Journal of Huaqiao University (Natural Science)

doi:10.11830/ISSN.1000-5013.201705022

采用解析模态分解和小波变换的 损伤识别方法



刘景良1,高源1,骆勇鹏1,郑文婷2

- (1. 福建农林大学 交通与土木工程学院,福建 福州 350002; 2. 福建工程学院 土木工程学院,福建 福州 350118)
- 摘要: 针对希尔伯特-黄变换(HHT)在信号处理中存在的模态混叠现象,引入解析模态分解定理(AMD)提取时变结构响应的一阶本征函数,并构建一阶本征函数能量比指标识别结构的损伤位置. 从损伤位置处的响应信号出发,引入连续小波变换和时间窗思想,提出一阶本征函数小波能量变化率指标来预测结构的损伤演化过程. 通过一个刚度突变和线性变化的三层剪切型结构数值算例,对一阶本征函数能量比和一阶本征函数小波能量变化率指标进行验证. 结果表明:所提出的指标能够有效识别结构的损伤位置和损伤时间.

关键词: 损伤识别;小波变换;解析模态分解;一阶本征函数

中图分类号: TU 311.3 文献标志码: A 文章编号: 1000-5013(2017)05-0643-06

Structural Damage Detection Using Analytical Mode Decomposition and Wavelet Transform

LIU Jingliang¹, GAO Yuan¹, LUO Yongpeng¹, ZHENG Wengting²

- School of Transportation and Civil Engineering, Fujian Agriculture and Forestry University, Fuzhou 350002, China;
 School of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)
- Abstract: Due to the problem of overlapping frequency existed in Hilbert-Huang transform (HHT), analytical mode decomposition theorem is introduced to extract the first order intrinsic mode function (IMF) from responses of time-varying structures, then the first order IMF energy ratio index is established to identify damage locations. Based on the response signal in damage location, continuous wavelet transform and time window are introduced to build the index of the first order IMF wavelet energy variation rate in order to predict the evolution of structural damage. A numerical example of three-story shear structure with abruptly and linearly varying stiffness is presented to verify the effectiveness of the two proposed indexes, and the results demonstrate that the proposed damage indexes can effectively detect the locations and time of structure damage.

Keywords: damage detection; wavelet transform; analytical mode decomposition; first order intrinsic mode function

工程结构在服役期间受到不断变化的外加荷载和环境作用时,其损伤不断积累,本质上属于时变和非线性结构系统,其响应信号呈现非平稳性[1].采用信号处理方法识别结构时变损伤时,需要时频的分

收稿日期: 2017-05-13

通信作者: 刘景良(1983-),男,讲师,博士,主要从事桥梁结构健康监测的研究. E-mail;liujingliang@fafu. edu. cn.

基金项目: 国家自然科学青年基金资助项目(51608122);福建省青年科技人才创新项目(2016J05111);福建农林大

学青年教师科研基金资助项目(113-61201405104)

析工具[2-4]. Huang 等[5-6]提出的希尔伯特-黄变换(HHT),通过经验模态分解(EMD)将原始信号分解成一系列本征函数(IMF),然后,对每一个 IMF 进行希尔伯特变换,从而实现信号瞬时特征参数的提取. 为解决模态叠混问题,Wu 等[7]在经验模态分解方法的基础上提出了集合经验模态分解(EEMD). HHT 这一类方法虽然能够有效处理非平稳信号,但是该方法本身也存在一定的问题[8]. 为此,Chen 等[9]提出解析模态分解(AMD)定理提取分量信号[10-11]. 在结构服役期间,损伤位置处响应信号的各组成成分能量在损伤前后通常会发生比较大的变化. 因此,可以采用一阶 IMF 分量信号的能量作为损伤指标来识别结构的损伤位置[12-13]. 目前,关于时变结构损伤识别方法的研究工作并不多见[14-17]. 在前人研究的基础上,本文提出基于解析模态分解和小波变换的损伤识别方法,并通过算例对一阶本征函数能量比和一阶本征函数小波能量变化率指标进行验证.

