

DOI: 10.11830/ISSN.1000-5013.201702062



统一强度理论下小净距隧道 围岩塑性区新解

舒忠磊, 常方强, 林从谋

(华侨大学 土木工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 将小净距隧道中岩柱塑性区不重叠的极限塑性区半径定义为塑性区贯穿半径, 考虑中间主应力的影响, 采用统一强度准则和 Schwarz 交替法, 对小净距隧道的弹塑性状态进行分析, 推导小净距隧道塑性区半径的解析表达式. 通过算例, 分析中间主应力、内摩擦角和黏聚力对理论解的影响. 结果表明: 当两隧道净距大于 2.3 倍的开挖半径时, 两隧道之间的相互作用较小, 塑性区半径趋于一个稳定值, 稳定值比单孔隧道塑性区半径大 17.7%, 可近似按照单孔隧道进行处理; 小净距隧的塑性区贯穿半径随着统一强度参数、内摩擦角和黏聚力的增大而减小; 与同不考虑中间主应力作用相比, 考虑中间主应力作用的塑性区贯穿半径减小 9.19%~20.71%, 充分发挥围岩的强度性能.

关键词: 小净距隧道; 塑性区贯穿半径; 复变函数理论; 统一强度理论

中图分类号: TU 452 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5013(2018)01-0031-06

New Solution of Small Spacing Tunnels' Plastic Zone Under Unified Strength Theory

SHU Zhonglei, CHANG Fangqiang, LIN Congmou

(College of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: The radius of the limit plastic zone without overlapping the plastic zone in the small spacing tunnel is defined as connected radius of the rock plastic zone. Taking account of the influence of intermediate principal stress, the small spacing tunnels' elastic-plastic state is analyzed by the unified strength theory and Schwarz alternating method, and the analytical expression of small spacing tunnels' plastic zone is deduced. Through the example, the influence of the intermediate principal stress, internal friction angle and cohesion on the theoretical solution is analyzed. The analysis result shows that: when the net space between two tunnels is 2.3 times greater than excavation radius of two tunnels, the interaction between two tunnels is small and the radius of the plastic zone tends to be a stable value. The stability value is 17.7% greater than the radius of the plastic zone of a single-hole tunnel, each of two tunnels can be treated as a single-hole tunnel. The connected radius of the rock plastic zone in small spacing tunnels decreases with increase of the unified strength parameters, the cohesive force and the angle of internal friction. The connected radius of the rock plastic zone in small spacing tunnels considering the intermediate principal stress' effect decreases by 9.19%-20.71%, so consideration of the intermediate principal stress is conducive to the exertion of the surrounding rock strength.

Keywords: small spacing tunnel; connected radius of the rock plastic zone; complex function theory; unified strength theory

两隧道之间水平方向的塑性区半径对小净距隧道的合理净距具有一定影响,当净距处于一个范围时,中岩墙不需要进行加固,先后行洞的支护结构仅需做适当加强即可满足围岩稳定、结构安全的要求,不致使造价显著增加.因此,确定小净距隧道的塑性区半径对其合理净距的判断具有一定的理论与实际意义.对小净距隧道塑性区半径的研究,Barla 等^[1]通过有限元模拟两相邻并行隧道,研究了隧道不同间距对隧道的影响.胡元芳^[2]基于限元数值计算方法,获得了城市双线隧道最小净距的合理值.张桂生等^[3]基于快速拉格朗日分析(FLAC3D)模拟了不同净距下隧道围岩塑性区的分布状况,将敏感突变阶段出现之前的净距定义成合理净距.胡居义^[4]采用有限元法与强度折减弹塑性有限元方法进行研究,将基于强度折减法运算的安全系数出现突变时的净距作为合理净距.门妮等^[5]采用有限元法,找出曲线最小曲率点,从而判断小净距隧道的合理净距.虽然隧道围岩的弹塑性分析大都看做成平面应变问题,但是在工程实际中,围岩始终处于三轴应力状态,即存在所谓的中间主应力效应^[6].宋伟超等^[7]提出并行隧道塑性区贯穿半径的概念,基于 D-P (drucker-prager) 屈服准则建立了相邻水平并行隧道力学模型.统一强度理论综合考虑了拉压强度差效应与中间主应力作用,具有明确的物理意义和广泛的适用性,在许多领域应用中获得了很好的效果^[8-9].为研究考虑计算中间主应力效应的小净距隧道的合理净距及其影响因素,本文采用统一强度准则和 Schwarz 交替法^[10-11],拟推导获得考虑计算中间主应力相邻水平小净距隧道的塑性区半径的表达式,并与文献[7]的研究成果进行比较.

