

doi: 10.11830/ISSN.1000-5013.201606007



# 顾及沉积岩应变强化与扩容效应的 围岩弹塑性力学状态理论分析

唐胜兰<sup>1,2</sup>, 俞缙<sup>1,2</sup>, 张建智<sup>1,2</sup>, 周雨晴<sup>1,2</sup>

(1. 华侨大学 福建省隧道与城市地下空间工程技术研究中心, 福建 厦门 361021;  
2. 华侨大学 土木工程学院, 福建 厦门 361021)

**摘要:** 根据非关联流动法则与中主应力表达式,顾及沉积岩应变强化和扩容效应,推导基于幂强化-理想塑性本构模型和 Drucker-Prager 屈服准则的应力、位移、塑性区半径的解析解.将文中解、幂强化解、幂强化-理想塑性解进行比较,分析幂强化指数与扩容角对解析解的影响规律.结果表明:幂强化指数对围岩稳定性有较大的影响;扩容程度的变化对围岩应力和位移的影响随着扩容角及原岩应力的增加而增大;当隧洞围岩受到应变强化和扩容效应共同影响时,幂强化指数与扩容角越大,隧洞围岩位移越为敏感,对围岩稳定十分不利.

**关键词:** 隧道工程; 弹塑性解; 中主应力; 扩容; 幂强化模型

中图分类号: TU 452      文献标志码: A      文章编号: 1000-5013(2016)06-0691-07

## Analytical Research for Elastoplastic Mechanical Response Considering Strain-Hardening and Dilatancy of Sedimentary Rock

TANG Shenglan<sup>1,2</sup>, YU Jin<sup>1,2</sup>, ZHANG Jianzhi<sup>1,2</sup>, ZHOU Yuqing<sup>1,2</sup>

(1. Fujian Research Center for Tunneling and Urban Underground Space Engineering,  
Huaqiao University, Xiamen 361021, China;  
2. College of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** Analytical solutions of stress, displacement and plastic zone radius are obtained with power-hardening model based on Drucker-Prager failure criterion, which adopts the intermediate principal stress expression and non-associated flow rule, and the dilatancy effect is took into account. The paper compares the results of dilatant power hardening-perfectly plastic model and power-hardening model, power hardening-perfectly plastic model respectively, the influence of power-hardening index and dilatancy angle on analytical solutions of surrounding rock are discussed. The results show that the effect of power-hardening index is of great impact on the stability of surrounding rock, the influence of dilatancy extent on the surrounding rock stress and displacement increases as the dilation angle and in-situ stress increase. The tunnel surrounding rock is affected by both the strain-hardening effect and the dilatancy effect, when the power-hardening index and dilatancy angle increase, the displacement is more sensitive, which is unfavorable to the tunnel stability.

**Keywords:** tunneling engineering; elastoplastic solution; intermediate principal stress; dilatancy; power-hardening model

沉积岩岩层分布极为广泛,该类岩石在屈服过程中会发生应变强化现象<sup>[1-3]</sup>,且强度大致呈现幂函数形式增长,其弹塑性力学响应显著区别于理想弹塑性模型.很多学者基本没有针对隧洞围岩的类别进行弹塑性分析.刘志钦等<sup>[4]</sup>采用考虑中主应力影响的 DP 准则进行分析,假设原岩为理想弹塑性体.潘阳等<sup>[5]</sup>采用 HB 准则进行弹塑性分析,假设原岩为线弹性体.侯公羽等<sup>[6]</sup>探讨了应变强化效应较强的岩石隧洞围岩受力的数学模型,但是假设围岩为塑性不可压缩体.为了求解方便,众多文献<sup>[7-10]</sup>也假定围岩塑性区体积不变.在实际工程中,隧洞一经挖掘,会引起围岩的扩容,严重影响工程岩体的稳定性.文献[11-13]从不同角度诠释了扩容行为是围岩塑性力学分析的至要因素.本文采用幂强化-理想塑性模型和平面应变理论,考虑扩容性能的岩土体中主应力计算式;求解轴对称圆形隧洞的应力、位移、塑性区半径的解析解;深入探讨幂强化指数和扩容角对围岩稳定性的共同影响.

1 力学模型及假定

应变强化效应较强的岩石隧洞,其力学分析是与扩容行为相关的复杂问题.为了抓住关键问题,作以下基本假设:1) 圆形隧洞(半径为  $R_0$ )开挖于各向同性的幂强化-理想塑性岩体中,原岩应力  $p_0$  表现为各向等压,如图 1 所示;2) 圆形隧洞深埋( $z \geq 20R_0$ )且纵向无限长,其力学分析服从平面应变假设;3) 以压应力为正,以向隧洞中心发展的位移为正.

