半径的影响. 先定义光束的最大螺旋半径为  $\Delta_m=\mu\left[\frac{z\lambda}{1+(z\Gamma\beta)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$ . 其中:  $\mu=0.363\ 1$  是方程  $J_1(2\mu)=|J_1(x_0)|$  的解;而  $x_0$  是方程  $J_2(x_0)=0$  的最小零点. 只有当  $\Delta\leq\Delta_m$  时,角向偏振螺旋贝塞尔光束才会保持离轴螺旋传输特性进行传输.

2 光束的稳定性

入射光波波长  $\lambda=632.8\ \text{nm}$ ;  $\Gamma=6\ \text{mm}^{-1}$ ; 轴棱锥底角  $\alpha=1^\circ$ ; 折射率  $n_a=1.5$ . 最大螺旋半径随螺旋周期变化曲线,如图 2 所示. 图 2 中:  $N$  为周期数. 由图 2 可知:当  $\Delta\leq\Delta_m$  时,角向偏振螺旋贝塞尔光束才能保持其特性稳定传输.

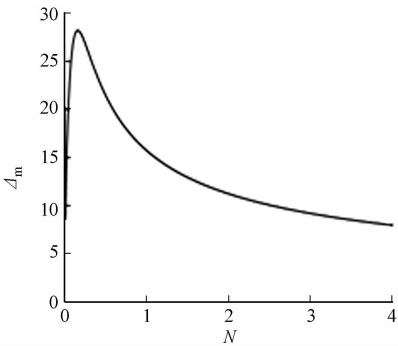


图 2 最大螺旋半径随螺旋周期变化曲线图

Fig. 2 Varying curve of the maximum spiral radius with spiral period

3 光强分布

根据上述理论分析,对角向偏振螺旋贝塞尔光束的光强分布进行数值模拟,模拟参数如下:入射光的束腰宽度  $w=5\ \text{mm}$ ;入射光波波长为  $\lambda=632.8\ \text{nm}$ ;螺旋半径  $\Delta=10\ \mu\text{m}$ ;  $\Gamma=6\ \text{mm}^{-1}$ ; 轴棱锥底角  $\alpha=1^\circ$ ; 折射率  $n_a=1.5$ . 角向偏振螺旋贝塞尔光束在不同螺旋周期处的光强分布,如图 3 所示.

