

采用 Matlab 的六自由度机器人三维运动学仿真

李庆, 谢一首, 郑力新, 张裕坤, 庄礼鸿

(华侨大学 工业智能化技术与系统福建省高校工程研究中心, 福建 泉州 362021)

摘要: 对 SA1400 型六自由度工业机器人进行三维的运动学建模与仿真,建立机器人的正逆运动学方程,并得到正逆解. 为验证方程及所求解的正确性,首先,使用 Solidworks 建立机器人各个部件三维模型;然后,用 Matlab 将所求得的正逆解编写为程序,导入机器人各部件,利用 Matlab 的三维绘图功能,以显示机器人的三维模型,并对机器人按轨迹运动的过程进行动态仿真,记录运动过程中机器人各关节角度值的变化,提示求解得到的不合理角度值和奇异点. 结果表明:仿真过程较真实地模拟了实际机器人的运动情况,仿真结果达到预期目标,证明根据正逆运动学方程求得的解的准确性和可行性.

关键词: 三维仿真; 工业机器人; 六自由度; 运动学; Matlab

中图分类号: TP 391.9 **文献标志码:** A

机器人是“智能制造”这一主题下最受关注的领域之一. 虽然中国已成为世界第一的机器人大国,但国产机器人的水平与国外相差较大,关键技术和零部件仍依赖进口,精度、稳定性和寿命不如国外生产的机器人,应用也主要集中于沿海地区的汽车和电子制造业. 此外,我国机器人产业还存在“产、学、研”脱节的问题,机器人制造企业很难通过有效渠道获得与掌握研究机构及高校的最新成果. 在机器人研究中,仿真是非常重要的环节,正确、合理的仿真可以减少实体机器人运行过程中的各种问题. 本文采用 Matlab 对六自由度机器人进行三维运动学仿真.

1 运动学建模

机器人运动学实现由机器人关节变量组成的关节空间与笛卡尔空间之间的相互转换. 运动学的研究包含 2 个方面:一是正运动学,由机器人各关节角度计算机器人末端的位置与姿态;二是逆运动学,由末端的位置与姿态求解机器人在此位姿的各关节角度^[1]. SA1400 型机器人的结构图与 D-H 坐标系,如图 1 所示. 相邻连杆 $n-1$ 与 n 之间的 D-H 坐标系变换矩阵^[2-3]为

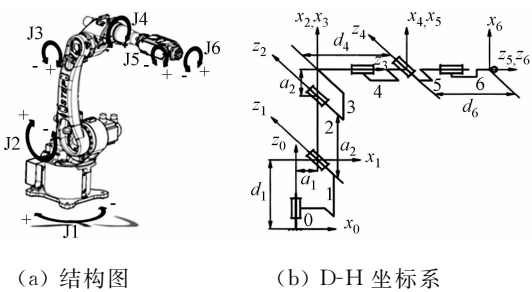


图 1 SA1400 机器人
Fig. 1 SA1400 robot

$$A_n = R(z, \theta) T(0, 0, d_n) T(a_n, 0, 0) R(x, a_n) = \begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \cos \alpha_n & \sin \theta_n \sin \alpha_n & a_n \cos \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \cos \alpha_n & -\cos \theta_n \sin \alpha_n & a_n \sin \theta_n \\ 0 & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

各连杆的 D-H 参数,如表 1 所示. 表 1 中: θ_n 为关节 n 的旋转角度,即两连杆夹角,符合右手定则为正; d_n 为关节 n 的偏距,即两连杆距离; α_n 为关节 n 和 $n-1$ 轴线之间的夹角,即连杆扭角,符合右手定

则为正; a_n 为关节 n 和 $n-1$ 轴线之间的公法线距离,即连杆长度, $n=1,2,3,\cdots,6^{[4]}$; θ 为关节角度范围; v_{\max} 为最大关节速度.