1 基本原理

1.1 解析模态分解定理

AMD 的本质是一个自适应低通滤波器,它利用希尔伯特变换把每一具有特定频率成分的分量信号解析地分解出来。对于任意由 n 个信号分量 $x_i^{(d)}(t)(i=1,2,\cdots,n)$ 组成的原信号 x(t),如果它的每一分量的频率 $\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n,\omega_i>0$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 满足 $(|\omega_1|<\omega_{b,1})$, $((\omega_{b,1}<|\omega_2|<\omega_{b,2}),\cdots,((\omega_{b,(n-2)}<|\omega_{n-1}|<\omega_{b,(n-1)})$ 和 $((\omega_{b,(n-1)}<|\omega_{b,(n-1)}|)$,其中 $((\omega_{b,(n-1)})$ 。其中 $((\omega_{b,(n-1)}))$ 的每一信号分量都可以解析为 $((\omega_{b,(n-1)}))$ 。 $((\omega_{b,(n-1)}))$ 。

1.2 小波变换

小波变换是一种窗口大小固定,形状可以改变的自适应时频分析方法.由于小波变换在时域和频域 均具有良好的局部化性质,目前已被广泛应用于信号处理、参数识别与损伤识别等多个领域.

设定小波母函数 $\phi(t)$ 为平方可积函数,即 $\phi(t) \in L^2(R)$,如果其傅里叶变换 $\hat{\phi}(\omega)$ 满足容许性条件 $-\infty < C_{\phi} = \int_{0}^{\infty} \frac{|\hat{\phi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty$,则 将母函数 $\phi(t)$ 进行伸缩和平移,可得到小波基函数为

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi(\frac{t-b}{a}). \tag{1}$$

式(1)中:a 为尺度因子,与频率成反比关系;b 为平移因子,与时间有关.通过改变 a 和 b 的值可以实现小波的伸缩和平移.

将任意 $L^2(R)$ 空间的信号 x(t) 在小波基下展开,即为连续小波变换,其表达式为

$$W_x(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \overline{\psi(\frac{t-b}{a})} dt.$$
 (2)

式(2)中: $\psi(\frac{t-b}{a})$ 为 $\psi(\frac{t-b}{a})$ 的共轭复数. 连续小波系数 $W_x(a,b)$ 揭示了信号x(t)与小波基函数在尺度a和时间点b的相似程度,其逆变换为

$$x(t) = \frac{1}{C_{t}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^{2}} W_{x}(a,b) \psi(\frac{t-b}{a}) da db.$$
 (3)

2 损伤识别指标

2.1 一阶本征函数能量比

在地震作用下,若结构某层出现损伤,可以看做该层发生软化现象从而吸收更多的地震能量,最终导致该层响应的能量相对于其他层的能量增加.因此,可以利用各层一阶本征函数能量比的变化来识别结构的损伤位置.

首先,定义整个地震时间历程内第 j 层一阶本征函数能量为

$$E_{j,1} = \int_{t_1}^{t_2} (IMF_{j,1})^2 dt.$$
 (4)

式(4)中: $IMF_{j,1}$ 为第 j 层结构响应的一阶 IMF 分量,可通过 AMD 定理提取; t_1 和 t_2 分别为地震波记录的起止时间.

在此基础上,定义第 j 层一阶本征函数能量比为

$$r_{j} = E_{j,1} / \sum_{j=1}^{n} E_{j,1}.$$
 (5)

式(5)中:n 为结构总层数.

2.2 一阶本征函数小波能量变化率

实际工程结构的损伤是一个损伤逐渐积累的渐变过程,渐变的损伤过程需要时变损伤指数作为表征.在对损伤位置处一阶 IMF 分量进行连续小波变换的基础上,引入时间窗思想定义一阶本征函数小波能量变化率(R_{FOIMFE})为时变损伤指数,该指标仅需已知结构响应信号,即能实现时变损伤的识别.