针对岩石材料的应变强化效应,侯公羽等<sup>[6]</sup>建立了三维应力状态下幂强化-理想塑性材料的本构关系,如图 2 所示.图 2 中: $\sigma_i$  和  $\epsilon_i$  分别为岩石材料在三轴压缩下的等效应力和等效应变; $\sigma_s$  为岩石的屈服极限.当  $\sigma_i < \sigma_s$  时,围岩力学性态服从幂强化特性,用幂函数形式表示的本构关系为  $\sigma_i = m\epsilon_i^n$ .式中: $m$  和  $n$  为材料参数,可由实验测定.在理想塑性段,围岩本构关系为  $\sigma_i = \sigma_s$ .

三轴压缩下的等效应力  $\sigma_i$  和等效应变  $\epsilon_i$  分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \frac{\sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2}}{\sqrt{2}}, \\ \epsilon_i &= \frac{\sqrt{(\epsilon_r - \epsilon_\theta)^2 + (\epsilon_\theta - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_r)^2}}{\sqrt{2}(1 + \nu)}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中: $\sigma_r, \sigma_\theta$  和  $\sigma_z$  分别为围岩径向应力、切向应力和轴向应力; $\epsilon_r, \epsilon_\theta$  和  $\epsilon_z$  分别为围岩径向应变、切向应变、轴向应变.

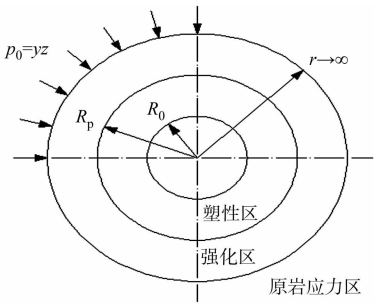


图 1 岩石隧洞力学模型

Fig. 1 Calculation model of rock tunnel

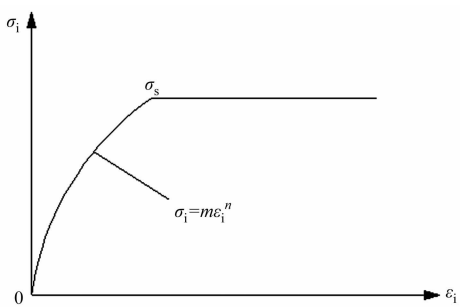


图 2 隧洞岩体本构关系

Fig. 2 Constitutive relationship of tunnel rock

若围岩适用于幂强化模型,则幂强化区与塑性区的力学分析均涉及塑性行为<sup>[6]</sup>,在这过程中扩容影响是不可忽略的.平面应变条件下,考虑扩容影响的塑性中主应力<sup>[14]</sup>为

$$\sigma_z = \frac{(1 + \sin \psi)\sigma_\theta + (1 - \sin \psi)\sigma_r}{2} \quad (2)$$

式(2)中: $\psi$  为扩容角. DP 准则<sup>[4]</sup>为

$$\sqrt{J_2} - \alpha I_1 - \kappa = 0. \quad (3)$$

式(3)中: $\alpha, \kappa$  为准则参数,考虑扩容影响<sup>[15]</sup>后,  $\alpha = \frac{\sin \varphi \sqrt{3 + \sin^2 \varphi}}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi \cdot \sin \varphi)}$ ,  $\kappa = \frac{\sqrt{3} c \cos \varphi \sqrt{3 + \sin^2 \varphi}}{(3 + \sin \varphi \cdot \sin \varphi)}$ ,  $c$  为

材料黏聚力,  $\varphi$  为材料内摩擦角;  $I_1, J_2$  分别为应力第一不变量与偏应力第二不变量.

## 2 围岩的力学分析

### 2.1 幂强化区

由基本假设可知,隧道为轴对称平面应变问题,忽略自重的影响,满足平衡方程  $\frac{d\sigma_r - \sigma_\theta}{dr} = 0$ ,几何方程为  $\epsilon_\theta = \frac{u}{r}, \epsilon_r = \frac{du}{dr}$ . 由岩体的扩容性质<sup>[14]</sup>得  $\beta\epsilon_\theta^p + \epsilon_r^p = 0, \beta = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}$ ,结合几何方程可得

$$\epsilon_\theta = \frac{C_1}{r^{\beta+1}}, \quad \epsilon_r = -\beta \frac{C_1}{r^{\beta+1}}. \tag{4}$$