表 1 D-H 参数表
Tab. 1 D-H parameters table

连杆	$\theta_n/({}^\circ)$	d_n/mm	a_n/mm	$\alpha_n/({}^\circ)$	$\theta/({}^\circ)$	$v_{\max}/({}^\circ)\cdot\text{s}^{-1}$
1	$-\theta_1$	415	180	-90	± 160	150
2	θ_2-90	0	590	0	$-80\sim+145$	150
3	θ_3	0	115	-90	$-190\sim+65$	160
4	$-\theta_4$	625	0	90	± 165	360
5	θ_5	0	0	-90	± 115	320
6	$-\theta_6$	98	0	0	± 360	360

由表 1 可得各变换矩阵为

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & a_1 C_1 \\ -S_1 & 0 & C_1 & -a_1 S_1 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} S_2 & C_2 & 0 & a_2 C_2 \\ -C_2 & S_2 & 0 & -a_2 C_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & a_3 C_3 \\ S_3 & 0 & C_3 & a_3 S_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & 0 \\ -S_4 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & -S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & C_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} C_6 & S_6 & 0 & 0 \\ -S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

式中: $S_n=\sin \theta_n, C_n=\cos \theta_n$,下同.因此,末端执行器的位姿方程为

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 \mathbf{A}_4 \mathbf{A}_5 \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

机器人运动学逆解的方法主要分为封闭解法和数值解法,封闭解法又分为代数解法和几何解法.封闭解法计算速度快、效率高,便于实时控制,而数值解法求解速度较慢,所以常用封闭解法求解.大多数工业机器人都可以应用 Pieper 准则,以简化逆解的运算^[5-7].逆解方程为

$$\mathbf{A}_3 \mathbf{A}_4 \mathbf{A}_5 = \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{A}_6^{-1}. \tag{1}$$

1) 令式(1)左右两边矩阵的(3,4)元素(表示矩阵的第 3 行第 4 列,下同)相等,可得

$$S_1(p_x-d_6a_x)+C_1(p_y-d_6a_y)=0.$$

则有 $\theta_1 = \begin{cases} \text{ATAN2}[-(p_y-a_yd_6), p_x-d_6a_x], \\ \text{ATAN2}[p_y-a_yd_6, -(p_x-d_6a_x)]. \end{cases}$

2) 令式(1)左右两边(2,4)和(1,4)元素分别相等,并化简为

$$a_3C_3-d_4S_3=-a_2-C_2v-S_2u, \tag{2a}$$

$$a_3S_3-d_4C_3=-C_2u+S_2v. \tag{2b}$$

式中: $u=a_1+C_1(a_xd_6-p_x)+S_1(p_y-a_yd_6), v=a_2d_6+d_1$.将式(2a),(2b)两边平方相加,令 $w=(d_4^2+a_3^2-a_2^2-v^2-u^2)/(2a_2)$,可得 $C_2v+S_2u=w$,则有 $\theta_2 = -\text{ATAN2}(v,u)+\text{ATAN2}(w,\pm\sqrt{v^2+u^2-w^2})$.

3) 式(2)中,式(2a) $\times d_4$ -式(2b) $\times a_3$,式(2a) $\times a_3$ +式(2b) $\times d_4$,可得

$$S_3 = -(md_4-na_3)/(a_3^2+d_4^2), \quad C_3 = (ma_3-nd_4)/(a_3^2+d_4^2).$$

式中: $m = -a_2 - vC_2 - uC_2$, $n = -uC_2 + vS_2$, 则有 $\theta_3 = \text{ATAN2}(S_3, C_3)$.

4) 令式(1)左右两边(2,3)与(1,3)元素分别相等, 可得

$$C_3 C_4 S_5 - S_3 C_5 = C_1 S_2 a_x - S_1 S_2 a_y + C_2 a_z, \quad (3a)$$

$$C_3 C_4 S_5 - C_3 C_5 = C_1 C_2 a_x - S_1 C_2 a_y - S_2 a_z. \quad (3b)$$

由式(3a) $\times S_3$ - 式(3b) $\times C_3$, 可得

$$C_5 = (a_x C_1 - a_y S_1) \cos(\theta_2 + \theta_3) - a_z \sin(\theta_2 + \theta_3), \quad S_2 = \pm \sqrt{1 - C_5^2}.$$

则有 $\theta_5 = \text{ATAN2}(S_5, C_5)$.

5) 令式(1)左右两边(3,3)元素相等, 可得

$$S_4 = \frac{a_x S_1 + a_y C_1}{-S_5}, \quad C_4 = \pm \sqrt{1 - S_4^2}.$$

则有 $\theta_4 = \text{ATAN2}(S_4, C_4)$.

