

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201712003



# 考虑路径相关度的 PERT 网络 进度风险的改进算法

刘迅<sup>1</sup>, 毕远志<sup>2</sup>

(1. 苏州科技大学 土木工程学院, 江苏 苏州 215000;  
2. 江南大学 环境与土木工程学院, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 提出克服传统计划评审技术(PERT)网络进度风险的局限性进度网络风险概率的改进算法. 考虑网络路径之间相关性的约束条件, 去除在规定工期内高完工率和高相关性的路径, 利用多元正态积分技术, 计算 PERT 网络进度风险概率. 算例结果表明: 与传统的蒙特卡洛模拟方法相比, 该模型能够减少大量的计算时间, 且误差较小, 可忽略不计.

**关键词:** 工程项目管理; 计划评审技术; 多元正态积分; 网络路径; 网络进度风险

**中图分类号:** TU 712 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5013(2018)05-0675-07

## Improved Algorithm for Scheduling Risk of PERT Networks Considering Path Correlation

LIU Xun<sup>1</sup>, BI Yuanzhi<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215000, China;  
2. School of Environment and Civil Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** The risk probabilistic method of program evaluation and review technique (PERT) construction schedule network is presented, which overcomes the limitations of the current PERT. Considering the constraints of correlation between the network paths, removing the paths with high completion and high correlation in time limit for a project network, and using multivariate normal integral method, the network schedule risk is calculated. The results illustrate that: by comparison with Monte Carlo simulation methods, the new model is able to reduce greatly the computational time, the error is small and negligible.

**Keywords:** project management; program evaluation and review technique; multivariate normal integration; network path; network schedule risk

计划评审技术(PERT)自提出以来,在很多领域得到广泛的应用与发展<sup>[1-2]</sup>.但是,由于 PERT 路径节点汇流及忽略次关键线路对整个网络完工工期的影响,导致计算结果太过乐观<sup>[3-4]</sup>.对此,学术界提出一些计算方法,主要包括概率网络估算算法<sup>[5]</sup>、约束定界法<sup>[6]</sup>及蒙特卡洛模拟法(MCS)<sup>[7-11]</sup>.其中,采用概率网络估算算法和约束定界法作为分析推导法,随着网络作业量的增加,其计算复杂度呈现指数函数的增长,就实际工程网络而言,其计算效果并不明显<sup>[5-6]</sup>.而 MCS 方法虽然优点众多,如精确性、直

**收稿日期:** 2017-12-05  
**通信作者:** 刘迅(1979-),男,讲师,博士,主要从事建设工程风险管理的研究. E-mail:liuxun8127@163.com.  
**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(51274105);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(JUSRP1031);水利部公益性行业科研专项经费资助项目(201401016);苏州科技大学高层次人才基金资助项目(331711105)

接性、广泛的应用性等,但是 MCS 也有致命的缺点,其模拟计算时间过长,对于大型工程网络而言,其计算负荷过重<sup>[12-13]</sup>. 鉴于概率网络估算算法和约束定界法的复杂性,以及 MCS 计算时间过长的实际问题,产生了近似解法. 为简化计算量,多数近似解法均对网络作了若干条件的假设<sup>[14-18]</sup>. 然而,大部分文献均未考虑路径的相关关系,这将影响最终的计算结果<sup>[19-20]</sup>. 因此,本文针对 PERT 网络进度风险的分析与计算,提出一个概率分析方法,该方法克服现有的 PERT 施工进度网络风险的局限性,考虑了网络路径之间相关性的约束条件,利用多元正态积分技术,解决传统的 PERT 由于路径节点汇流而导致计算方法太过乐观的不足之处;并将多元正态积分方法应用在该方法中,通过计算所有网络路径持续时间的完工概率,评价工程网络路径中的相关性对工程项目按计划工期完工的概率的影响程度.

