

doi: 10.11830/ISSN.1000-5013.201604020



# Bessel 光束与平面波相干 产生局域空心光束

何艳林<sup>1,2</sup>, 邢笑雪<sup>3</sup>, 陈姿言<sup>1,2</sup>, 吴逢铁<sup>1,2</sup>

- (1. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021;
2. 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021;
3. 长春大学 电子信息工程学院, 吉林 长春 130022)

**摘要:** 提出一种利用 Bessel 光束与平面波叠加得到周期性局域空心光束(bottle beam)的新方法. 利用菲涅尔积分衍射理论推导得到 Bessel 光束与平面波叠加的光场表达式, 通过 Mathcad 软件数值模拟两光场相干叠加的轴向和截面光强分布图, 分析入射光束半径对局域空心光束的强度和周期的影响. 结果表明: 平面波与 Bessel 光束相干叠加能形成周期性的局域空心光束, 随着光束半径的减小, 轴上光强的峰值降低, 同一段距离内得到的局域空心光束数量减少.

**关键词:** 局域空心光束; 贝塞尔光束; 平面波; 干涉

**中图分类号:** O 436.1      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1000-5013(2016)04-0492-05

## Interference of a Plane Wave with a Bessel Beam to Generate Bottle Beam

HE Yanlin<sup>1,2</sup>, XING Xiaoxue<sup>3</sup>, CHEN Ziyang<sup>1,2</sup>, WU Fengtie<sup>1,2</sup>

- (1. College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;
2. Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen 361021, China;
3. School of Electronic and Information Engineering, Changchun University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** In this paper, we propose a new method to generate periodic bottle beam by superposition of a Bessel beam with a plane wave for the first time. The optical fields' expression of superposition of the Bessel beam and the plane wave was deduced, the radial and transverse intensity distribution of the field was numerical simulated by Mathcad. The influence of the incident beam radius on the intensity and period of bottle beam was analyzed. The results show that bottle beam can be generated by coherence of Bessel beam and plane wave, we also found that with the decreases of beam radius, the intensity of the peaks decreased and the number of bottle beam decreases at the same distance.

**Keywords:** bottle beam; Bessel beam; plan wave; interference

贝塞尔(Bessel)光束<sup>[1]</sup>是亥姆赫兹方程在圆柱坐标系自由空间波动方程的特殊解,它具有无衍射光束的独特性质<sup>[2-3]</sup>. 因此,在应用方面取得很大的成果,特别是在光学微操作、生命科学及纳米科技方面有着重要的应用<sup>[4-5]</sup>. 局域空心光束(bottle beam)<sup>[6-7]</sup>是光束在传播方向上具有强度为极小的区域.

**收稿日期:** 2015-11-28

**通信作者:** 吴逢铁(1958-),男,教授,博士,主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学的研究. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn.

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61178015);福建省科技创新平台计划项目(2012H2002);福建省泉州市科技计划重点项目(2014Z127)

此区域外三维空间都围绕着高强度的光,具有三维封闭的暗中空区域,这种光束可实现对微粒的三维囚禁和操控.自20世纪90年代以来,人们已经提出多种产生局域空心光束的方法<sup>[8-14]</sup>.其中,轴棱锥<sup>[15-16]</sup>产生 Bessel 光束的方法装置简单,转换效率高且抗损伤阈值高,利用这种方法得到的局域空心光束具有泰伯(Talbot)效应.本文提出一种利用 Bessel 光束与平面波叠加得到周期性局域空心光束的新方法.

## 1 理论分析

激光光束经准直后,垂直入射到轴棱锥上,在其后一段距离内,将产生无衍射 Bessel 光束.根据几何光学,可得到其最大的无衍射距离  $Z_{\max} = \frac{R}{(n-1)\gamma}$ .其中, $R$ 为入射到轴棱锥的光束半径; $\gamma$ 为轴棱锥的底角; $n$ 为轴棱锥介质的折射率<sup>[17]</sup>.