6) 令式(1)左右两边(3,2)相等元素, 可得

$$JC_6 - KS_6 = -C_4.$$

式中: $J = o_x S_1 + o_y C_1$, $K = n_x S_1 + n_y C_1$, 则

$$\theta_6 = \text{ATAN2}(J, K) - \text{ATAN2}(-C_4, \pm \sqrt{J^2 + K^2 - C_4^2}).$$

对于多解问题, 首先, 应根据关节运动范围对所求得解进行取舍, 然后, 按照以下 2 种方法得到各关节的解. 一是先求得多组关节角, 再用“最短行程”得到一组最优解^[2,8]; 二是先求得 θ_1 的多个解, 再计算所求解与 θ_1 当前角度值的欧氏距离, 取其小者作为 θ_1 的最优解, 用此解求 θ_2 , 再利用欧氏距离求取 θ_2 的最优解, 其余关节角依此类推^[9]. 最终可获得控制机器人实现目标位姿的 1 组最优关节角, 2 种最优解的取值方法, 如图 2 所示.

2 运动学仿真

为了验证所求解方程的准确性和可行性, 使用 Solidworks 建立机器人的三维模型, 并在 Matlab 中进行运动学仿真^[10-11]. 仿真流程, 如图 3 所示.

1) 螺旋线轨迹. 螺旋线的轴心线垂直于基座坐标系(底座坐标系)的 xy 平面, 在 xy 平面内的坐标为 (1 200, 0), z 坐标范围为 0~720 mm, 螺旋线半径为 100 mm. 机器人末端在按轨迹运动的过程中, 其轴线 z_6 始终竖直向下, 从下往上运动. 在仿真中, 为整段螺旋线轨迹选定了 720 个关键点, 即高度每增加 1 mm, 机器人末端到达 1 个新的位姿.

螺旋线轨迹仿真过程三维动画截图与末端轨迹曲线, 如图 4 所示. 由图 4 可知: 理论轨迹和实际轨迹重合, 说明文中正逆解方程是正确的.

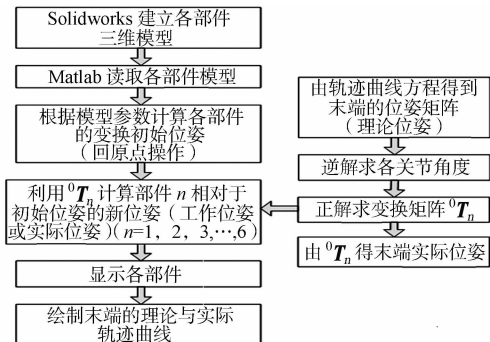


图 3 仿真流程

Fig. 3 Simulation process

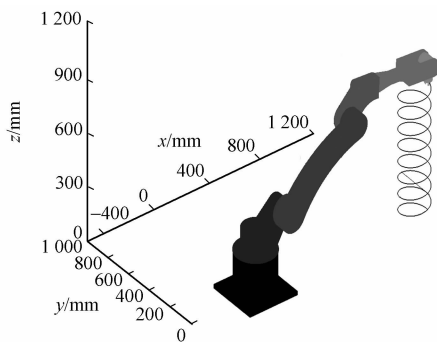


图 4 螺旋线轨迹

Fig. 4 Helical path

运动过程中各关节的角度值(θ_n), 如图 5 所示. 由图 5 可知: 在运动过程中, 各关节角度值连续变化, 且都在表 1 所列的关节角度范围内, 说明文中所解方程是可行的, 具有实用性.

2) 球面轨迹. 球心坐标为 (900, -200, 900), 半径为 100 mm, 球面轨迹是由半径不同的螺旋线组成. 机器人末端在按轨迹运动的过程中, 其轴线 z_6 始终指向球心, 从上往下运动. 球面轨迹的关键点数