1 PERT 网络中的路径相关度

若 PERT 网络中存在着具有共同工序活动的 2 条路径,则认为这 2 条路径具有相关关系. 可以采用路径相关度衡量路径之间的关系. 借用相关系数的概念,路径相关度等于多次仿真时,路径间完成时间的相关系数. 2 条路径之间的相关系数  $\rho_{i,j}$  可定义为

$$\rho_{i,j} = \sum_{k \in (\pi_i \cap \pi_j)} \sigma_k^2 / (\sigma_i \sigma_j). \tag{1}$$

式(1)中: $\sigma_k^2$  为路径  $i$  与路径  $j$  的第  $k$  个共同活动的标准差; $\sigma_i, \sigma_j$  分别为路径  $i$  与路径  $j$  的标准差.

2 考虑路径相关的 PERT 网络进度风险的假设条件

针对网络活动总持续时间的概率分布近似服从于正态分布的假设,把传统的 PERT 方法构建为多元正态概率分布问题,解决因路径合并带来计算上偏差的局限性问题. 出于这一考虑,路径相关的 PERT 施工进度风险计算模型使用与传统的 PERT 相似的 5 个假设条件.

1) 任务活动  $i$  的持续时间服从  $\beta$  分布,使用传统的三时估计方法,确定活动任务的持续时间,即最乐观完成时间( $a_i$ )、最有可能完成时间( $m_i$ )和最悲观完成时间( $b_i$ ). 其中: $a_i$  与  $b_i$  是  $\beta$  概率分布的 2 个极值,如 0% 和 100%;而  $m_i$  则代表这个任务活动持续时间的均值.

2) 工序活动  $i$  的持续时间的平均值  $\mu_i = (a_i + 4m_i + b_i)/6$ ;标准差  $\sigma_i = (b_i - a_i)/6$ .

3) 基于以上平均值和标准差的计算公式,决定任务活动  $i$  的持续时间  $\beta$  分布形状的 2 个形状参数  $\alpha_i$  和  $\beta_i$ ,其计算式为

$$\alpha_i = \left( \frac{u_i - a_i}{b_i - a_i} \right) \times \left( \frac{(u_i - a_i)(b_i - u_i)}{\sigma_i^2} - 1 \right), \quad \beta_i = \left( \frac{b_i - u_i}{u_i - a_i} \right) \times \alpha_i. \tag{2}$$

4) 假设工程网络路径  $k$  完工时间的期望值为  $u_k$ ,方差为  $\sigma_k^2$ ,其期望值与方差的计算式为

$$u_k = \sum_{i=1}^N a_{k,i} u_i, \quad \sigma_k^2 = \sum_{i=1}^N a_{k,i} \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{i'=1, i \neq i'}^N a_{k,i} a_{k,i'} \rho_{i,i'} \sigma_i \sigma_{i'}. \tag{3}$$

式(3)中:若工程网络路径  $k$  中包括任务活动  $i, a_{k,i} = 1$ , 否则,  $a_{k,i} = 0$ ;  $\rho_{i,i'}$  为路径  $k$  中任务活动  $i$  与  $i'$  的相关性;  $N$  为网络路径  $k$  中任务活动的总数目. 这里需要注意的是,如果各个活动任务之间不是相关的,那么方差  $\sigma_k^2$  可以通过路径  $k$  上所有任务活动持续时间的方差进行相加计算.

从形状参数  $\beta_i$  的计算式可以看出,假设所有的项目任务活动是独立的,则有  $\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^N a_{k,i} \sigma_i^2$ .

5) 如果路径中存有大量的活动,而这些活动之间又是相互独立的. 基于中心极限定理理论,某 1 条路径中,任务持续时间总和的概率分布近似服从正态分布.

基于以上假设,PERT 完工概率的风险计算问题,可以构建成一个多元概率问题. 事实上,许多文献正是在以上假设的基础上对进度风险进行定义的,如

$$P(T \leq t) = P(T_1 \leq t, T_2 \leq t, \dots, T_k \leq t, \dots, T_K \leq t). \tag{4}$$

式(4)中: $P(T \leq t)$  表示工程项目的持续时间在目标时间  $t$  内的完工概率;  $T_k$  为路径  $k$  的持续时间;  $t$  为工程项目计划完工工期.