首先,采用 AMD 定理提取损伤位置处响应信号的一阶 IMF 分量,然后,对其进行连续小波变换得到小波系数矩阵 $W_1(a_i,b_j)_{m\times n}$. 其中:m 代表尺度 $_i$ 个数;n 为采样时间点 b_j 个数.由于小波尺度与频率存在——对应关系,按 $a=(F_c \cdot f_s)/f_a$,可进行频率与尺度之间的转换.其中:a 为小波尺度; F_c 为小波中心频率; f_s 为采样频率; f_a 为尺度 a 对应的频率.对所有尺度所对应的小波系数进行求和,可得

$$\mathbf{W}_{s}(b_{j}) = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{W}_{1}(a_{i}, b_{j}).$$
 (6)

式(6)中: $W_s(b_j)$ 为求和后的小波系数,是 n 维行向量.

为追踪结构的时变损伤,在提取各阶 IMF 分量后,沿求和后的小波系数 $W_s(a_i,b_i)$ 曲线设置一个滑动时间窗,窗口长度为 $2\Delta t$,以窗内的小波能量平均值代表滑动窗中心点小波能量. 令窗口沿时间轴不断滑动,可求得一阶本征函数小波能量在每个中心点的值,即

$$E_1(t) = \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \frac{\mathbf{W}_{\mathrm{s}}(b_j)^2}{2\Delta t} \mathrm{d}t = \sum_{b_j \in [t-\Delta t, t+\Delta t]} \frac{\mathbf{W}_{\mathrm{s}}(b_j)^2}{2\Delta t}.$$
 (7)

设结构未损伤工况和损伤工况下的一阶本征函数小波能量分别为 $E_1^0(t)$ 和 $E_1^d(t)$,则有 $R_{\text{FOIMFE}} = (E_1^d(t) - E_1^0(t)) / (E_1^0(t) \cdot 2\Delta t)$.

3 数值验证

 (R_{SN}) 定义.

为验证所提出损伤指标的有效性,以三层剪切型结构模型为例,对刚度突变和线性变化两种损伤工况进行识别. 图 1 为三层剪切型结构模型,表 1 为主要结构参数. 表 1 中:m 为质量; k_1 为初始刚度; c_1 为阻尼系数.

图 1 三层剪切型 结构模型

Fig. 1 Three-story shear structure model

采用 1940 El Centro 地震波作为外加激励,通过龙格-库塔法求解位移响应,

采样频率 f_s = 1 000 Hz. 为考虑噪声的影响,按 $R_{\rm SN}$ = 10 $\lg(A_{\rm signal}^2/A_{\rm noise}^2)$ = 20 $\lg(A_{\rm signal}/A_{\rm noise})$,对位移响应信号施加高斯白噪声. 噪声水平由信噪比 表 1 三层剪切型结构参数

3.1 刚度突变工况下的损伤识别

设定三层剪切型结构某层的刚度发生突变,刚度的折减可以通过降低弹性模量实现, 具体的损伤工况如表 2 所示. 结构各层的位

楼层	$m/\times 10^5~{ m kg}$	$k_1/\times 10^5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$	$c_1/\mathrm{kN} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^{-1}$
第一层	1.5	2.0	197
第二层	1.6	2.0	156
第三层	1.7	2.0	103

Tab. 1 Parameters of three-story shear structure

移(Δ)响应通过龙格-库塔法求解,其中,采样频率为 1 000 Hz,添加的高斯白噪声水平为 15%.为简单起见,图 2 中只给出了 DS2 工况下结构第一层位移响应.

通过 AMD 定理提取 DS2 工况中三层剪切型结构第一层位移响应的一阶分量信号和余量信号,结果如图 3 所示. 同理,可得第二层和第三层位移响应的一阶分量信号和余量信号. 在成功提取各层一阶 IMF 分量信号的基础上,根据式(4),(5)求解一阶本征函数能量比指标 r_i ,如表 2 所示.

由表 2 可知:相比 DS1 工况,即结构完好无损时,DS2 工况下第一层位移响应的一阶本征函数能量比值 r_1 相应增加,因此,可以判定剪切型结构的第一层出现了损伤,即发生软化现象,吸收了更多的能量,其结果必然是一阶本征函数能量比值相应增加.同样地,DS6 和 DS7 工况中的损伤指标值 r_2 和 r_3

比 DS1 工况中的相应值增加. 这说明 DS6 和 DS7 工况中的损伤位置分别为剪切型结构的第二层和第三层,这与事先设定的损伤情况是完全吻合的. 因此,一阶本征函数能量比指标能够准确识别剪切型结构的损伤位置.