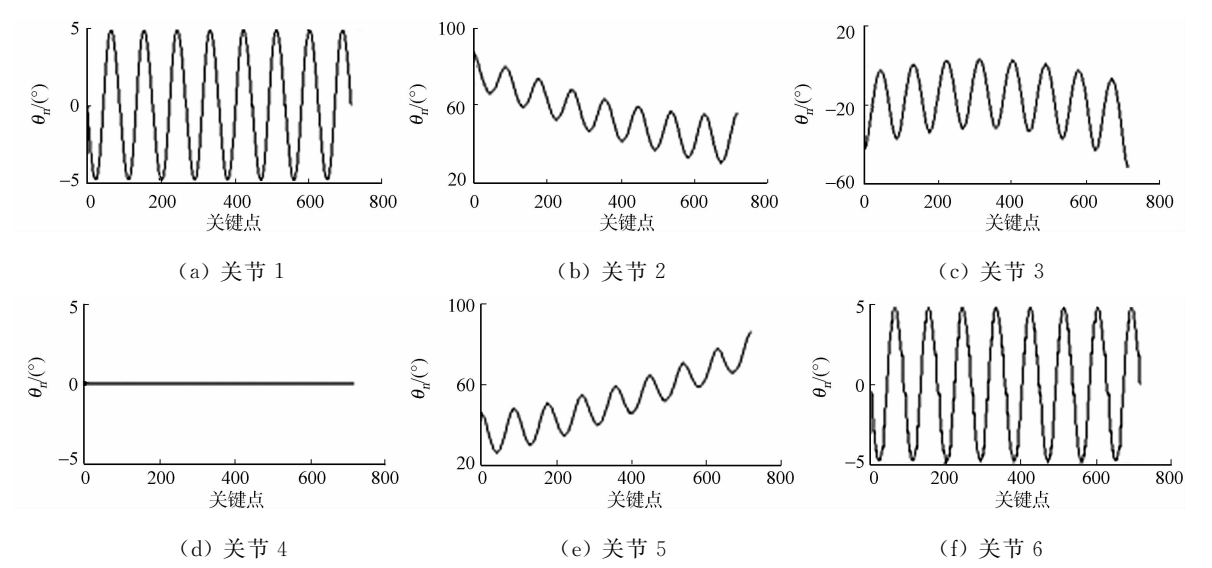


图 5 螺旋线轨迹各关节角度值

Fig. 5 Each joint angle value of helical path

为 1 088 个。

球面轨迹仿真过程三维动画截图与末端轨迹曲线,如图 6 所示。图 6 中:机器人正在走球面的底部轨迹,点云为机器人的实际轨迹。由图 6 可知:箭头所指处的理论轨迹和实际轨迹中不重合,这是因为机器人在此处走球面轨迹和其末端轴线 z_6 始终指向球心,不能同时完成,即运动奇异点,方程解得的关节 5 的角度值超出表 1 中的角度范围($-115^{\circ}\sim115^{\circ}$),所以程序采用关节 5 上一时刻的角度值,导致实际轨迹出现偏差。