式(4)表明:在网络图中,所有路径的持续时间均小于计划完工工期目标持续时间  $t$  的概率. 但需要

注意的是, 同一个任务活动通常有 2 个或者 2 个以上的不同路径通过, 这说明这些路径之间是彼此相关的. 2 个不同路径的相关关系的计算式为

$$\rho_{k,l} = \frac{\text{Cov}_{k,l}}{\sigma_k \sigma_l}, \quad \text{Cov}_{k,l} = \sum_{i=1}^N a_{k,i} a_{l,i} \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{i'=1, i \neq i'}^N a_{k,i} a_{l,i'} \rho_{i,i'} \sigma_i \sigma_{i'}. \tag{5}$$

式(5)中:  $\rho_{k,l}$  表示工程网络路径  $k$  与路径  $l$  之间的相关性;  $\text{Cov}_{k,l}$  表示路径  $k$  与路径  $l$  之间的协方差. 如果任务活动  $i$  在路径  $k$  上, 则有  $a_{k,i} = 1$ ; 否则,  $a_{k,i} = 0$ . 如果项目任务活动是彼此独立的, 那么  $\sum_{i=1}^N \sum_{i'=1, i \neq i'}^N a_{k,i} a_{l,i'} \rho_{i,i'} \sigma_i \sigma_{i'} = 0$ . 因此, 工程网络图中的 2 条路径的协方差只能通过 2 条路径之间具有相同

任务活动的持续时间的方差( $\sigma_i^2$ )进行计算, 即  $\text{Cov}_{k,l} = \sum_{i=1}^N a_{k,i} a_{l,i} \sigma_i^2$ . 如果路径存在部分相关关系, 基于以上假设, 则式(4)中多联合概率问题将转变成中心极限定理理论基础的多元正态积分问题, 即

$$P(T \leq t) = \frac{1}{\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}|} (2\pi)^m} \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t L \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{U}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}\right) dT_1 dT_2 L dT_m. \tag{6}$$

式(6)中:  $m$  为路径的总数量;  $\mathbf{U}$  为相关网络路径  $T_k$  持续时间的向量;  $\mathbf{U}^T$  为  $\mathbf{U}$  的转置矩阵;  $\boldsymbol{\Sigma}$  为各路径持续时间  $S_i$  的  $m \times m$  阶协方差矩阵.

为了解决网络路径相关下的完工概率问题, 需要对式(6)进行求解. 这涉及到 1 个多维正态概率分布的多次积分问题, 需要积分的次数等于网络中所有路径的总数. 多维正态概率分布的数值计算不仅耗时, 而且特别困难. 求解大规模工程网络的完工概率, 通常需要计算大量的  $m$  次积分. 在实际的工程项目中, 随着工程规模的不断扩大, 涉及的施工工序更为繁多, 这意味着工程网络图中包含成千上万条的路径, 大大增加了式(6)中多维正态概率积分的数量, 通过手工计算是无法实现的. 因此, 需要借助计算机辅助完成.

### 3 路径相关下的 PERT 进度风险计算的原则和算法设计

#### 3.1 PERT 进度风险近似计算的原则

由于活动持续时间的不确定性及大规模网络路径的约束限制, 使计算进度风险困难重重, 因此, 精确地计算大型工程施工进度风险是不现实的. 提出一种大型工程施工进度风险的近似计算方法, 该方法基于以下 2 个原则.

1) 大型工程网络施工进度完工工期持续时间具有相当高的完工概率的路径, 如工程项目网络计算的完工概率  $P(T \leq t) \geq 0.99 \approx 1.00$ , 不会显著地影响工程项目在规定工期内完工的可能性.

2) 如果工程网络中存在几个路径与在规定工期内工程项目能够完成的概率非常低的路径之间存在相关关系, 那么, 这个完工概率比较低的路径将被认为是主要路径. 在进行计算时, 用这条主要路径替代其他具有较高概率完成的路径.

#### 3.2 PERT 进度风险近似计算的设计

基于以上 2 个原则, 大型工程施工进度风险的近似计算方法可通过以下 3 种设计方法达到.

1) 去除在规定工期内完工概率非常高的路径, 在计算过程中, 剔除高完工概率  $P(T \leq t) \geq 0.99 \approx 1.00$  的路径.