式(4)中:  $C_1$  为积分常数. 将应变分量式(4)代入式(1)中的等效应变,并考虑轴向应变  $\epsilon_z = 0$ ,得

$$\epsilon_i = \frac{C_1 \sqrt{\beta^2 + \beta + 1}}{(1 + \nu)r^{\beta+1}}. \tag{5}$$

将式(2)代入式(1)中的等效应变,注意  $\sigma_\theta > \sigma_r$ ,再代入平衡方程,结合本构关系可得

$$d\sigma_r = \frac{2m\epsilon_i^n}{\sqrt{3 + \sin^2 \psi}} \cdot \frac{dr}{r}. \tag{6}$$

将式(5)代入式(6)进行积分,根据边界条件:当  $r \rightarrow \infty$  时,  $\sigma_r^{\text{ep}} = \sigma_\theta^{\text{ep}} = \sigma_z^{\text{ep}} = p_0$ ,可得

$$\sigma_r = p_0 - \frac{2m}{n(\beta + 1)} \frac{1}{\sqrt{3 + \sin^2 \psi}} \left[ \frac{C_1 \sqrt{\beta^2 + \beta + 1}}{(1 + \nu)r^{(\beta+1)}} \right]. \tag{7}$$

结合边界条件:当  $r = R_0$  时,  $\sigma_r^{\text{ep}} = 0$ ,可得积分常数  $C_1 = \frac{(1 + \nu)R_0^{\beta+1}}{\sqrt{\beta^2 + \beta + 1}} \left( \frac{\sqrt{3 + \sin^2 \psi}(\beta + 1)n p_0}{2m} \right)^{1/n}$ . 结合式(5)得到等效应变,再代入本构关系,得到径向应力  $\sigma_r$  与切向应力  $\sigma_\theta$  的关系式为

$$\sigma_\theta - \sigma_r = n(\beta + 1)p_0(R_0/r)^{n(\beta+1)}. \tag{8}$$

将积分常数  $C_1$  代入式(7),得到径向应力  $\sigma_r$ . 结合式(2),(8)得到围岩幂强化区应力表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{\text{ep}} &= p_0 - \frac{B}{r^{n(\beta+1)}}, \\ \sigma_\theta^{\text{ep}} &= p_0 + [n(\beta + 1) - 1] \frac{B}{r^{n(\beta+1)}}, \\ \sigma_z^{\text{ep}} &= p_0 + \left[ \frac{n(\beta + 1)}{2} - 1 \right] \frac{B}{r^{n(\beta+1)}}. \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

式(9)中:  $B$  为待定系数.

### 2.2 塑性区

将轴向应力  $\sigma_z$ 、应力第一不变量  $I_1$  和偏应力第二不变量  $J_2$  代入 DP 屈服准则,化简得

$$\sigma_r - \sigma_\theta = -6\alpha(\sigma_r + \frac{\kappa}{3\alpha}) / [\sqrt{\frac{3 + \sin^2 \psi}{3}} - (3 - \sin^2 \psi)\alpha]. \tag{10}$$

由式(10)结合平衡方程进行积分,可得

$$\sigma_r = C_2 r^{f_1(\varphi, \psi, n)^{-1}} - \frac{\kappa}{3\alpha}. \tag{11}$$

式(11)中:  $f_1(\varphi, \psi, n) = (\sqrt{\frac{3 + \sin^2 \psi}{3}} - (3 - \sin^2 \psi)\alpha) / (6\alpha)$ .

由边界条件:当  $r = R_0$  时,  $\sigma_r^{\text{ep}} = 0$ ,可得  $C_2 = \frac{\kappa}{3\alpha} (\frac{1}{R_0})^{1/f_1(\varphi, \psi, n)}$ .

结合式(2),(11)及积分常数  $C_2$ ,可得围岩塑性区应力表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^p &= \frac{\kappa}{3\alpha} \left[ \left( \frac{r}{R_0} \right)^{1/f_1(\varphi, \psi, n)} - 1 \right], \\ \sigma_\theta^p &= \frac{\kappa}{3\alpha} \left[ \frac{1 + 3\alpha}{1 - 3\alpha} \left( \frac{r}{R_0} \right)^{1/f_1(\varphi, \psi, n)} - 1 \right], \\ \sigma_z^p &= \frac{\kappa}{3\alpha} \left[ \frac{1}{1 - 3\alpha} \left( \frac{r}{R_0} \right)^{1/f_1(\varphi, \psi, n)} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

当幂强化区与理想塑性区的交界面  $r=R_p$  时,将式(9),(12)的第一式、第二式分别代入边界条件  $\sigma_r^{\text{ep}}=\sigma_r^{\text{p}},\sigma_\theta^{\text{ep}}=\sigma_\theta^{\text{p}}$ ,联立得到围岩塑性区半径  $R_p$  和待定系数  $B$ .