表 2 不同工况下一阶 IMF 能量比
Tab. 2 First order IMF energy ratio under different damage
cases with abrupt stiffness reduction

	41 1/2 44 14			
损伤工况	损伤描述	r_1	r_2	r_3
DS1	结构未损伤	0.230 9	0.606 2	0.162 9
DS2	k ₁ 在第 5 秒 突降 10%	0.245 9 ↑	0.594 9 ↓	0.159 1 ↓
DS3	k ₂ 在第 5 秒 突降 10%	0.207 4 ↓	0.634 2 ↑	0.153 8 ↓
DS4	k ₃ 在第 5 秒 突降 10%	0.226 3 ↓	0.599 2 ↓	0.174 5 ↑

在成功识别结构损伤位置的基础上,以 DS2 工况为例,采 用复 Morlet 小波对提取的一阶 IMF 信号进行连续小波变换, 并根据式(6)对小波系数进行求和;然后,在求和后的小波系

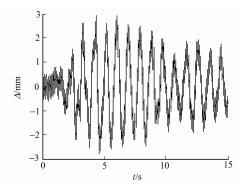


图 2 DS2 工况下结构第一层位移响应 Fig. 2 Displacement responses of first story under DS2 cases

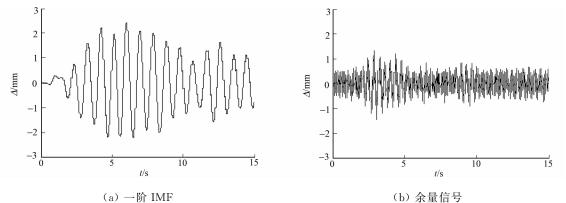


图 3 DS2 工况下 AMD 定理提取的分量信号

Fig. 3 Component signals extracted by AMD theorem under DS2 cases

数曲线上设置一个滑动时间窗,选取时间窗长为 100(0.1 s),以窗内的小波能量平均值代表滑动窗中心点的小波能量. 同理,可以求出 DS1 未损伤工况下结构第一层响应的一阶本征函数小波能量. 至此,可求解一阶本征函数小波能量变化率 (R_{FOIMFE}) ,如图 4 所示. 由图 4 可知 $:R_{\text{FOIMFE}}$ 在 t=5 s 时的突然增加,与剪切型结构第一层刚度突然降低 10%有关. 15%水平的高斯白噪声和端点效应虽然对损伤识别结果有一定的影响,但是时变损伤指标 R_{FOIMFE} 仍然能够有效探测到结构损伤的发生时间.

3.2 刚度线性变化工况下的损伤识别

设定三层剪切型结构某层的刚度发生线性变化,具体损伤工况如表 3 所示. 结构各层的位移(Δ)通过龙格-库塔法求

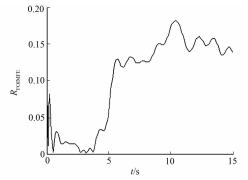


图 4 DS2 工况损伤识别结果 Fig. 4 Detection results of damage under DS2 cases

解,其中,采样频率仍为 1 000 Hz. 为简单起见,只给出了 DS5 工况下三层剪切型结构第一层的位移响应,如图 5 所示. 通过 AMD 定理提取 DS5 工况下三层剪切型结构第一层位移响应的一阶分量信号和余量信号,结果如图 6 所示. 同理可得第二层和第三层位移响应的一阶分量信号和余量信号. 在成功提取各层一阶 IMF 分量信号的基础上,根据式(7),(8)求解一阶本征函数能量比 r_i ,如表 3 所示.