1 小净距隧道相互作用理论模型

1.1 弹性区应力求解

假定无限远处水平和竖向原岩地应力相等,均为 P . 隧道模型 1,2 相对应的直角坐标系分别用 $x_1O_1y_1$ 和 $x_2O_2y_2$ 表示. 记 z_1 和 z_2 分别为 $x_1O_1y_1$ 和 $x_2O_2y_2$ 坐标系下的坐标,则两个直角坐标系的平移关系为 $z_1 = z_2 + c$, 如图 1 所示. 图 1 中: c 为隧道 1 和 2 的圆心间距.

为简便计算,使隧道模型位于同一水平线上. 设 $\varphi_1(z_1)$ 和 $\psi_1(z_1)$ 为 $x_1O_1y_1$ 坐标系下的复应力函数. 在 $x_2O_2y_2$ 坐标系下,两复应力函数可分别写成 $\varphi_2(z_2)$ 和 $\psi_2(z_2)$. 首先,求出在压力 $P_1 = P_2 = P$ 作用下,只存在隧道模型 1 的解. 此时,两解析函数分别用 $\varphi_{1,1}(z_1)$ 和 $\psi_{1,1}(z_1)$ 表示. $\varphi_{1,1}(z_1)$ 和 $\psi_{1,1}(z_1)$ 在 $x_2O_2y_2$ 坐标系下分别写作 $\varphi_{1,2}(z_1)$ 和 $\psi_{1,2}(z_1)$. 由于隧道模型 1 的开挖在隧道模型 2 周边产生的多余面力可根据应力边界条件求出,即

$$f_{1,2} = \varphi_{1,2}(t_2) + t_2 \overline{\varphi'_{1,2}(t_2)} + \overline{\psi_{1,2}(z_2)}. \tag{1}$$

为了满足模型 2 的孔边应力边界条件必须加上反面力 $f_{1,2}(t_2)$,进而可解出在 $-f_{1,2}(t_2)$ 作用下只存在模型 2 的解 $\varphi_{2,2}(z_2)$ 和 $\psi_{2,2}(z_2)$.

利用坐标变换 $z_2 = z_1 - c$,可得到 $\varphi_{2,2}(z_2)$ 和 $\psi_{2,2}(z_2)$ 在 $x_1O_1y_1$ 坐标系下的结果分别为解 $\varphi_{2,1}(z_2)$ 和 $\psi_{2,1}(z_2)$. 这时实现第 1 次迭代过程^[12],有

$$\varphi_{1,1}(z_1) = \frac{Az_1}{2} - \frac{Br_1^2}{z_1}, \tag{2}$$

$$\psi_{1,1}(z_1) = Bz_1 - \frac{Ar_1^2}{z_1} - \frac{Br_1^4}{z_1^3}, \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{2,1}(z_1) = & \frac{Br_2^2}{(\bar{c})^2} \left[\frac{(\frac{r_2^2}{c})^3}{(z_1 - c + \frac{r_2^2}{c})^2} - \frac{3(\frac{r_2^2}{c})^2}{z_1 - c + \frac{r_2^2}{c}} \right] - \\ & \frac{Br_2^2}{z_1 - c} + \frac{Ar_1^2}{\frac{r_2^2}{z_1 - c} + \bar{c}} + \frac{Br_1^4}{(\frac{r_2^2}{z_1 - c} + \bar{c})^3} - \frac{Bcr_1^2}{(\frac{r_2^2}{z_1 - c} + \bar{c})^2}, \end{aligned} \tag{4}$$