围岩塑性区半径  $R_p=R_0\cdot H^{f_1(\varphi,\psi,n)}$ ,待定系数  $B=\frac{2\kappa R_0^{n(\beta+1)}H^{f_2(\varphi,\psi,n)}}{n(\beta+1)(1-3\alpha)}$ . 式中: $H=(n[3n(\beta+1)\alpha p_0+(\beta+1)\kappa][1-3\alpha])/(\kappa[n(\beta+1)+n(\beta+1)\alpha+6\alpha])$ ;  $f_2(\varphi,\psi,n)=n(\beta+1)f_1(\varphi,\psi,n)+1$ .

将待定系数  $B$  代入式(9),可得隧洞周边达到屈服极限后的围岩幂强化应力解为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{\text{ep}} &= p_0 - \frac{2\kappa H^{f_2(\varphi,\psi,n)}}{n(\beta+1)(1-3\alpha)} \cdot \frac{R_0^{n(\beta+1)}}{r^{n(\beta+1)}}, \\ \sigma_\theta^{\text{ep}} &= p_0 + \frac{2[n(\beta+1)-1]\kappa H^{f_2(\varphi,\psi,n)}}{n(\beta+1)(1-3\alpha)} \cdot \frac{R_0^{n(\beta+1)}}{r^{n(\beta+1)}}, \\ \sigma_z^{\text{ep}} &= p_0 + \frac{2[n(\beta+1)/2-1]\kappa H^{f_2(\varphi,\psi,n)}}{n(\beta+1)(1-3\alpha)} \cdot \frac{R_0^{n(\beta+1)}}{r^{n(\beta+1)}}. \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

隧洞周边的位移解,引入一个积分常数  $C_3$ ,则等效应变为  $\epsilon_i=(C_3\sqrt{\beta^2+\beta+1})/((1+v)r^{\beta+1})$ .

当  $r=R_p$  时,将式(13)代入本构关系,得等效应力为

$$\sigma_i = \sqrt{3}\kappa H/(1-3\alpha). \tag{14}$$

将  $\epsilon_i$  和  $\sigma_i$  代入本构关系,整理得  $C_3=(\frac{\sqrt{3}\kappa}{m(1-3\alpha)})^{1/n}\cdot\frac{(1+v)R_0^{(\beta+1)}H^{2f_1(\varphi,\psi,n)+1/n}}{\sqrt{\beta^2+\beta+1}}$ ,则隧洞周边的围岩位移为

$$u = (\frac{\sqrt{3}\kappa}{m(1-3\alpha)})^{1/n} \cdot \frac{(1+v)R_0^{(\beta+1)}H^{2f_1(\varphi,\psi,n)+1/n}}{r\cdot\sqrt{\beta^2+\beta+1}}. \tag{15}$$

当  $r=R_0$  时,隧洞周边处位移为

$$u_0 = (\frac{\sqrt{3}\kappa}{m(1-3\alpha)})^{1/n} \cdot \frac{(1+v)R_0^\beta H^{2f_1(\varphi,\psi,n)+1/n}}{\sqrt{\beta^2+\beta+1}}. \tag{16}$$

若扩容角  $\psi=0^\circ$  时,即扩容参数  $\beta=1$ ,不考虑围岩扩容,则围岩退化为塑性不可压缩的材料,那么计算出来的弹塑性解与侯公羽解<sup>[6]</sup>的函数形式一致.

3 分析与讨论

计算参数: $R_0=3\text{ m};c=6\text{ MPa};\varphi=40^\circ;G=15\text{ GPa};p_0=6\text{ MPa}$ (常规应力场)及  $p_0=30\text{ MPa}$ (高地应力场). 幂强化参数: $n=0.9;m=G=15\text{ GPa}$ .