2) 去除工程网络进度中高度相关的路径, 用低相关度完成时间的路径替代.

3) 由那些基于所选取的、具有代表性路径的目标完成时间, 近似计算工程项目完成的概率, 可以大大改善大规模工程项目网络进度风险计算的效率.

### 4 路径相关下的 PERT 进度风险的计算方法

为了达到计算大型工程施工进度风险的目标, 采取以下 4 个步骤可达到近似计算的目的: 1) 确定工程项目的完工概率上限值(UP)及网络路径之间相关性的上限值(UC); 2) 去除在规定工期内, 能够完工的高概率路径; 3) 去除工程网络进度中具有高度相关的路径; 4) 近似估计大型工程项目施工进度完工风险.

4.1 PERT 完工概率上限及路径相关度上限的确定

确定大型工程项目的完工概率上限值及路径之间相关性的上限值,能够剔除对工程项目完工时间没有显著影响的路径,以达到减少传统的 PERT 计算时间的目的. 这阶段的主要目标:一是明确 UP 及 UC,从网络图所有路径中选择具有代表性的路径;二是减少网络中多余的连接. 这一阶段主要通过以下 3 个步骤实现.

1) 明确工程项目的计划完工时间  $t$ ,工程项目的计划完工时间通常在合同中加以规定.

2) 明确 UP 及 UC. 确定 UP 的目的是去除比完工概率上限值高的概率的网络路径,因为这些路径对工程项目的完成时间的概率没有显著地影响. 确定 UC 的目的是去除那些同网络关键路径有重大关系的路径和相关性高于相关性概率上限的路径.

3) 用传递递归的方法去除工程项目网络图中多余的连接. 多余的连接存在于工程项目网络图的许多任务活动之中,这些多余的连接往往造成许多多余的路径. 在工程网络进度的分析中,完全可以去除这些多余的路径.

4.2 高概率保证下的完工路径的去除

去除高概率完工路径的直接目的是减少路径的计算次数,通过识别和去除完成时间概率  $P(T \leq t)$  比 UP 高的路径,分析网络中剩余的路径,实现这一目标最简单的方法是列举出所有路径,并且分析所有路径完成时间的概率. 但这个方法在实际工程的运用中,通常是不现实的,也是无效的. 为了确保实现最终目标的计算效率,提出一种新的去除高概率完工路径的计算方法,可通过以下 3 个步骤实现.

**步骤 1** 把网络路径的完工概率上限值 UP 转化为网络与路径平均持续时间的 1 个相等的下限值 LM,通过该方法寻找和识别完成时间概率比规定的 UP 值更低的路径. 其主要目标是把在第 1 个阶段识别出来的网络路径的 UP 值转换为与路径平均持续时间相等的 LM 值,通过 LM 值的大小可以明确和保留完成时间概率比 UP 值低的路径. 这些路径可以通过确定路径持续活动时间的均值  $\mu_k$  比 LM 值高的路径识别.

PERT 路径的完工概率上限值 UP 可通过相关转换式转换成网络完工工期与路径平均持续时间相等的下限值 LM,即

$$P(T_k \leq t) = \Phi((t - \mu_k)/\sigma_k) \leq \text{UP}, \tag{7}$$

$$(t - \mu_k)/\sigma_k \leq \Phi^{-1}(\text{UP}), \tag{8}$$

$$\mu_k \geq \begin{cases} t - \Phi^{-1}(\text{UP})\sigma_k, & \text{UP} > 0.5, \\ t, & \text{UP} = 0.5, \\ t + \Phi^{-1}(\text{UP})\sigma_k, & \text{UP} < 0.5, \end{cases} \tag{9}$$

$$\text{LM} = t - \Phi^{-1}(\text{UP}) \sqrt{\text{LV}}, \quad \text{UP} > 0.5. \tag{10}$$