由表 3 可知:相比 DS1 工况即结构完好无损时, DS5 工况中第一层位移响应的一阶本征函数能量比值 r_1 增加,由此可知剪切型结构的第一层发生了软化现象,吸收了更多的能量,故而一阶本征函数能

量比值相对增加. 同理,在 DS6 和 DS7 工况中,根据一阶本征函数能量比指标值的变化,可以判断出结构相应的损伤位置分别为结构第二层和第三层,这与设定的损伤情况是完全吻合的. 因此,一阶本征函数能量比指标完全可以准确识别刚度线性变化工况下结构的损伤位置.

表 3 不同刚度线性变化工况下一阶 IMF 能量比 Tab. 3 First order IMF energy ratio under different damage cases with linear stiffness reduction

损伤工况	损伤描述	r_1	r_2	r_3
DS1	结构未损伤	0.230 9	0.606 2	0.162 9
DS5	k1 在第 4~8 秒 内线性降低 40%	0.253 5 ↑	0.591 4 ↓	0.155 1 ↓
DS6	k2 在第 4~8 秒 内线性降低 40%	0.2089 ↓	0.6284	0.162 7 ↓
DS7	k ₃ 在第 4~8 秒 内线性降低 40%	0.2198↓	0.599 9 ↓	0.180 3 🕈

以 DS5 工况为例,在成功识别结构损伤位置的基础上,可 采用复 Morlet 小波对提取的第一层位移响应的一阶 IMF 分 量信号进行连续小波变换,并根据式(6)对小波系数进行求

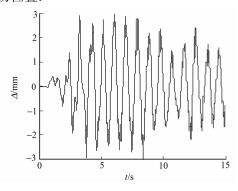


图 5 DS5 工况下结构第一层位移响应 Fig. 5 Displacement responses of first story under DS5 cases

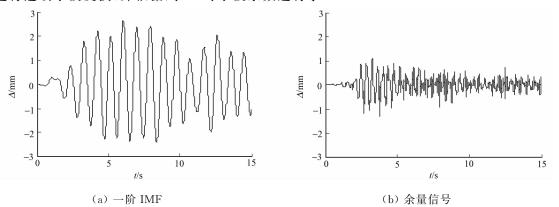


图 6 DS5 工况下 AMD 定理提取的分量信号

Fig. 6 Component signals extracted by AMD theorem under DS5 cases $\,$

和,然后,在求和后的小波系数曲线上设置一个滑动时间窗,选取时间窗长为 100(0.1 s),以窗内的小波能量平均值代表滑动窗中心点的小波能量.同理,可求出 DS1 未损伤工况下结构第一层位移响应的一阶本征函数小波能量,并求解 R_{FOIMFE} ,如图 7 所示.

由图 7 可知:时变损伤指标 R_{FOIMFE} 在 $t=4\sim8$ s 时间范围内的线性增加,与剪切型结构第一层刚度在时间 $4\sim8$ s 范围内线性降低 40%有关. 但是在第 4 秒附近,该指标的损伤识别效果并不是很好. 这主要是因为以第 4 秒为中心点窗长包含了 $3.95\sim4.00$ s 和 $4.00\sim4.05$ s 这两个时间段,前一个时间段结构尚未发生损伤,而后一时间段结构发生了损伤,因此,损伤识别结果受到影响. 此外,由于 15%水平高斯白噪声的随机性,这个识别误差有可能在一定程度上被放大. 但是总的来说,时变损伤指标 R_{FOIMFE} 能够有效识别结构的损伤演化趋势.

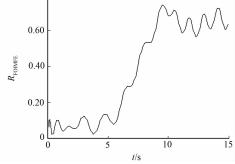


图 7 DS5 工况损伤识别结果 Fig. 7 Detection results of damage under DS5 cases

4 结论

为解决 HHT 变换中存在的模态混叠问题,构建一阶本征函数能量比和一阶本征函数小波能量变化率两个损伤指标,并分别对结构的损伤位置和损伤时间进行识别.通过一个三层剪切型结构数值算例验证了损伤指标的有效性,得到以下 2 点主要结论.

1) 相比结构完好无损时结构某层一阶本征函数能量比值的增加,表明该层出现损伤,从而发生软

化现象,吸收了更多的能量,同时也验证了一阶本征函数能量比指标识别损伤位置的准确性.