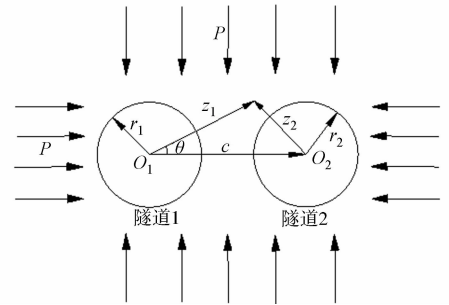


图 1 小净距隧道力学模型
Fig. 1 Mechanical model of small spacing tunnels

$$\psi_{2,1}(z_1) = \frac{Ar_2^2}{z_1 - c} \frac{Br_1^2}{\frac{r_2^2}{z_1 - c} + \bar{c}} - \frac{Br_1^2 r_2^2}{(z_1 - c)c^2} - \frac{r_2^2}{z_1 - c} \varphi'_{2,1}(z_1) - \bar{c} \varphi'_{2,1}(z_1). \quad (5)$$

第 1.5 次迭代在第 1 次的基础上继续进行, 由 $\varphi_{2,1}(z_2)$ 和 $\psi_{2,1}(z_2)$ 在孔 1 周边产生的多余面力为

$$f_{2,1} = \varphi_{2,1}(z_1) + t_1 \overline{\varphi'_{2,1}(t_1)} + \overline{\psi_{2,1}(t_1)}. \quad (6)$$

总的结果为

$$\varphi_1(z_1) = \varphi_{1,1}(z_1) + \varphi_{2,1}(z_1), \quad (7)$$

$$\psi_1(z_1) = \psi_{1,1}(z_1) + \psi_{2,1}(z_1). \quad (8)$$

在 1 次迭代之后, 根据文献[12]中数据, 孔 1 周边多余面力为外荷载的 7.05%, 因此, 孔 1 周边的应力边界条件(零面力)能够近似满足, 孔 2 周边还存留多余面力, 此时有

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 4\text{Re}[\varphi'_1(z_1)]. \quad (9)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta + 2i\tau_{r,\theta} = 2[\bar{z}\varphi''_1(z_1) + \psi'_1(z_1)]e^{2ia}. \quad (10)$$

1.2 考虑中间主应力的统一强度理论

统一强度理论物理概念明确, 具有多种表达形式, 以材料的内聚力 c 和内摩擦角 φ 作为基本试验参

数. 当 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_0$ 时, 有

$$F = [\sigma_1 - \frac{1}{1+b}(\sigma_2 + \sigma_3)] + [\sigma_1 + \frac{1}{1+b}(\sigma_2 + \sigma_3)] \sin \varphi_0 = 2c_0 \cos \varphi_0, \quad (11)$$

而当 $\sigma_2 > \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_0$ 时, 则有

$$F = [\frac{1}{1+b}(\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3)] + [\sigma_3 + \frac{1}{1+b}(\sigma_2 + \sigma_1)] \sin \varphi_0 = 2c_0 \cos \varphi_0. \quad (12)$$

当 $b=0$ 时, 双剪统一强度理论退化成 M-C(mohr-coulomb)准则; 当 $b=1$ 时, 则退化成广义双剪屈服准则^[13]; 而当 $0 < b < 1$ 时, 又能同其他的屈服准则相匹配. 由于 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ 三者相互正交, 可以认为是 3 个主应力. 假定塑性区围岩体应变 $\varepsilon_v = 0$, 设围岩弹性区径向应力与切向应力依次是 $\sigma_r^{(e)}, \sigma_\theta^{(e)}$, 分别为

$$\sigma_\theta^{(p)} = \frac{m}{2}(\sigma_r^{(p)} + \sigma_\theta^{(p)}). \quad (13)$$

式(13)中: m 为中间主应力参数.

在平面应变情况下, 材料达到塑性状态时, m 趋近于 1^[13], 在塑性区内 3 个主应力的依次是 $\sigma_1 = \sigma_\theta^{(p)}, \sigma_2 = \sigma_z^{(p)}, \sigma_3 = \sigma_r^{(p)}$, 且满足式(12), 故在进行塑性区应力计算时, 采用统一强度准则的式子, 将式(13)代入式(12)中化简, 有

$$\sigma_r^{(p)} - \sigma_\varphi^{(p)} = -(K_1 \sigma_r^{(p)} + K_2). \quad (14)$$

式(14)中: $K_1 = \frac{4(1+b)\sin \varphi}{(2+b)(1-\sin \varphi)}$; $K_2 = \frac{4C_0(1+b)\cos \varphi}{(2+b)(1-\sin \varphi)}$.