在无源的自由空间内,光波的电场满足标量亥姆霍兹波动方程,即

$$(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \cdot E(r, t) = 0. \quad (1)$$

在柱坐标系下,式(1)的解<sup>[18]</sup>为

$$E(\rho, k_r, k_z, z, t) = \exp[i(k_z z - \omega t)] J_0(k_r \rho). \quad (2)$$

式(2)中: $k_r, k_z$ 分别为径向和纵向的波矢分量,  $k_r^2 + k_z^2 = k^2 = (\frac{\omega}{c})^2$ ,  $k_r = \frac{2\pi}{\lambda(n-1)\gamma}$ ,  $k_z = \sqrt{k^2 + k_r^2}$ ,  $k$ 为波数, $c$ 为光速, $\omega$ 为光波的频率; $\rho, z$ 分别为柱坐标中的径向距离及轴向距离,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

然而,在实际中无法得到理想的能量无穷大的无衍射 Bessel 光束,只能得到近似的无衍射 Bessel 光束,即存在最大的无衍射距离  $Z_{\max}$ ,超出这个距离,无衍射特性不再存在.假设光场满足旋转对称,则轴棱锥透镜变换后的光场<sup>[19]</sup>为

$$E(\rho, z) = -\frac{ikE_0}{z} \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik\rho^2}{2z}\right] \int_0^R J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \exp\left[\frac{ikr^2}{2z} - ik(n-1)\gamma r\right] r dr. \quad (3)$$

式(3)中: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;  $r$ 与  $\rho$ 均为径向距离,坐标原点取在 axicon 透镜的顶点处,假设入射平行光  $E_0 = 1$ .

根据式(2),求得 Bessel 光束中心光斑半径为  $r = \frac{2.405}{k(n-1)\gamma}$ .

高斯光束通过望远镜系统时的变换,如图1所示.规定发散光波的曲率半径为正,会聚光波的曲率半径为负.从波动光学的角度看,薄透镜其实就是改变光波波阵面的曲率半径.因此,根据透镜的高斯公式,可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R'} &= \frac{1}{R} - \frac{1}{f_1}, \\ \omega &= \omega', \\ R &= l \left[ 1 + \left( \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda l} \right)^2 \right], \\ \omega &= \omega_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda l}{\pi\omega_0^2} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} -R' &= f_1 \left[ 1 + \left( \frac{\pi\omega_0'^2}{\lambda f_1} \right)^2 \right], \\ \omega &= \omega_0' \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda l}{\pi\omega_0'^2} \right)^2}, \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{-R'}{1 + \left( \frac{\lambda R'}{\pi\omega_0'^2} \right)^2}, \\ \omega_0'^2 &= \frac{\omega'^2}{1 + \left( \frac{\pi\omega_0'^2}{\lambda R'} \right)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

高斯光束通过望远镜系统后的光腰变换,如图2所示.准直扩束系统可以改善光束的方向性,压缩光束的发散角,在准直扩束系统前,配合使用滤光片,可使光束分布变为对称分布,从而使光能量分布均匀化.在望远镜准直扩束系统中,小焦距  $f_1$  的条件  $R_1 \gg f_1$ ,有  $R'_1 \approx -f_1$ ,则

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{\omega_1^2}{1 + \left( \frac{\pi\omega_0^2}{-f_1\lambda} \right)^2}} = \frac{\lambda f_1}{\sqrt{\frac{\lambda^2 f_1^2}{\omega_1^2} + \pi^2 \omega^2}} \approx \frac{\lambda f_1}{\pi \omega_1}.$$

根据式(4),同理可得

$$\left. \begin{aligned} \omega_0'' &= \frac{\omega_2'^2}{1 + \left( \frac{\pi\omega_0'^2}{\lambda R_2'} \right)^2}, \\ -R_2' &= f_2 \left[ 1 + \left( \frac{\pi\omega_0''^2}{\lambda f_2} \right)^2 \right], \end{aligned} \right\} \rightarrow \omega_0'' = \frac{\lambda f_2}{\pi \omega_0'}. \quad (5)$$

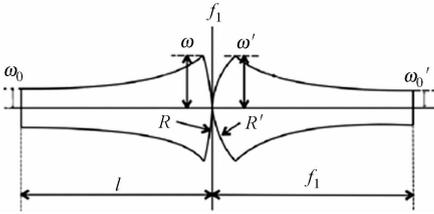


图 1 高斯光束通过薄透镜时的变换  
Fig. 1 Gaussian beam's conversion when through a thin lens

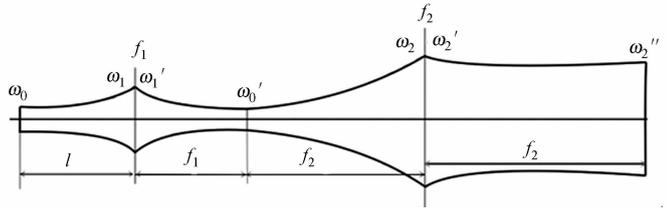


图 2 高斯光束通过望远镜系统后的光腰变换  
Fig. 2 Light waist's conversion when Gaussian beam through telescope system

当  $(\frac{\lambda l}{\pi \omega_0^2})^2 \gg 1$  时,则有

$$\omega_2 = \omega'_0 \sqrt{1 + (\frac{\lambda f_2}{\pi \omega_0'^2})^2} \approx \frac{\lambda f_2}{\pi \omega'_0}, \quad R_2 = f_2 [1 + (\frac{\pi \omega_0'^2}{\lambda f_2})^2] \approx f_2.$$

将  $R_2$  带入  $1/R'_2 = 1/R_2 - 1/f_2$ , 可知  $R'_2 \approx \infty$ . 将束腰半径  $\omega_2$  与式(5)对比, 可知其相等, 所以高斯光束经过望远镜系统准直扩束后, 可得到近似平面波<sup>[20]</sup>.