2) 在成功识别损伤位置的基础上,对损伤位置处的一阶 IMF 分量进行连续小波变换,并引入滑动时间窗思想提出的时变损伤指标 R_{FOIMFE} ,其能够有效识别刚度突变和线性变化两种工况下结构的损伤发生时间.

参考文献:

- [1] 王术新,姜哲.基于结构振动损伤识别技术的研究现状及进展[J].振动与冲击,2004,23(4):99-102. DOI:10.3969/j.issn.1000-3835,2004.04.024.
- [2] CHIKKERUR S, CARTWRIGHT A N, GOVINDARAJU V. Fingerprint image enhancement using STFT analysis [J]. Pattern Recognition, 2007, 40(1):198-211. DOI:10.1016/j. patcog. 2006. 05. 036.
- [3] 王忠仁,林君,李文伟.基于 Wigner-Ville 分布的复杂时变信号的时频分析[J]. 电子学报,2005,33(12);2239-2241. DOI:10.3321/j. issn:0372-2112.2005.12.032.
- [4] 李秀坤,吴玉双. 多分量线性调频信号的 Wigner-Ville 分布交叉项去除[J]. 电子学报,2017,45(2):315-320. DOI: 10.3969/j. issn. 0372-2112.2017.02.008.
- [5] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [M]//The Royal Society. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. London: The Royal Society, 1998; 903-995.
- [6] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R. A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, 31:417-457. DOI: 10.1146/annurev. fluid. 31.1.417.
- [7] WU Z H, HUANG N E. Ensemble empirical mode decomposition. A noise assisted data analysis method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1):1-41. DOI:10.1142/S1793536909000047.
- [8] 刘景良,任伟新,王佐才,等. 基于同步挤压小波变换的结构瞬时频率识别[J]. 振动与冲击,2013,32(18):37-42. DOI:10.3969/j. issn. 1000-3835. 2013. 18.007.
- [9] CHEN Genda, WANG Zuocai. A signal decomposition theorem with Hilbert transform and its application to narrow-band time series with closely spaced frequency components[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 28 (2):258-279. DOI:10.1016/j. ymssp. 2011.02.002.
- [10] WANG Zuocai, REN Weixin, LIU Jingliang. A synchrosqueenzed wavelet transform enhanced by extended analytical mode decomposition method for dynamic signal reconstruction [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332 (22):6016-6028. DOI:10.1016/j.jsv.2013.04.026.
- [11] 王佐才,任伟新.基于解析模式分解的密集工作模态参数识别[J]. 噪声与振动控制,2013,33(6):18-24. DOI:10. 3969/j. issn. 1006-1335. 2013. 06. 005.
- [12] 韩建刚,任伟新,孙增寿. 基于小波包变换的梁体损伤识别[J]. 振动、测试与诊断,2006,26(1):5-10. DOI:10. 3969/j. issn. 1004-6801. 2006. 01. 002.
- [13] 韩建刚,任伟新,孙增寿.结构损伤识别的小波包分析试验研究[J].振动与冲击,2006,25(1):47-50. DOI:10. 3969/j. issn. 1000-3835. 2006. 01. 011.
- [14] SOYOZ S, FENG M Q. Instantaneous damage detection of bridge structures and experimental verification [J]. Structural Control and Heath Monitoring, 2008, 15(7): 958-973. DOI: 10.1002/stc. 229.
- [15] 熊飞,程远胜,刘均. 基于 HHT 方法的时变多自由度系统的损伤识别[J]. 振动、测试与诊断,2008,28(2):122-125. DOI:10.3969/j. issn. 1004-6801.2008.02.009.
- [16] 刘景良,任伟新,王佐才. 基于同步挤压和时间窗的时变结构损伤识别[J]. 振动与冲击,2014,27(6):835-841. DOI:10.3969/j. issn. 1004-4523. 2014. 06. 005.
- [17] 任宜春,翁璞. 基于改进 Hilbert-Huang 变换的结构损伤识别方法研究[J]. 振动与冲击,2015,34(18):195-199. DOI:10.13465/j. cnki. jvs. 2015. 18. 033.

(责任编辑:黄仲一 英文审校:方德平)