不考虑体积力时, 平面应变问题的平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_r^{(p)}}{\partial r} + \frac{\sigma_r^{(p)} \sigma_\varphi^{(p)}}{r} = 0. \quad (15)$$

将式(14)代入式(15)得

$$\sigma_r^{(p)} = \frac{D}{K_1} r^{K_1} - \frac{K_2}{K_1}. \quad (16)$$

式(16)中: D 为积分常数, 可由围岩的边界条件进行求解.

无支护情况下, 在无限接近隧道 1 的位置时, 由于受到隧道 2 的扰动, 围岩径向应力等于多余面力产生的应力 σ_i , 即 $\sigma_r^{(p)} = \sigma_i$, 代入式(16)中得

$$\sigma_i = \frac{2Ar_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - d^2 + r_1 d)^2} + \frac{2Ar_1^3 r_2^2 d}{(r_2^2 - d^2 + r_1 d)^3} - \frac{Ar_2^2}{(r_1 - d)^2} - \frac{Ar_1^2 r_2^4}{(r_1 - d)^2 (r_2^2 - d^2 + r_1 d)^2} -$$

$$\frac{2Ar_1^2r_2^4d}{(r_1-d)(r_2^2-d^2+r_1d)^3}-\frac{2Ar_1^2r_2^2d^2}{(r_2^2-d^2+r_1-d)^3}.$$

(17)

在围岩弹塑性区交界处,围岩的应力状态同时满足弹性应力条件和塑性应力条件,则 $r=r_p$ 时,有 $\sigma_r^{(e)}+\sigma_\theta^{(e)}=\sigma_r^{(p)}+\sigma_\theta^{(p)}$.

将式(9),(10),(14),(17)代入上述平衡方程中,有

$$4\left[\frac{A}{2}+\frac{Ar_1^2r_2^2}{(r_2^2-d^2+r_1d)^2}\right]=(2+K_1)\times\left[\left(\frac{2Ar_1^2r_2^2}{(r_2^2-d^2+r_1d)^2}+\frac{2Ar_1^3r_2^2d}{(r_2^2-d^2+r_1d)^3}-\frac{Ar_2^2}{(r_1-d)^2}-\frac{Ar_1^2r_2^4}{(r_1-d)^2(r_2^2-d^2+r_1d)^2}-\frac{2Ar_1^2r_2^4d}{(r_1-d)(r_2^2-d^2+r_1d)^3}-\frac{2Ar_1^2r_2^2d^2}{(r_2^2-d^2+r_1-d)^3}+\frac{K_2}{K_1}\right)\left(\frac{r}{r_1}\right)^{K_1}-\frac{K_2}{K_1}\right].$$

(18)

式(18)中: $A=\frac{P+P}{2}=P$; d 为两小净距隧道的净距; r_p

为隧道所对应的塑性区半径(将 d 代入到式(18)可得). 若 $d=2r_p$, 则得出两隧道塑性区半径刚好相交时贯穿半径 r'_p , 如图 2 所示. 通过 MATLAB 中的 Fsolve 函数进行求解, 便可获得塑性区贯穿半径 r'_p .

2 算例分析

为验证理论计算的可行性,将文中公式与基于 D-P 计算公式、基于 M-C 及基于 D-P 的数值模拟结果进行比较. 为方便比较数值模拟的结果,除统一强度理论参数外,相关参数的取值同文献[6]:统一强度理论参数原岩应力 $P=22\text{ MPa}$;凝聚力 $c=2\text{ MPa}$;内摩擦角 $\varphi=30^\circ$;平均变形模量 $E=8.3\text{ GPa}$;容重 $\gamma=22\text{ kN}\cdot\text{m}^{-3}$;抗拉强度 $\sigma_t=2\text{ MPa}$.

1) 将 D-P 模型和 M-C 模型模解与统一强度理论解进行对比,结果如图 3 所示. 由于与文献[7]计算所采用的强度理论不同,统一强度理论值比 D-P 屈服准则理论值要小,同张小波等[14]得出的结论一致. 理论推导结果略小于数值模拟的结果,但是在整体上与数值模拟结果有较好的吻合性,证明理论推导的合理性.

2) 在开挖半径为 3 m 条件下,采取同一强度准则计算间距为 8,9,10,11,12,13,14,15,16 m 时隧道塑性区半径大小,结果如图 4 所示.