式(7)~(10)中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态累积分布函数; $\Phi(\cdot)^{-1}$ 为标准正态累积分布函数的反函数;LV 为整个 PERT 网络中持续时间最大值的方差. 式(7)表示网络中第  $k$  条路径的完工时间概率小于完工概率上限值 UP,即确保计算模型中所选择出的具有代表性的第  $k$  条路径的完成时间概率  $P(T \leq t)$  小于完工概率上限值 UP. 通过式(8),(9),可以计算出路径  $k$  持续时间的均值  $\mu_k$  为工程项目所规定的持续时间  $t$ 、路径  $k$  持续时间的标准差值  $\sigma_k$ 、工程项目网络路径的完工概率上限值 UP 的标准正态分布函数倒数  $\Phi(\cdot)^{-1}$  的函数. 同时,由于式(9)中的第  $k$  条网络路径的持续时间均值  $\mu_k$  依赖于该条网络路径的持续时间的标准差值  $\sigma_k$ ,因此,该条路径持续时间的下限值 LM 可以通过网络路径的持续时间的最大方差 LV 进行计算.

**步骤 2** 找出从初始节点到分析节点项目任务活动  $i$  的最大期望值所构成的网络路径的持续时间  $\text{LD}_i$ ,以及网络中存在的最大方差值 LV. 通过该方法能够找出网络路径的平均期望时间,以及确定路径活动持续时间的期望值比路径持续时间的下限值 LM 更长的路径. 通过分析活动节点  $i$  到终止节点  $E$  的最长期望路径完成时间  $\text{LD}_i$ ,可以搜索出比网络持续时间下限值 LM 更长的持续时间路径,并根据所求出的持续时间最大方差值 LV,利用式(8)求出下限值 LM. 为了获得这些目标,提出最长路径持续时间期望值的搜索算法.

**步骤 3** 利用上述 2 个步骤所确定的具有最大方差值 LV 时的工程网络路径持续时间的下限值

LM, 以及针对路径中分析节点任务活动  $i$  至终止节点  $E$  的最长期望完工时间  $LD_i$ , 选择比确定的完工概率上限值 UP 低的、更具有代表性的路径. 使用路径持续时间的下限值 LM, 以及将任务活动  $i$  至终止节点  $E$  的最长期望完工时间  $LD_i$  作为判断是否具有代表性路径的主要依据是, 使用该方法可使网络路径在不需要枚举出所有路径的情况下, 能够达到最大化改善寻找具有代表性网络完工路径的效率.

4.3 高相关度路径的去除

去除网络中具有高完工概率的路径, 对大规模的网络而言, 能够在很大程度上简化计算量. 文献[5]也提出网络中高相关度路径的去除方法, 在一定程度上改善了考虑路径相关下的完工概率风险计算的准确性及效率性, 但是该方法仅考虑网络路径的期望持续时间  $\mu_k$  的大小, 同时, 根据路径之间的相关性选择具有代表性的网络路径是有弊端的. 为了克服这一局限性, 将所有网络的完工概率, 进行升序排序, 除了考虑路径的期望持续时间  $\mu_k$ , 还考虑了具有相同路径期望持续时间  $\mu_k$  所拥有的较小完工概率的路径, 完成这一阶段后, 可以估计完成时间的概率.

4.4 路径相关下完工概率的近似计算

通过去除网络中具有高完工概率的路径及高度相关性的路径, 大大简化了计算量, 提高了工程网络完工概率的计算效率. 特别对那些网络中工序和节点数足够多的工程网络来说, 其效果是比较明显的. 通过这 2 种方法去除冗余路径后剩余的路径, 计算每条工程项目在规定工期内完成的概率, 将各概率相乘即可得到工程项目在规定工期内完工的概率.

5 算例分析

以文献[3]中的工程网络图作为算例, 利用提出的方法对该算例的完工风险进行研究. 将不同的规定工期上限值 UP 和不同网络路径相关性的上限值 UC 的计算完工风险的概率与运用传统蒙特卡罗模拟技术的计算结果进行比较, 以寻找出运用所提方法进行工程网络完工风险的优劣性. 某工程施工进度网络计划, 如图 1 所示. 图 1 中: 该工程网络图共有 22 个节点, 44 个工序任务活动, 工程网络路径的总数目为 148 条.