3.1 对比分析

3 种不同解答下围岩应力分布,如图 3 所示. 由图 3 可知:在常规应力场时,文中解( $\psi=0^\circ$ )居于幂强化解和幂强化-理想塑性解二者之间,这是围岩受力平衡的外在体现,也是考虑扩容影响所致;高地应力

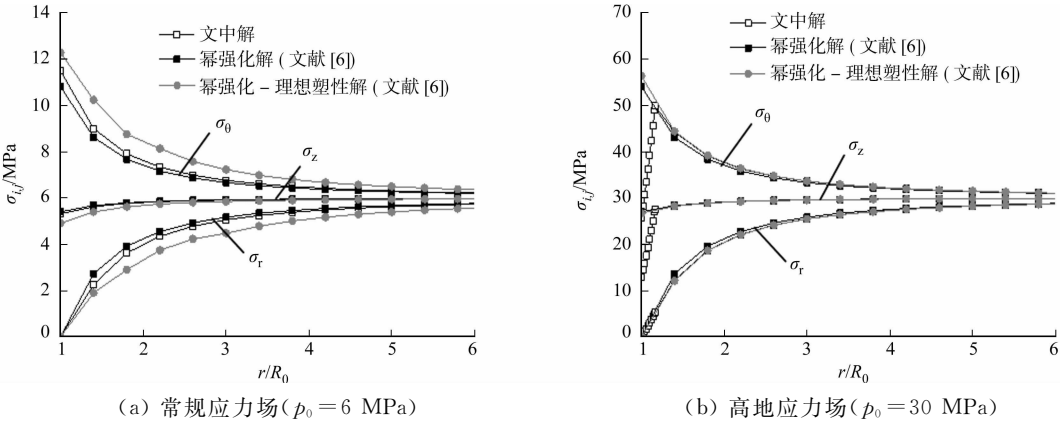


图 3 隧洞围岩应力曲线  
Fig. 3 Curve of surrounding rock stress

场时, 三者的计算结果基本相同, 无明显差别. 但是幂强化模型和幂强化-理想塑性模型的计算结果没有塑性区, 即围岩受力尚处于幂强化阶段, 而文中模型( $\psi=0^\circ$ )的计算结果有塑性区. 对比图 3(a), (b) 可知: 参数  $\alpha, \kappa$  对常规应力场的影响大于高地应力场, 且对于  $\sigma_\theta, \sigma_r$  的影响大于  $\sigma_z$ .

隧洞围岩位移  $u$  与  $r/R_0$  的关系, 如图 4 所示. 在常规应力场中, 3 种不同解析模型的计算结果有

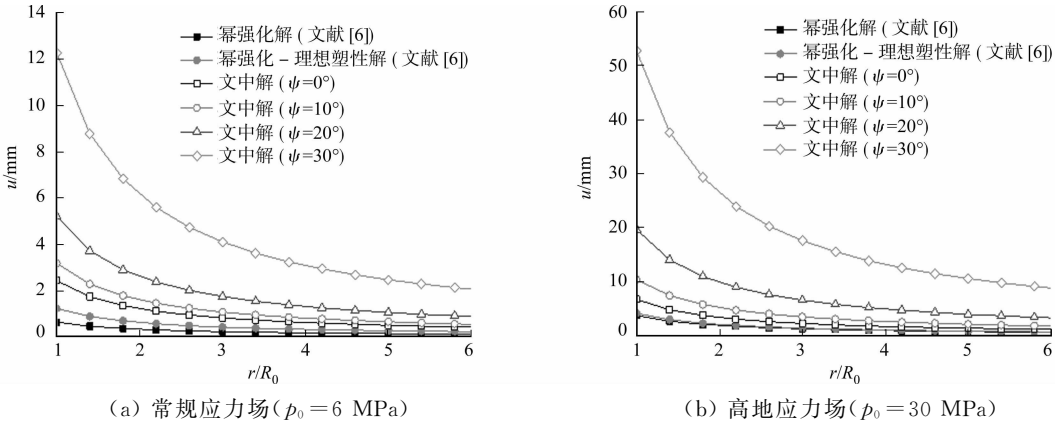


图 4 隧洞围岩位移曲线

Fig. 4 Curve of surrounding rock displacements

异, 归因于 DP 屈服准则中  $\alpha, \kappa$  的计算不同. 当  $r/R_0$  相同时, 随着扩容角  $\psi$  的增加, 隧洞围岩位移增大且发展变快. 而扩容角  $\psi$  越大, 隧洞围岩位移敏感性越高. 这与扩容的实际影响相符<sup>[16-18]</sup>. 在高地应力场中, 幂强化模型与幂强化-理想塑性模型的计算结果稍小于文中解( $\psi=0^\circ$ ). 由图 3, 4 可知:  $\alpha, \kappa$  对常规应力场的影响比高地应力场大.