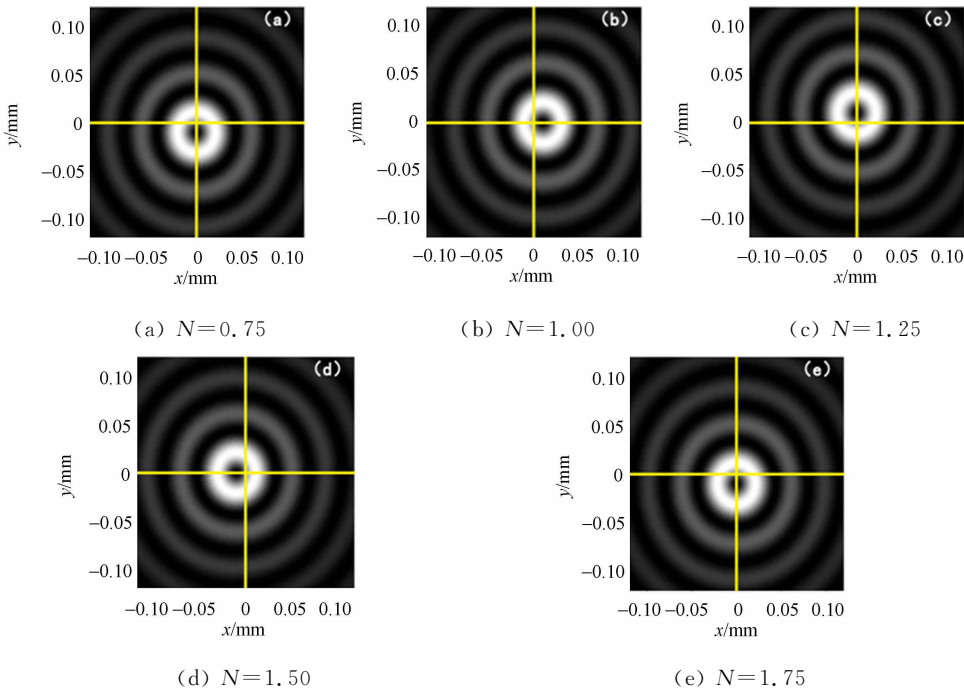


图 3 角向偏振螺旋贝塞尔光束在不同螺旋周期处的光强分布

Fig. 3 Intensity distribution of azimuthally polarized spiral Bessel beams at different spiral periods

由图 3 可知:径向偏振螺旋贝塞尔光束的螺旋周期数  $N$  由 0.75 逐渐增加至 1.75,光束整体做绕光轴的逆时针旋转运动,呈现出离轴螺旋传输特性;同时,光束也表现出了角向偏振特性和无衍射特性,在光斑中心位置的光强为 0,并且在传输过程中光斑形态并没有发生明显的变化.

在不同螺旋周期情况下,角向偏振螺旋贝塞尔光束在传输过程中的归一化强度分布,如图 4 所示. 图 4 中: $\rho$  为极径; $I$  为归一化光强. 由图 4 可知:光束光强分布( $N=0.5, N=1.0, N=1.5, N=2.0$ )接近完全重合,即在这个范围内,角向偏振螺旋贝塞尔光束呈现出无衍射特性.

4 传输中的偏振态

当光束暗核位于  $x$  轴,  $y$  轴及其他位置时,光束经过不同光轴方向(与  $x$  轴的夹角  $\phi$ )偏振片. 模拟参数如下:入射光的束腰宽度  $w=5\text{ mm}$ ;入射光波长为  $\lambda=632.8\text{ nm}$ ;螺旋半径  $\Delta=10\text{ }\mu\text{m}$ ;  $\Gamma=6\text{ mm}^{-1}$ ;轴棱锥底角  $\alpha=1^\circ$ ;折射率  $n_a=1.5$ .

4.1 暗核位于  $x$  轴

当暗核位于  $x$  轴时,根据理论计算此时角向偏振螺旋贝塞尔光束的暗核位于坐标  $(\Delta, 0)$ . 角向偏振螺旋贝塞尔光束经过不同光轴方向的偏振片后,其光强分布图(暗核位于  $(\Delta, 0)$ ),如图 5 所示. 由图 5 可知:角向偏振螺旋贝塞尔光束经过不同光轴方向的偏振片后,与偏振片光轴平行方向上的光强始终为 0,与偏振片光轴垂直的方向上光强不为 0,这表明与偏振片光轴平行的角向分量才能通过偏振片,光强关于暗核呈对称分布,此时的角向偏振螺旋贝塞尔光束具有角向偏振特性.

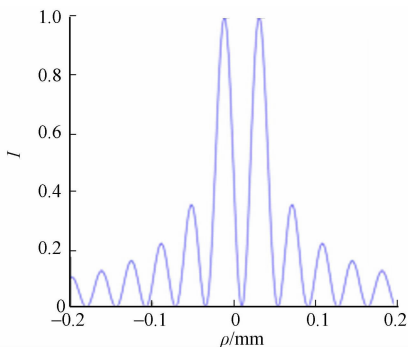


图 4 角向偏振螺旋贝塞尔光束在不同螺旋周期处的光强分布曲线  
Fig. 4 Intensity distribution curve of azimuthally polarized spiral Bessel beams at different spiral periods