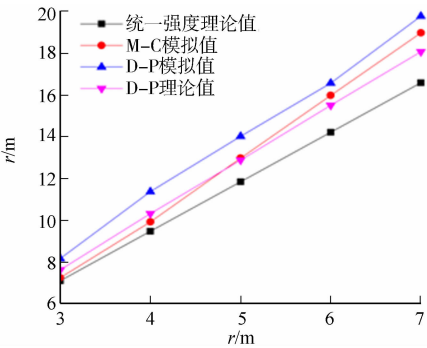


图 3 半径与塑性圈贯穿半径关系
Fig. 3 Relationship between tunnel radius and connected radius of rock plastic

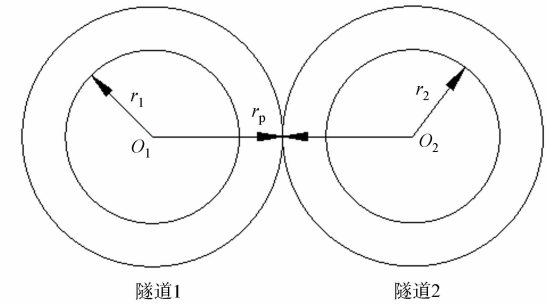


图 2 塑性区贯穿半径示意图
Fig. 2 Schematic diagram of connected radius of rock plastic zone

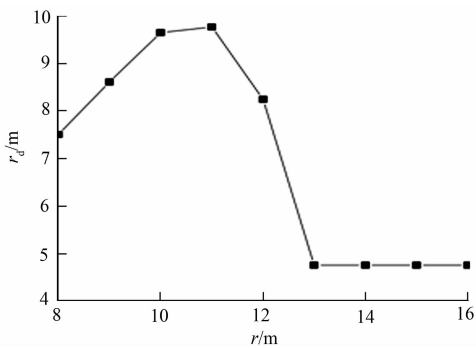


图 4 隧道间距对隧道塑性区范围的影响
Fig. 4 Influence of tunnel spacing on tunnel plastic zone

由图 4 可知:在 $d=8,9,10,11\text{ m}$ 时,两隧道的塑性区半径一直处于相交状态,并且覆盖整个中岩墙,使其处于塑性区贯穿状态,在不进行相应处理的前提下,极易出现纵向贯通长裂缝[15-16],最终导致中岩墙坍塌,双洞连通形成塌落拱[17-18]. 当 $d=13\sim 16\text{ m}$ 时,塑性区半径稳定在 4.74 m ,并维持不变,表明此时的两隧道之间的相互影响较小、同均匀力场、无支护反力.

中间主应力的单孔隧道塑性区半径对比^[19]为

$$r_p = r \sqrt{\frac{1 - p_0/\sigma_0}{(1 + c_i \cos \varphi_i/\sigma_0) \sin \varphi_i}}.$$

上式中: p_0 为支护反力, $p_0=0$; r 为半径, $r=3\text{ m}$; $\sin \varphi_i = \frac{2(1+b) \sin \varphi_0}{b(1+\sin \varphi_0)+2}$.

当 $r_p=3.90\text{ m}$, 隧道净距 $d \geq 2.3\text{ }r$ 时, 两隧道之间的相互作用较小, 塑性区半径稳定值比单孔隧道塑性区半径大 17.7%.

3) 在 $\varphi=20^\circ$ 的情况下, 小净距隧道塑性区贯穿半径 r, b 和 c 之间的关系, 如图 5(a) 所示. 在 $c=2\text{ MPa}$ 的情况下, 小净距隧道塑性区贯穿半径 r, b 和 φ 之间的关系, 如图 5(b) 所示.