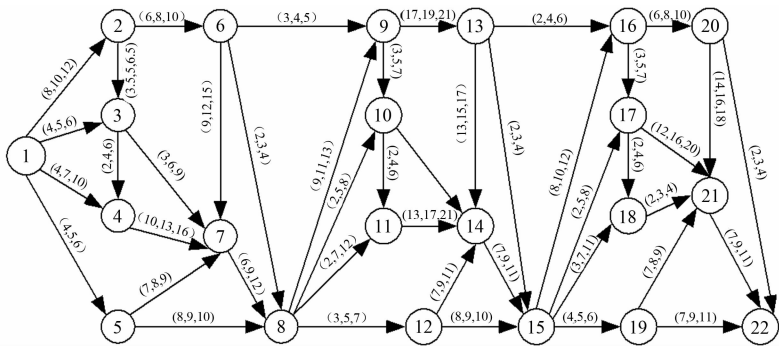


图 1 某工程施工进度网络计划图

Fig. 1 Network plan of one project construction progress

利用传统的蒙特卡洛模拟技术分析项目完工时间的概率, 根据相应的分布产生相应的工序活动持续时间, 将产生的持续时间结合经典的关键路线法(CPM)计算项目的完工时间. 在利用蒙特卡洛模拟的技术中, 迭代最大数字设置为 30 000. 若项目完成时间的概率协方差小于 0. 005, 则模拟程序将会自动中断迭代. 这里需要注意的是, 蒙特卡洛模拟中的迭代总次数比终端设置的最大迭代次数小.

经过计算, 节点 22 的最大方差值 LV 为 11. 361 1. 在工程项目完工概率上限值 UP 为 0. 99, 工程项目合同规定的计划完工工期为 140 d 时, 路径持续时间的下限值 LM 为 132. 159 3 d. 此处, 分别考虑了 UP=1. 00, UC=1. 00; UP=0. 99, UC=1. 00; UP=0. 95, UC=1. 00; UP=1. 00, UC=0. 95; UP=1. 00, UC=0. 90; UP=1. 00, UC=0. 85 这 6 种情况下的完工概率. 利用 500 个伪随机点、概率上限和相关性上限的各种联合计算该算例, 研究该算例的结果对概率上限和相关性上限的敏感度, 并将文中算法得到的结果与传统蒙特卡洛模拟技术进行比较, 如图 2 所示. 图 2 中:  $\eta$  为完工概率;  $t$  为完工工期.