不同解析模型得到的洞壁位移, 如图 5 所示. 文中解( $\psi=0^\circ$ )稍大于文献[6]的解, 主要是扩容影响所致. 随着扩容角  $\psi$  的增加, 扩容参数增大, 隧洞周边位移明显增加且发展变快. 扩容角越大, 隧洞周边位移对高地应力的敏感性越高. 取扩容角  $\psi=0^\circ$ , 当原岩应力  $p_0=14.297$  MPa 时, 围岩进入塑性状态, 而取扩容角  $\psi=30^\circ$ , 当原岩应力  $p_0=6.067$  MPa 时, 围岩就已经出现塑性区. 可见, 扩容角对隧洞周边位移有较大的影响, 所以考虑隧洞围岩的扩容影响更贴合工程实际情况<sup>[19-20]</sup>.

3.2 扩容效应

塑性区半径与原岩应力的关系曲线, 如图 6 所示. 隧洞围岩变形可用围岩的塑性区半径  $R_p$  的大小进行判断,  $R_p$  值越大, 隧洞越不稳定. 在扩容效应下, 随着原岩应力的增加, 围岩的塑性区半径逐渐增加. 而在相同地应力场下, 随着扩容角增加, 塑性区半径也呈递增的趋势, 且  $R_p/R_0-p_0$  关系曲线的斜率逐渐增大. 由此可见, 扩容角对围岩塑性区半径有较大的影响, 进而较大的影响到隧洞围岩的稳定性.

在不同扩容角  $\psi$  下, 围岩应力分布规律, 如图 7 所示. 由图 7(a)可知: 在常规应力场中, 原岩应力  $p_0=6$  MPa 时, 围岩没有产生塑性区, 围岩受力尚处于幂强化阶段. 随着扩容角增加, 围岩应力  $\sigma_r, \sigma_z$  逐渐增加, 而对于切向应力  $\sigma_\theta$ , 当  $r/R_0$  大约在 1.8 时, 曲线出现了大小值交换现象. 由图 7(b)可知: 在高地应力场中, 围岩出现塑性区, 在塑性阶段时, 扩容角  $\psi$  越小, 围岩应力越大. 在幂强化阶段, 随着扩容角增加, 围岩应力  $\sigma_\theta, \sigma_z$  逐渐增加; 当  $r/R_0$  大约在 1.8 时, 径向应力  $\sigma_r$  的曲线出现

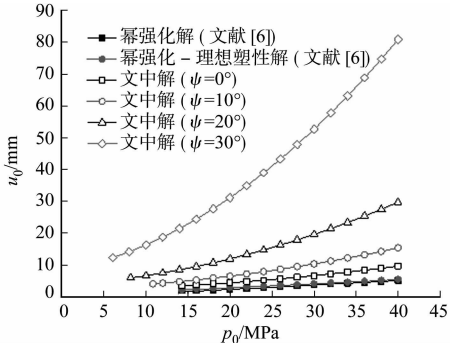


图 5 隧洞周边位移与原岩应力的关系曲线  
Fig. 5 Relationship between displacements around tunnel and in-situ stress

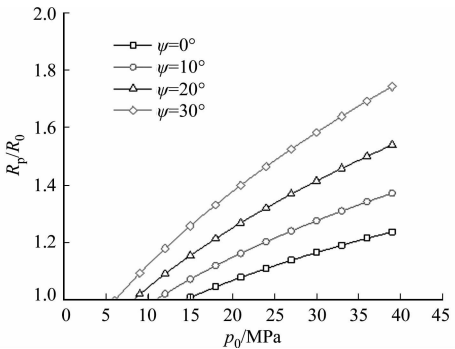


图 6 塑性区半径与原岩应力的关系曲线  
Fig. 6 Relationship between plastic zone radius and in-situ stress