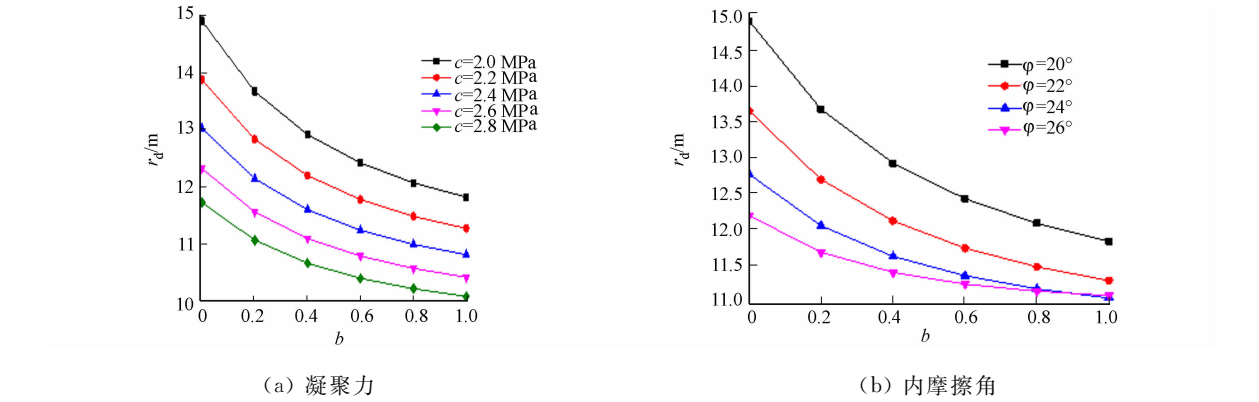


图 5 不同对应的隧道塑性区贯穿半径 r'_p 与 b 的关系

Fig. 5 Curves among radius, connected radius of rock plastic zone and b for different values of r'_p

由图 5(a) 可知: 当统一强度参数 b 一定时, 小净距隧道的塑性区贯穿半径 r_d 随着黏聚力 c 的增大而减小; $c=2.8\text{ MPa}$ 所对应的 r_d 比 $c=2\text{ MPa}$ 所对应的减小 14.71%~21.34%。因此, 在围岩条件相同时, 中间主应力影响越大、黏聚力越强, 小净距隧道的塑性区贯穿半径越小。

由图 5(b) 可知: 当统一强度参数 b 一定时, 内摩擦角 φ 越大, 所对应的 r_d 越小, $\varphi=26^\circ$ 所对应的 r_d 比 $\varphi=20^\circ$ 所对应的减小 6.40%~18.27%。可见, 相同情况下, 土颗粒的表面摩擦力, 颗粒间的嵌入和连锁作用产生的咬合力越大, 塑性区贯穿半径越小。

由图 5 可知: 当围岩的黏聚力 c 一定时, 小净距隧道的塑性区贯穿半径 r_d 随着统一强度参数 b 的增大而减小, $b=1$ 所对应的 r_d 比 $b=0$ 所对应的减小 14.06%~20.70%; 当 φ 一定时, 统一强度参数 b 越大, 所对应的 r_d 越小, $b=1$ 时所对应的 r_d 比 $b=0$ 所对应的减小 9.19%~20.71%; 相同情况下, 统一强度中间主应力影响越大, 即统一强度参数 b 值越大, 等同于隧道围岩的围压变强, 围岩的等效强度提高, 最终使得围岩承载能力提升, 从而减小了塑性区贯穿半径 r_d 。

3 结论

1) 针对小净距隧道围岩的支护特点, 利用统一强度理论和 Schwarz 交替法, 推导出小净距隧道中岩墙保持稳定时的塑性区贯穿半径, 以及不同隧道净距下的塑性区影响范围, 解析解具有广泛意义. 取 $b=0$, 即 $c_i=c$ 及 $\varphi_i=\varphi$, 则获得的半径公式是在岩土工程中大量应用的摩尔-库伦屈服准则条件下的小净距隧道塑性区半径公式, 取 $b=0$, 则能够得到基于 Tresca 准则计算结果.

2) 中间主应力影响越大, 即统一强度参数 b 值越大, 等同于隧道围岩的围压变强, 围岩的等效强度提高, 最终使得围岩承载能力提升. 为此, 考虑中间主应力的影响能够更好地发挥围岩的强度性能, 优化支护设计.

3) 当隧道净距 $d \geq 2.3r$ 时, 两隧道之间的相互作用较小, 塑性区半径稳定值比单孔隧道塑性区半径大 17.7%, 表明此时隧道可以近似按照单孔隧道进行处理. 在隧道施工时, 合理选择隧道净距, 使其既能满足功能需求的同时, 又能达到成本的最优化.