由图 2 可知: 当设置 UP=1. 00, UC=1. 00 时, 文中方法与蒙特卡洛模拟法计算得到的结果相近,

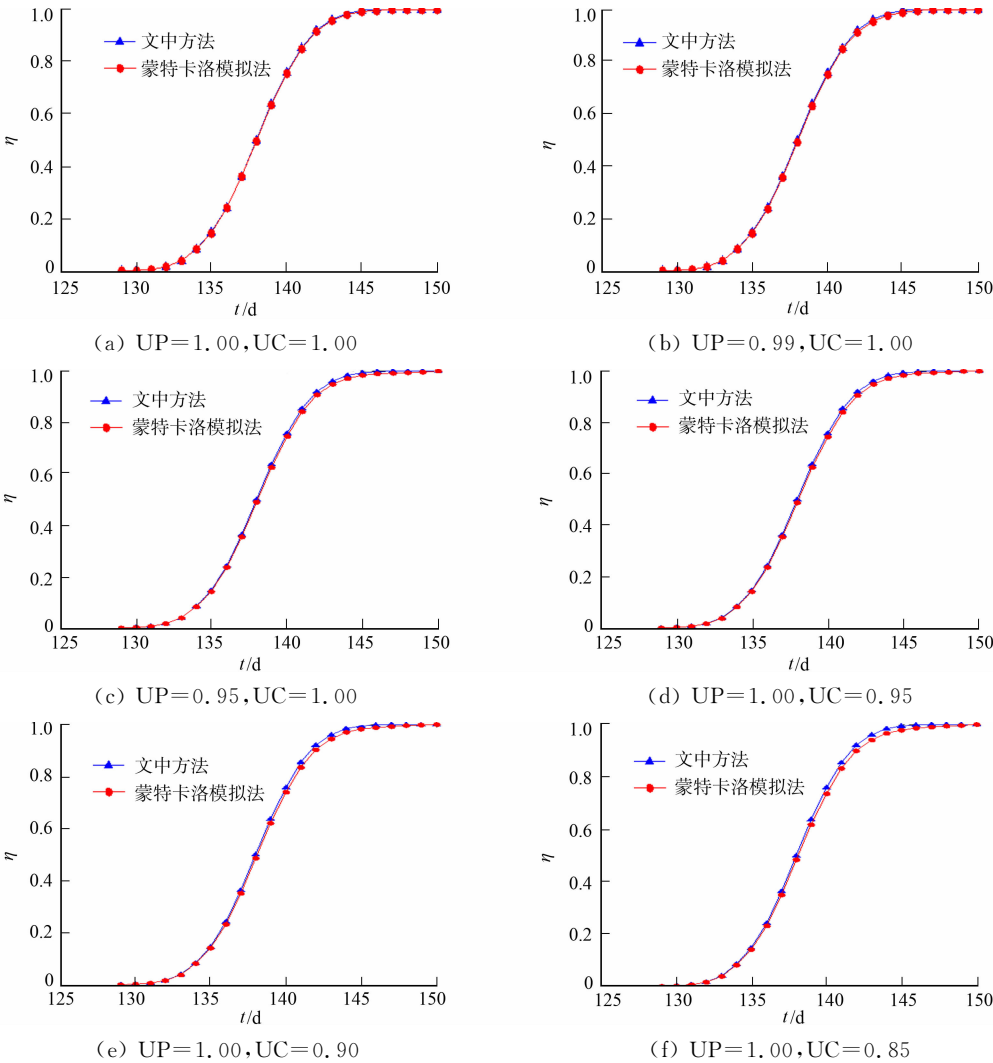


图 2 文中算法与蒙特卡洛模拟算法的结果比较

Fig. 2 Result comparison between the improved algorithm and Monte Carlo simulation

误差小于 2%；当设置  $UP=0.99, UC=1.00$  时，其计算结果与  $UP=1.00, UC=1.00$  计算结果的准确度相近. 通过  $UP$  和  $UC$  的不同组合( $UP=1.00, UC=1.00$ ; $UP=0.99, UC=1.00$ ), 可以看出在工程项目目标持续时间小于 140 d 时, 计算得到的完工工期与利用蒙特卡洛模拟得到的工期误差率在 2% 以内. 通过  $UP$  和  $UC$  的另外 4 种不同组合, 文中方法得到的结果非常接近于蒙特卡洛模拟得到的结果.

由图 2 还可知:  $UP$  值设置太低, 将导致被选代表性路径的显著性减少, 增加项目完成时间概率的估计误差. 如在  $UP=0.95, UC=1.00$  时, 在很大范围内, 工程项目的持续时间内只选择很小一部分路径作为代表性的路径, 当只有一条代表性路径时, 产生的误差高于 7%.

综上所述, 在计算大型 PERT 网络的完工概率时,  $UP$  设置较高的数值, 既可以减少经过  $N$  次计算所产生的累积效应, 又可以选择合理的路径数量作为代表性路径, 使计算结果与蒙特卡洛模拟技术计算结果趋于一致, 减小误差. 同样, 若  $UC$  值设置太低, 代表性路径将很少, 容易产生较大的误差. 因此, 为减小文中所提方法的计算结果与蒙特卡洛模拟结果的差值, 应设置较高的  $UP$  与  $UC$  值.

6 结束语

提出大型工程网络完工风险分析的模型, 使用多元正态积分方法并结合深度搜索算法, 实现大规模工程项目网络快速且准确的完工风险计算. 该算法可克服现有 PERT 网络完工风险的局限性, 为数量巨大的施工工序活动的大型(超大型)工程项目的 PERT 网络的完工概率提供近似或精准的计算. 计算结果表明, 文中算法具有准确估计完工概率的能力. 将大型工程项目活动的 PERT 网络进度计划与传

统蒙特卡洛模拟方法相比,该算法不仅误差小(可忽略不计),而且计算时间也大大缩短。

参考文献:

[1] 王卓甫,欧阳红祥,李红仙. 水利水电施工搭接网络进度风险计算[J]. 水利学报,2003,34(1):98-102. DOI:10.3321/j.issn:0559-9350.2003.01.019.