了大小值交换现象。

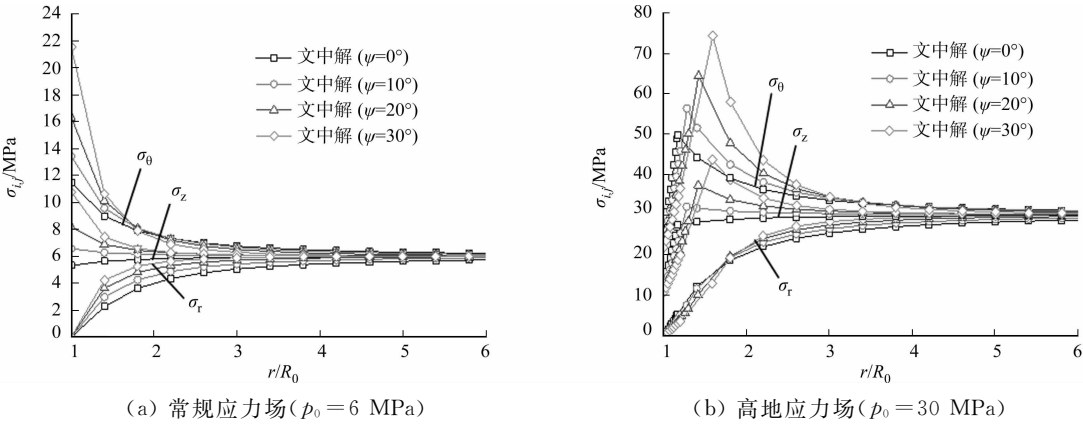


图 7 围岩三维应力分布的扩容角敏感性分析

Fig. 7 Dilatancy angle sensitivity analysis of three dimensional stress distribution of surrounding rock

3.3 应变强化效应(原岩应力  $p_0 = 30 \text{ MPa}$  时)

塑性区半径与幂强化指数的关系曲线,如图 8 所示.当  $n$  值较小时,关系曲线出现了大小值交换现象.隧洞围岩的塑性区半径随着幂强化指数  $n$  的增大而增大.对于相同的幂强化指数,随着扩容角的增大,塑性区半径明显增加且发展变快.扩容角越大,隧洞围岩在  $n$  值较小时就可产生塑性区,进而较大的影响到隧洞围岩的稳定性.

隧洞周边位移  $u_0$  与幂强化指数  $n$  的关系曲线,如图 9 所示.隧洞周边位移随着幂强化指数的增加而增加. $n$  值越趋向于 1,则增加幅度越大,即扩容角越大,隧洞周边位移对幂强化指数  $n$  值的敏感性越高,这一现象可以表现出在应变强化效应与扩容效应共同作用下,巷道围岩的变形量显著增加,严重影响围岩的稳定性.

隧洞周边位移与幂强化系数的关系曲线,如图 10 所示.隧洞周边位移随着幂强化系数  $m$  值的增大而减小,扩容角越大,隧洞周边位移对  $m$  值的敏感性越高,同样也体现隧洞围岩受到应变强化效应与扩容效应共同影响.

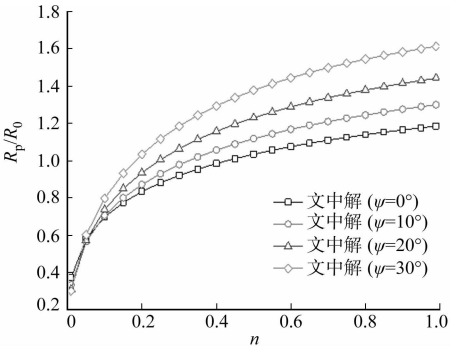


图 8 塑性区半径与  $n$  的关系曲线

Fig. 8 Relationship between plastic zone radius and  $n$

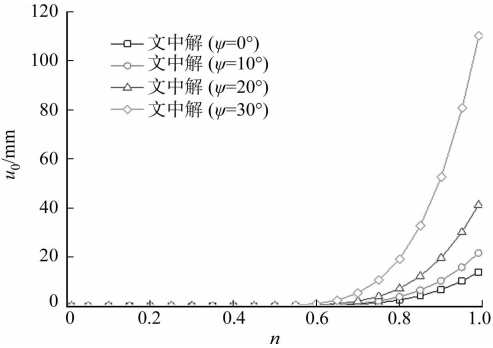


图 9 隧洞周边位移与  $n$  的关系曲线

Fig. 9 Relationship between displacements around tunnel and  $n$

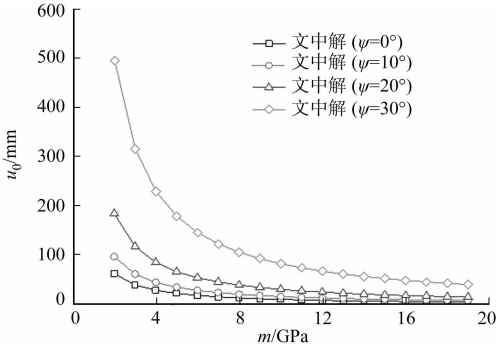


图 10 隧洞周边位移与  $m$  的关系曲线

Fig. 10 Relationship between displacements around tunnel and  $m$

4 结论

文中探讨了应变强化效应较强的岩体隧洞围岩受力模型,深化了围岩应变强化效应协同扩容效应对隧洞力学响应及变形影响的理论理解,最终,获得了幂强化围岩顾及扩容效应的三维弹塑性应力解析式.对比分析文中解与幂强化解、幂强化-理想塑性解,得出以下 3 个结论.