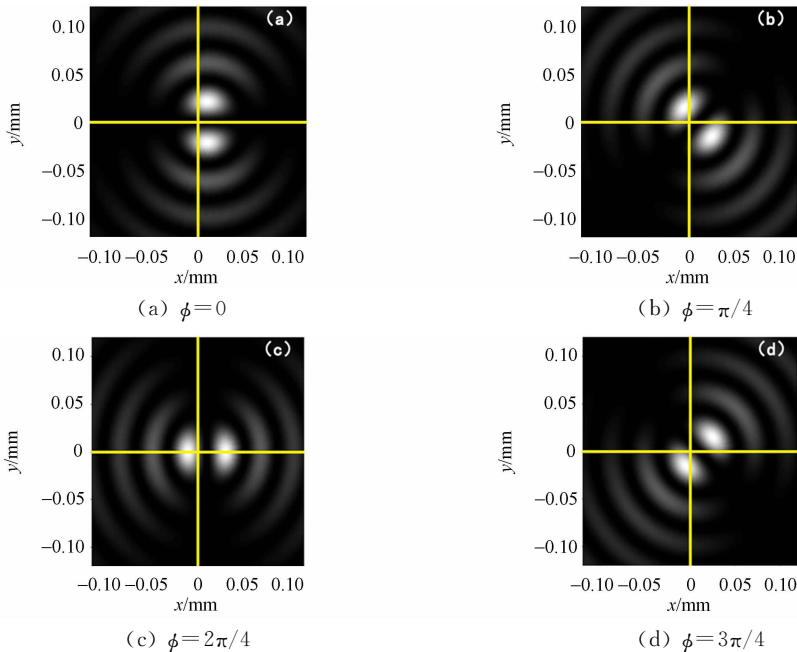


图 5 暗核位于  $(\Delta, 0)$  的光强分布  
Fig. 5 Intensity distribution of dark core at  $(\Delta, 0)$

4.2 暗核位于  $y$  轴

当暗核位于  $y$  轴上时,根据理论计算此时角向偏振螺旋贝塞尔光束的暗核位于坐标  $(0, \Delta)$ . 角向偏振螺旋贝塞尔光束经过不同光轴方向的偏振片后,其光强分布图(暗核位于  $(0, \Delta)$ ),如图 6 所示.

由图 6 可知:角向偏振螺旋贝塞尔光束经过不同光轴方向的偏振片后,光强分布与暗核位于  $x$  轴时类似,光强关于暗核呈对称分布,此时的角向偏振螺旋贝塞尔光束同样具有角向偏振特性.

4.3 暗核位于其他位置

为了使研究内容更具普遍性,研究了暗核位于非  $x, y$  轴时,角向偏振螺旋贝塞尔光束的偏振态分布情况. 选取暗核位置坐标为  $((1/\sqrt{2})\Delta, (1/\sqrt{2})\Delta)$ . 角向偏振螺旋贝塞尔光束经过不同光轴方向的偏振片后,其光强分布图(暗核位于  $((1/\sqrt{2})\Delta, (1/\sqrt{2})\Delta)$ ),如图 7 所示. 由图 7 可知:角向偏振螺旋贝塞尔光