由 He-Ne 激光器发出的波长为  $\lambda$ , 沿  $z$  轴传输的高斯型光波为

$$E_p = E_0 \cdot \exp(-\rho^2/\omega^2). \tag{6}$$

将其带入柱坐标系下的菲涅耳积分公式, 即

$$E(\rho, z) = -\frac{k}{iz} \exp(ikz) \int_{\Sigma} r dr d\varphi U(r, z) \cdot \exp\{\frac{ik}{2z}[r^2 + \rho^2 - 2\rho r \cdot \cos(\theta - \varphi)]\}. \tag{7}$$

在推导的过程中满足

$$\exp[iz \cos \varphi] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i^k J_k(z) \exp(ik\varphi).$$

即

$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(iz \cos \varphi) d\varphi. \tag{8}$$

将式(6), (8)带入式(7), 经高斯调制之后的平面波表达式为

$$E_p(\rho, z) = \frac{k}{iz} \exp(ikz) \exp(\frac{ik\rho^2}{2z}) \int_0^R \exp(\frac{-r^2}{\omega}) J_0(\frac{k\rho r}{z}) \exp(\frac{ikr^2}{2z}) r dr. \tag{9}$$

设想实验装置图, 如图 3 所示. 图 3 中:  $f_1, f_2$  为望远镜扩束系统; BS1, BS2 为分束器. 取干涉后光束的传输方向为  $z$  轴, 轴棱锥顶点为原点. He-Ne 激光器发射的光束经扩束系统转化为平行光, 光阑  $P$  将光束半径限制为 3 mm, 平行光垂直入射到 BS1, 被分为沿 2 个方向传播的光束. 一束平行光垂直穿过轴棱锥(平行光变为 Bessel 光), 再入射 BS2 上; 另一束平行光直接入射到 BS2. 两束光在 BS2 相遇并发生干涉, 形成平行光和 Bessel 光的相干. 在模拟时, 可取不同的  $z$  值观察截面光强图,  $l < z < z_{\max} - l$ .

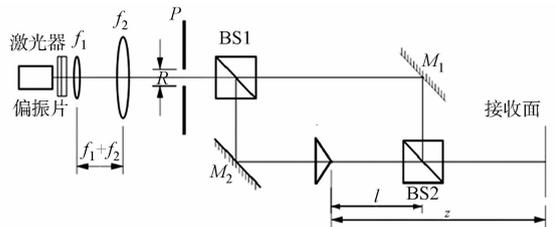


图 3 设想实验装置

Fig. 3 Assumption experimental device

## 2 数值模拟与讨论

同频率且振动方向一致的贝塞尔光与平面波干涉叠加, 产生多个局域空心光束. 叠加区域对应的光强为

$$I = |E(\rho, z) + E_p(\rho, z)|^2. \tag{10}$$

在  $\lambda = 632.8 \text{ nm}, \gamma = 1^\circ, n = 1.47, R = 3 \text{ mm}, \omega \approx 3 \text{ mm}$  的条件下, 取  $z$  为 213, 219, 224, 分别带入式(3)和式(9), 可得  $I$  分别为 712.9,  $1.026 \times 10^3, 882 \text{ cd}$ . 由此可知, 相对于  $I_{z=219}$ , 其他两处皆为光强较弱的暗域.

根据节 1 的理论分析, 取  $\lambda = 632.8 \text{ nm}, \gamma = 1^\circ, n = 1.47, R = 3 \text{ mm}, \omega \approx 3 \text{ mm}$ , 与式(3), (9), (10)一起导入 Mathcad, 调节参数可得相干之后的光强轴向分布, 如图 4 所示. 图 4 中:  $\rho$  为光束半径. 由图 4 可

知:在中心轴处可以明显看出亮暗相交的现象,而在暗域四周都围绕着亮的区域,即局域空心光束.