1) 文中模型建立在考虑扩容效应的 DP 屈服准则与中主应力计算式,既能反映幂强化模型、幂强化-理想塑性模型(不计扩容效应)的计算结果,也能充分反映岩体扩容对隧洞围岩应力分布、塑性区半径及周边位移的突出影响,解答具有优越性。

2) 随着扩容角  $\psi$  的增加,隧洞围岩应力分布逐渐增大,塑性区半径呈递增的趋势,隧洞围岩位移明显增加且发展变快,隧洞周边位移对幂强化参数  $n$  和  $m$  的敏感性越高。

3) 隧洞围岩位移敏感性随着扩容的加剧与幂强化指数  $n$  的增大而越趋增强,这体现了应变强化效应和扩容效应对隧洞围岩的力学响应与变形有显著的协同影响,获得的解答更贴切应变强化效应较强的岩体隧洞受力分析。

## 参考文献:

- [1] 徐志英. 岩石力学[M]. 北京:水利电力出版社,1993:46-66.
- [2] 李通林,谭学术,刘传伟. 矿山岩体力学[M]. 重庆:重庆大学出版社,1991:84-95.
- [3] 房敬年,周辉,胡大伟,等. 岩盐弹塑性损伤耦合模型研究[J]. 岩土力学,2011,32(2):363-368.
- [4] 刘志钦,余东明. 考虑中间主应力和剪胀特性的深埋圆巷弹塑性应力位移解[J]. 工程力学,2012,29(8):289-296.
- [5] 潘阳,赵光明,孟祥瑞. 基于 Hoek-Brown 强度准则的巷道围岩弹塑性研究[J]. 工程地质学报,2011,19(5):637-641.
- [6] 侯公羽,李晶晶,杨悦,等. 基于幂强化本构关系的轴对称圆巷弹塑性解[J]. 岩土力学,2014,35(1):134-142.
- [7] 付国彬. 隧洞围岩破裂范围与位移的新研究[J]. 煤炭学报,1995,20(3):304-310.
- [8] 潘岳,王志强. 基于应变非线性软化的圆形硐室围岩弹塑性分析[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(6):915-920.
- [9] 徐干成,白洪才,郑颖人,等. 地下工程支护结构[M]. 北京:中国水利水电出版社,2002:33-34.
- [10] 张建智,俞缙,蔡燕燕,等. 渗水膨胀岩隧洞黏弹塑性蠕变解及变形特性分析[J]. 岩土工程学报,2014,36(12):2195-2202.
- [11] COOK N G W. An experiment proving that dilatancy is a pervasive volumetric property of brittle rock loaded to failure[J]. Rock Mechanics,1970,2(4):181-188.
- [12] ALKAN H, CINAR Y, PUSCH G. Rock salt dilatancy boundary from combined acoustic emission and triaxial compression tests[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences,2007,44(1):108-119.
- [13] 卢兴利,刘泉声,张伟,等. 高应力软岩非弹性体积增加试验研究[J]. 煤炭学报,2009,34(7):903-906.
- [14] 蔡燕燕,张建智,俞缙,等. 考虑围岩蠕变全过程与扩容的深埋隧洞非线性位移解[J]. 岩土力学,2015,36(7):1831-1839.
- [15] 张学言,闫澍旺. 岩土塑性力学基础[M]. 2 版. 天津:天津大学出版社,2006:104.
- [16] 余东明,姚海林,段建新,等. 考虑中主应力和剪胀的深埋圆形隧道黏弹塑性蠕变解[J]. 岩石力学与工程学报,2012,31(增刊 2):3586-3592.
- [17] 姚国圣,李镜培,谷拴成. 考虑岩体扩容和塑性软化的软岩隧洞变形解析[J]. 岩土力学,2009,30(2):463-467.
- [18] 张常飞,徐飞,张庆贺,等. 岩石隧道塑性位移新解[J]. 岩石力学与工程学报,2011,30(增刊 2):3551-3556.
- [19] 刘志钦,余东明. 考虑中间主应力和剪胀特性的深埋圆巷弹塑性应力位移解[J]. 工程力学,2012,29(8):289-296.
- [20] 温森,杨圣奇. 基于 Hoek-Brown 准则的隧洞围岩变形研究[J]. 岩土力学,2011,32(1):63-69.

(责任编辑:黄晓楠 英文审校:方德平)