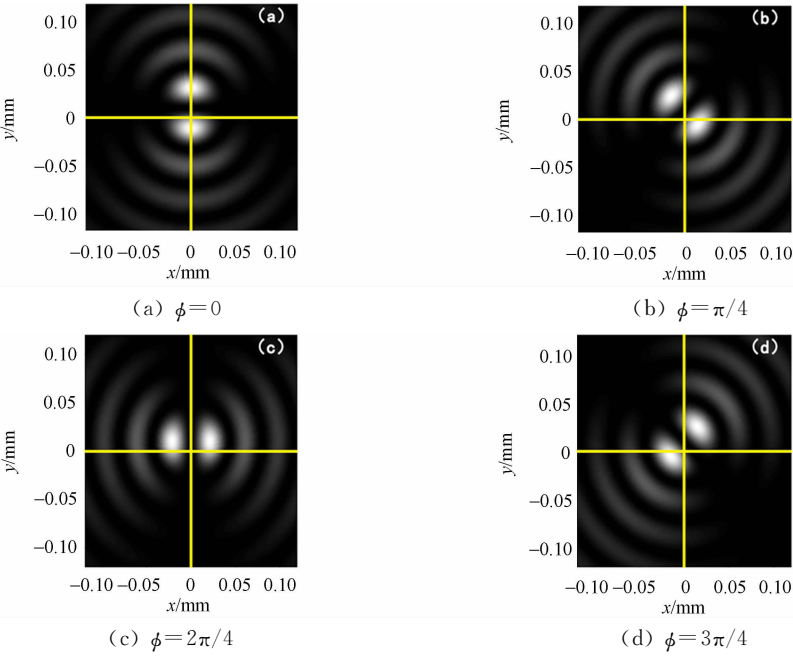


图 6 暗核位于  $(0,\Delta)$  的光强分布

Fig. 6 Intensity distribution of dark core at  $(0,\Delta)$

束经过不同光轴方向的偏振片后,光强分布与暗核位于  $x,y$  轴时类似,光强关于暗核呈对称分布.表明角向偏振螺旋贝塞尔光束在传输中始终保持角向偏振特性,随着暗核的旋转,其偏振态始终关于暗核中心对称分布.

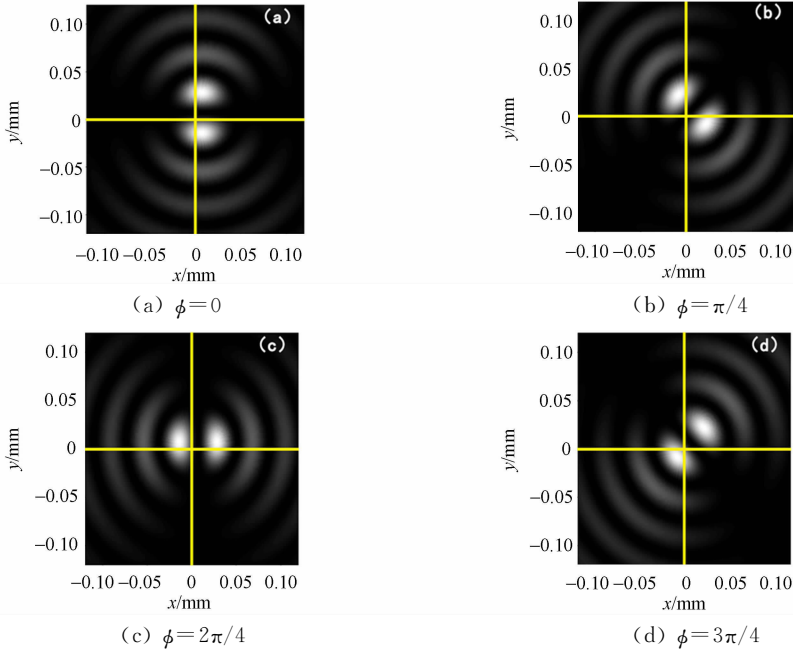


图 7 暗核位于  $((1/\sqrt{2})\Delta,(1/\sqrt{2})\Delta)$  的光强分布图

Fig. 7 Intensity distribution of dark core at  $((1/\sqrt{2})\Delta,(1/\sqrt{2})\Delta)$

## 5 结 束 语

将角向偏振特性、离轴螺旋传输特性和无衍射特性相结合,根据 Collins 公式,导出角向偏振螺旋贝塞尔光束的光场表达式;研究了角向偏振螺旋贝塞尔光束在自由空间中的传输特性,以及其偏振态的变化情况.研究表明:角向偏振螺旋贝塞尔光束在传输中,始终以空心光束形态,绕光轴做螺旋传输,体现了它的离轴螺旋传输特性;在一定的传输区域内,光束的发散角为 0,体现了它的无衍射特性;光束