[2] 钟登华,闫玉亮,张隽,等. 耦合改进 PERT 和 BBNs 的堆石坝施工进度风险分析[J]. 水利学报,2017,48(1):52-60. DOI:10.13243/j.cnki.slxb.20160595.

[3] 王卓甫,丁继勇,刘媛,等. 基于 Monte Carlo 方法的 PERT 网络关键路线和最关键活动分析[J]. 系统工程与电子技术,2012,34(8):1646-1651. DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2012.08.21.

[4] 秦旋. 概率型活动网络的计算机模拟[J]. 华侨大学学报(自然科学版),1998,19(1):54-60. DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.1998.01.0050.

[5] ANG A. Analysis of activity networks under uncertainty[J]. Journal of Engineering Mechanics Division,1975,101(4):373-387. DOI:10.1007/s10951-010-0163-3.

[6] DITLEVSEN O. Narrow reliability bounds for structural systems[J]. Journal of Structural Mechanics, 1979(4):453-472. DOI:10.1080/03601217908905329.

[7] ARDITI D,LEE D E. Automated statistical analysis in stochastic project scheduling simulation[J]. Journal of Construction Engineering and Management,2006,132(3):268-277.

[8] LU Ming,ABOURIZK S M. Simplified CPM/PERT simulation model[J]. Journal of Construction Engineering and Management,2000,126(3):219-226. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9364(2000)126:3(219).

[9] 刘迅,毕远志. 应用 DBR 理论的网络进度计划完工工期仿真[J]. 华侨大学学报(自然科学版),2017,38(4):477-482. DOI:10.11830/ISSN.1000-5013.201704007.

[10] 沙宏明,李春明,丁百龙. 基于计划评审技术 MCS 模型的工期风险分析[J]. 沈阳建筑大学学报(社会科学版),2011,13(3):311-315.

[11] 王仁超,欧阳斌,褚春超. 工程网络计划蒙特卡洛仿真研究[J]. 水利水电技术,2003,34(11):63-66.

[12] HERREN'AS-VELASCO J M, HERRER'AS-PLIEGUEZUELO R, DORP J R. Revisiting the PERT mean and variance[J]. European Journal of Operational Research,2011,210(2):448-451. DOI:10.1016/j.ejor.2010.08.014.

[13] 王卓甫. 工程进度风险计算研究[D]. 南京:河海大学,2002.

[14] CHO J G, YUM B J. Functional estimation of activity criticality indices and sensitivity analysis of expected project completion time[J]. Journal of the Operational Research Society,2004,55(8):850-859.

[15] LIU Yuan, WANG Zhoufu. Analysis of project shedule risk indexes in PERT network using Monte Carlo simulation[J]. Advanced Materials Research,2013,760/761/762:2205-2211.

[16] FORTIN J, ZIELISKI P, DUBOIS D, *et al.* Criticality analysis of activity networks under interval uncertainty[J]. Journal of Scheduling,2010,13(6):609-627. DOI:10.1007/s10951-010-0163-3.

[17] GHOMI S M T F, TEIMOURIB E. Path critical index and activity critical index in PERT networks[J]. European Journal of Operational Research,2002,141(1):147-152. DOI:10.1016/S0377-2217(01)00268-5.

[18] LI Wenying, LIU Xiaojun. Progress risk assessment for spliced network of engineering project based on improved PERT[J]. Systems Engineering Procedia,2011(1):271-278. DOI:10.1016/j.sepro.2011.08.042.

[19] LI Chunqing, ZHANG Guomin, HOSSEINIAN S M. A fast and accurate method to predict reliability of project completion time[J]. Journal of Civil Engineering and Management,2017,23(1):37-46.

[20] HEGAB M Y, NASSAR K M. Developing a complexity measure for project schedules[J]. Journal of Construction Engineering and Management,2006,132(6):554-561. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9364(2006)132:6(554).

( 编辑: 李宝川      责任编辑: 钱筠      英文审校: 方德平 )