为了更清晰地确定暗域的轴向位置,可画出这一段的光强( $I$ )轴向分布的曲线图,如图 5 所示.跟踪到 207~230 mm 的光斑在亮暗之间经过了 2 次转换,形成 2 个暗中空区域.选取不同轴向距离,得到截面光强图,如图 6 所示.

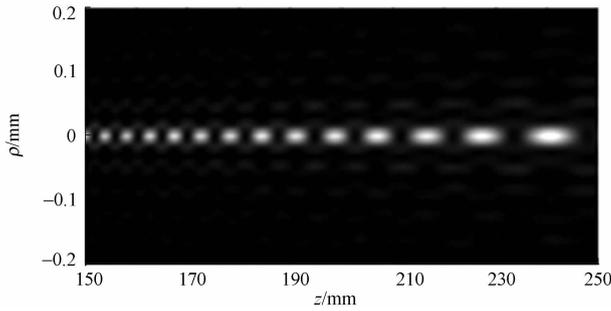


图 4 光强轴向分布

Fig. 4 Axial intensity distribution

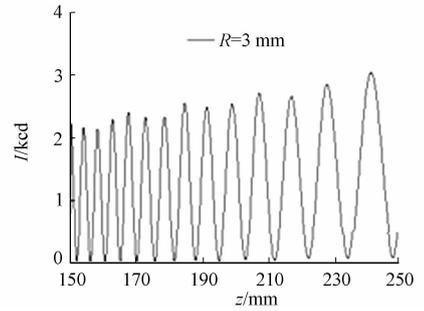
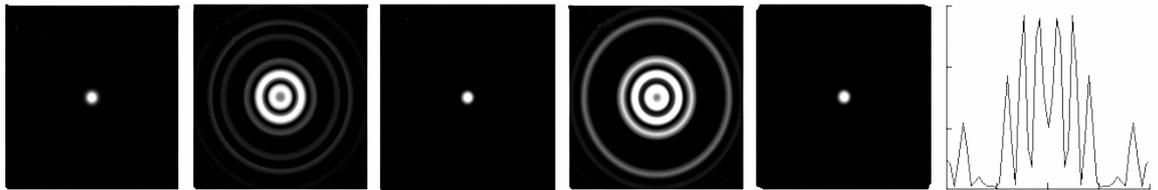


图 5 光强轴向分布曲线

Fig. 5 Curve of axial intensity distribution

由图 6(b),(d)可知:213,224 mm 处是 2 个暗中空区域,这与图 5 的理论模拟结果一致,且暗域周围第一个亮环比其他光环粗.224 mm 处的截面光强分布曲线图,如图 6(f)所示.由图 6(f)可知:对称中心处曲线下凹产生了局域空心光束,但能量不为 0.



(a)  $z=207$  mm (b)  $z=213$  mm (c)  $z=219$  mm (d)  $z=224$  mm (e)  $z=230$  mm (f)  $z=224$  mm 曲线

图 6 截面光强分布图

Fig. 6 Cross-section intensity distribution

为了讨论入射光束的尺寸对局域空心光束的强度和周期的影响,将扩束后的激光光束用光阑限制为不同的半径,参照图 5 的步骤模拟,对比轴向光强分布,如图 7 所示.

由图 7 可知:随着光束半径的减小,轴上光强的峰值降低,半峰全宽度增大,在同一段距离内得到的局域空心光束数量减少,则在不同层次上捕获的粒子数量也减少.

分别取  $R$  为 2.8,3.0,3.2 mm, $z$  为 150~160 mm,模拟局域空心光束的轴向光强分布,如图 8 所示.

由图 8 可知:随着半径增加,局域空心光束暗域数量增加;当  $R=2.8$  mm 时,有 2 个局域空心光束;当  $R=3.0$  mm 时,有 2 个完整局域空心光束和 1 个不完整局域空心光束;当  $R=3.2$  mm 时,有 2 个完整的局域空心光束和 1 个相对完整的局域空心光束,这与图 7 的结果吻合.

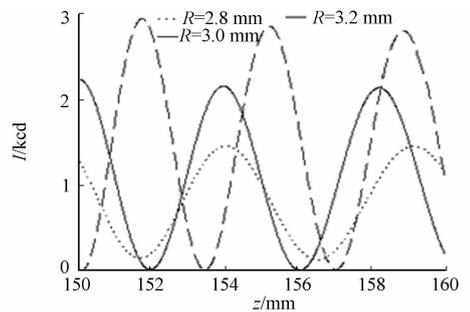
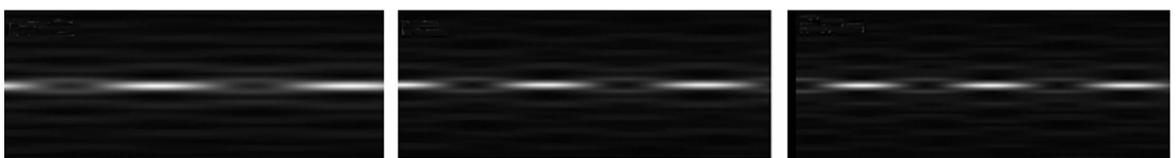