通过不同光轴角度的偏振片后,有不同的偏振态,以暗核为中心,光束的偏振态呈对称分布,对角向偏振螺旋贝塞尔光束在粒子操控中的应用能够提供指导作用。

## 参考文献:

- [1] YOUNG WORTH K, BROWN T. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Optics Express*, 2000, 7(2): 77-87. DOI:10.1364/OE.7.000077.
- [2] 田博, 蒲继雄. 角向偏振光束大数值孔径透镜聚焦的偏振开关现象[J]. *华侨大学学报(自然科学版)*, 2012, 33(3): 247-250. DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.2012.03.0247.
- [3] LI Xuecong, SUN Dongxiu. Improvement of the axial trapping effect using azimuthally polarized trapping beam[J]. *Chinese Physics B*, 2010, 19(11): 698-703. DOI:10.1088/1674-1056/19/11/119401.
- [4] MEIER M, ROMANO V, FEURER T. Material processing with pulsed radially and azimuthally polarized laser radiation[J]. *Applied Physics A*, 2007, 86(3): 329-334. DOI:10.1007/s00339-006-3784-9.
- [5] KIM W C, PARK N C, YOON Y J, *et al.* Investigation of near-field imaging characteristics of radial polarization for application to optical data storage[J]. *Optical Review*, 2007, 14(4): 236-242. DOI:10.1007/s10043-007-0236-5.
- [6] DURNIN J, MICELI J J, EBERLY J H. Diffraction-free beams[J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(15): 1499-1501. DOI:10.1103/PhysRevLett.58.1499.
- [7] 谢晓霞, 王硕琛, 吴逢铁. Bessel 光束经椭圆环形孔径后的衍射光场[J]. *物理学报*, 2015, 64(12): 124201. DOI:10.7498/aps.64.124201.
- [8] HE Xi, WU Fengtie, CHEN Zhiming, *et al.* Transverse characterization of focused Bessel beams with angular momentum applied to study degree of coherence[J]. *Journal of Optics*, 2016, 18(5): 055605. DOI:10.1088/2040-8978/18/5/055605.
- [9] 何西, 吴逢铁, 李攀, 等. 绿光 LED 产生高阶 Bessel 光的自再现[J]. *中国科学:物理学 力学 天文学*, 2015(1): 014202. DOI:10.1360/sspma2014-00110.
- [10] AIDAS M, PISKARSKAS A, TRAPANI P D, *et al.* Spiraling zero-order Bessel beam[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(14): 2129-2131. DOI:10.1364/ol.34.002129.
- [11] AIDAS M, JARUTIS V, PISKARSKAS A. Generation and control of the spiraling zero-order Bessel beam[J]. *Optics Express*, 2010, 18(9): 8767-8771. DOI:10.1364/oe.18.008767.
- [12] SUN Qiongge, ZHOU Keya, FANG Guangyu, *et al.* Generation of spiraling high-order Bessel beams[J]. *Applied Physics B*, 2011, 104(1): 215-221. DOI:10.1007/s00340-011-4405-7.
- [13] SUN Qiongge, ZHOU Keya, FANG Guangyu, *et al.* Generalization and propagation of spiraling Bessel beams with a helical axicon[J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(1): 234-243. DOI:10.1088/1674-1056/21/1/014208.
- [14] BROWN D P, SPILMAN A K, BROWN T G, *et al.* Spatial coherence properties of azimuthally polarized laser modes[J]. *Optics Communications*, 2008, 281(21): 5287-5290. DOI:10.1016/j.optcom.2008.07.033.
- [15] COLLINS S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1970, 60(9): 1168-1177. DOI:10.1364/josa.60.001168.
- [16] SIMON R, MUKUNDA N, SUDARSHAN E C G. Partially coherent beams and a generalized ABCD-law[J]. *Optics Communications*, 1988, 65(5): 322-328. DOI:10.1016/0030-4018(88)90095-8.
- [17] ARLT J, DHOLAKIA K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon[J]. *Optics Communications*, 2000, 177(1): 297-301. DOI:10.1016/s0030-4018(00)00572-1.

(责任编辑: 陈志贤      英文审校: 吴逢铁)