运动过程中各关节的角度值,如图 7 所示。由图 7 可知:运动过程中各关节角度值连续变化,且都在表 1 的关节角度范围内。

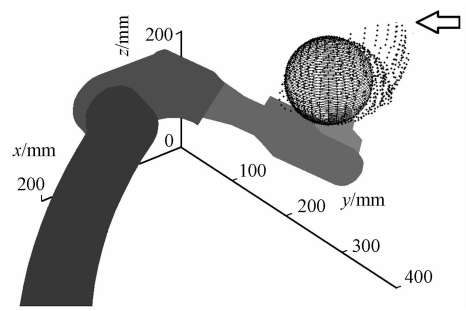


图 6 球面轨迹

Fig. 6 Sphere path

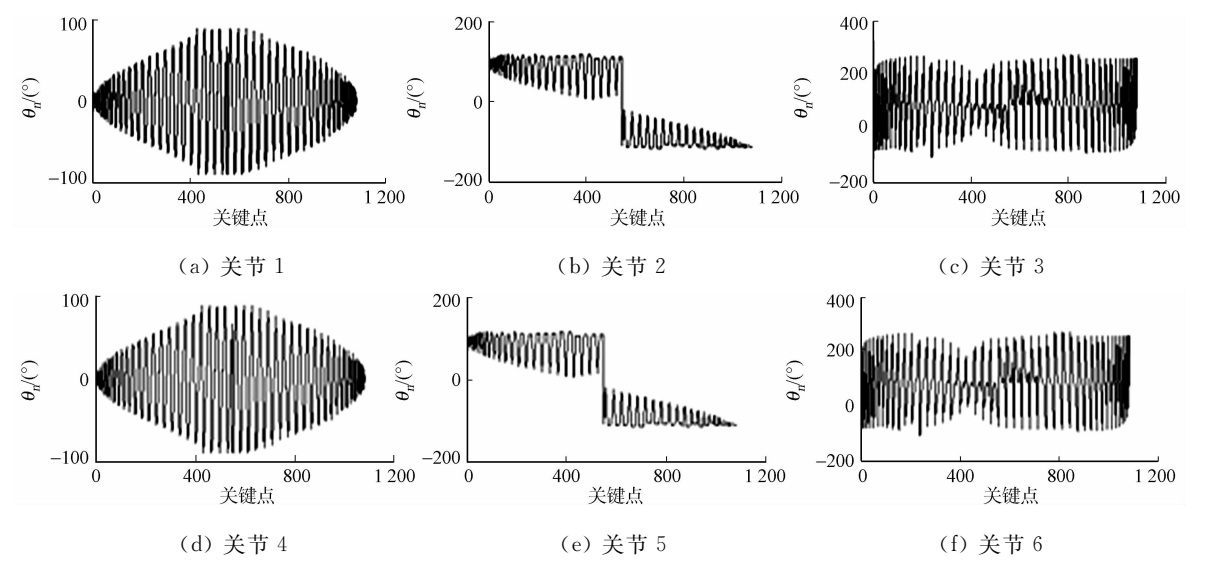


图 7 球面轨迹各关节角度值

Fig. 7 Each joint angle value of sphere path

3 结束语

对 SA1400 型机器人进行仿真,使机器人分别按螺旋线轨迹和球面轨迹运动,并对运动过程进行分

析. 实时的三维动态显示使仿真过程更加直观, 关节角度值变化曲线图有利于对仿真过程进行分析. 仿真结果证明文中所求得解是正确、可行的, 且文中的方法与思想也适用于其他关节型机器人.

参考文献:

[1] 韩建海. 工业机器人[M]. 3 版. 武汉: 华中科技大学出版社, 2015: 60-86.

[2] 王其军, 杜建军. MOTOMAN 机器人逆运动学新分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(3): 451-454.

[3] 王雪松, 许世范, 郝继飞. MOTOMAN 机械手逆运动方程新的推导方法及求解[J]. 中国矿业大学学报, 2001, 30(1): 73-76.

[4] 蔡自兴. 机器人学[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2009: 34-52.

[5] PAUL R, SHIMANO B, MAYER G. Differential kinematic control equations for simple manipulators[J]. IEEE Trans SMC, 1981, 11(6): 449-455.

[6] PIEPER D, ROTH B. The kinematics of manipulaor under computer control[J]. Proceeding of the Second International Congress on Theory of Machines and Mechanisms, 1969, 2: 159-169.

[7] JOHN J C. 机器人学导论[M]. 3 版. 负超, 译. 北京: 机械工业出版社, 2014: 48-105.

[8] 崔建国, 宋爱国, 黄惟一. 遥操作系统中 MOTOMAN-SV3 机器人的运动建模研究[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2003, 33(4): 424-429.

[9] 叶上高, 刘电霆. 机器人运动学逆解及奇异和多解的处理[J]. 机床与液压, 2014, 42(3): 27-29.

[10] 罗家佳, 胡国清. 基于 Matlab 的机器人运动仿真研究[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2005, 44(5): 640-644.

[11] 臧庆凯, 李春贵, 闫向磊. 基于 MATLAB 的 PUMA560 机器人运动仿真研究[J]. 广西科学院学报, 2010, 26(4): 397-400.

3D Kinematics Simulation of Six DOF Robot Using Matlab

LI Qing, XIE Yishou, ZHENG Lixin,
ZHANG Yukun, ZHUANG Lihong

(Universities Engineering Research Center of Fujian Province Industrial Intelligent Technology and Systems,
Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: For the 3D kinematics modeling and simulation of SA1400 six degrees of freedom industrial robot, the robot kinematics equations are established and forward and inverse solutions are got. In order to verify the correctness of the equations and solutions. Firstly, solidworks is used to build 3D model of robot components. Then, forward and inverse solutions are programmed using Matlab, and models of robot components are imported. The 3D graphics functions of Matlab is used to display the 3D model of the robot, and do dynamic simulation of robot trajectory movement, while recording the change in the angle of each joint of robot during the simulation and suggesting irrational angle values and singular points. The results show that the process factually simulates the actual movement of the robot. The simulation results achieve the expected goal, and prove the accuracy and feasibility of solutions obtained from forward and inverse kinematics equations.

Keywords: 3D simulation; industrial robot; six degrees of freedom; kinematics; Matlab

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 吴逢铁)