图 7 光强轴向分布曲线对比图

Fig. 7 Contrast curve of axial intensity distribution



(a)  $R=2.8$  mm

(b)  $R=3.0$  mm

(c)  $R=3.2$  mm

图 8 不同光束半径下的光强轴向分布

Fig. 8 Axial intensity distribution with different beam radius

### 3 结束语

根据波动方程和衍射理论推导经轴棱锥产生 Bessel 光束和平面波相干的表达式,将表达式导入光学软件,结合干涉理论,完整模拟出局域空心光束的三维光强分布,以及沿光轴不同距离  $z$  处横截面的光强分布.证明用同频率、相同振动方向的 Bessel 光束与平面波干涉可以产生局域空心光束.模拟不同光束半径条件下的轴向光强分布曲线,得出光束半径减小,轴上光强的峰值降低,半峰全宽增大,在同一段距离内得到的局域空心光束数量减少的结论.

#### 参考文献:

- [1] 何西,吴逢铁,李攀,等.绿光 LED 产生高阶 Bessel 光的自再现[J].中国科学:物理学 力学 天文学,2015,45(1):014202.
- [2] DURNIN J. Exact solutions for nondiffracting beams I: The scalar theory[J]. J Opt Soc Am A,1987,4(4):651-654.
- [3] 谢兴龙,陈绍和,邓锡铭.关于衍射与无衍射光束[J].中国激光,1999,26(1):65-69.
- [4] GRIER D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature,2003,424(6950):810-816.
- [5] FAHRBACH F O, SIMON P, ROHRBACH A. Microscopy with self-reconstructing beams[J]. Nature Photonics, 2010,4(11):780-785
- [6] ARLT J, PADGETT M J. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: The optical bottle beam[J]. Opt Lett,2000,25(4):191-193.
- [7] 程依光,刘俊伯,胡松,等.利用光子筛产生局域空心光束[J].光学学报,2015,35(7):0705003.
- [8] CACCIAPUOTI L, De ANGELIS M, PIERATTINI G, et al. Single-beam optical bottle for cold atoms using a conical lens[J]. Eur Phys J D,2001,14(3):373-376.
- [9] HERMAN R M, WIGGINS T A. Hollow beams of simple polarization for trapping and storing atoms[J]. J Opt Soc Am A,2002,19(1):116-121.
- [10] VINAS S B, JAROSZEWICZ Z, KOLODZIEJCZYK A, et al. Zone plates with black focal spots[J]. Appl Opt, 1992,31(2):192-198.
- [11] AHLUWALIA B P S, YUAN X C, TAO S H. Generation of self-imaged optical bottle beams [J]. Opt Commun, 2004,238(1):177-184.
- [12] DU Tuanjie, WANG Tao, WU Fengtie. Generation of three-dimensional optical bottle beams via focused non-diffracting Bessel beam using an axicon[J]. Optics Commun,2014,317:24-28.
- [13] 何西,杜团结,吴逢铁.新型发光二极管透镜产生局域空心光束[J].物理学报,2014,63(7):074201.
- [14] 卢文和,吴逢铁,刘彬,等.无衍射贝塞尔光束相干的理论与实验[J].强激光与粒子束,2009,21(11):1666-1670.
- [15] 冯国英,吕百达,蔡邦维.轴棱锥光学系统对激光束的变换及应用[J].激光技术,1996,20(3):138-142.
- [16] 杜团结,王涛,吴逢铁.轴棱锥对无衍射光束的线聚焦特性[J].物理学报,2013,62(13):134103.
- [17] 程治明,吴逢铁,范丹丹,等.绿光 LED 产生无衍射 Bessel 光束[J].中国科学:物理学 力学 天文学,2012,42(8):805-811.
- [17] 程治明,吴逢铁,方翔,等.产生多个高光强梯度 Bottle beam 的理论与实验[J].光学学报,2012,32(11):1114001.
- [19] 谢晓霞,吴逢铁,李冬.双焦透镜对 Bessel 光束传输的影响[J].物理学报,2014,63(18):180201.
- [20] 李建新.激光准直扩束设计和仿真[J].装备制造技术,2009(3):28-31.

(责任编辑:钱筠      英文审校:吴逢铁)