4) 围岩的黏聚力越强, 围岩内损伤破坏的区域便会越小; 围岩的内摩擦角从微观角度, 表示土颗粒

的表面摩擦力,颗粒间的嵌入和联锁作用产生的咬合力,内摩擦角越大,岩体抵抗变形破坏的能力越强,小净距隧道的塑性区范围便会越小。

参考文献:

- [1] BARLA G, OTTOVIANI M. Stresses and displacements around two adjacent circular openings near to the ground surface[C]//Proceedings of the 3rd International Congress on Rock Mechanics. Denver: Rock Mechanics, 1974: 975.
- [2] 胡元芳. 小线间距城市双线隧道围岩稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(9): 1335-1338. DOI: 10.3321/j.issn:1000-6915. 2002. 09. 011.
- [3] 张桂生, 冯文件, 刘新荣, 等. V 级围岩下小净距隧道合理净距的探讨[J]. 地下空间与工程学报, 2009, 5(3): 582-586. DOI: 10.3969/j.issn.1673-0836. 2009. 03. 034.
- [4] 胡居义. 确定小净距隧道合理净距的数值模拟研究[J]. 公路隧道, 2007, 15(4): 26-29.
- [5] 门妮, 代树林, 仵磊. 考虑围岩破坏条件时优化小净距隧道最小净距的研究[J]. 探矿工程(岩土钻掘工程), 2008, 52(8): 73-76. DOI: 10.3969/j.issn.1672-7428. 2008. 08. 023.
- [6] 许东俊, 耿乃光. 岩石强度随中间主应力变化规律[J]. 固体力学学报, 1985, 6(1): 72-80.
- [7] 宋伟超, 高永涛, 吴顺川, 等. 基于复变函数理论和 D-P 屈服准则的并行隧道合理间距[J]. 工程科学学报, 2016, 62(2): 291-298. DOI: 10.13374/j.issn2095-9389. 2016. 02. 020.
- [8] 马青, 赵均海, 魏雪英. 基于统一强度理论的巷道围岩抗力系数研究[J]. 岩土力学, 2011, 30(11): 3393-3398. DOI: 10.3969/j.issn.1000-7598. 2009. 11. 029.
- [9] 宋万鹏, 吴立, 李波, 等. 统一强度理论下非均匀应力隧洞围岩抗力系数[J]. 科学技术与工程, 2014, 16(3): 150-154. DOI: 10.3969/j.issn.1671-1815. 2014. 16. 027.
- [10] MOGILEVSKAYAS G S, CROUCH S L. A Galerkin boundary integral method for multiple circular elastic inclusions with homogeneously imperfect interfaces[J]. Int J Solids Struct, 2002, 39(18): 4723.
- [11] ADDENBROOK T I, POTTS D M. Twin tunnel interaction: Surface and subsurface effects[J]. Int J Geomech, 2001, 1(2): 249.
- [12] 吕爱钟, 张路青. 地下巷道力学分析的复变函数方法[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [13] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 187-246.
- [14] 张小波, 赵光明, 孟祥瑞. 基于 Drucker-Prager 屈服准则的圆形巷道围岩弹塑性分析[J]. 煤炭学报, 2013, 38(增刊 1): 31-37. DOI: 10.13225/j.cnki.jccs. 2013. s1. 021.
- [15] 杨转运, 龚雄文, 王羽, 等. 小净距并行隧道施工技术要点[J]. 隧道建设, 2005(2): 40-43. DOI: 10.3969/j.issn.1672-741X. 2005. 02. 014.
- [16] 林大炜, 林从谋, 黄逸群, 等. 小净距 2 扩 4 隧道变形规律的 BP 小波神经网络预测[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2014, 35(2): 207-211. DOI: 10.11830/issn.1000-5013. 2014. 02. 0207.
- [17] 郑强, 林从谋, 孟凡兵. 采用统一强度理论的锚喷支护围岩弹塑性统一解[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2011, 32(3): 326-331. DOI: 10.11830/issn.1000-5013. 2011. 03. 0326.
- [18] 晏莉, 阳军生, 张学民, 等. 水平互层岩体并行隧道中间岩柱稳定分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(增刊 1): 2898-2904. DOI: 10.3321/j.issn:1000-6915. 2009. z1. 046.
- [19] 张小波, 赵光明, 孟祥瑞. 基于岩石非线性统一强度准则的非均匀应力场中圆形巷道围岩塑性区分析[J]. 安全与环境学报, 2013, 13(3): 202-206. DOI: 10.3969/j.issn.1009-6094. 2013. 03. 045.

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 方德平)