

无衍射光束簇

王硕琛^{1,2}, 梅小华¹, 谢晓霞^{1,2}, 吴逢铁^{1,2}

(1. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021;

2. 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

摘要: 波动方程在笛卡尔坐标系、圆柱坐标系、椭圆柱坐标系及抛物线坐标系下可求得无衍射解, 分别是余弦(Cos)光束、贝塞尔(Bessel)光束、马蒂厄(Mathieu)光束和抛物线(Parabolic)光束, 它们组成了无衍射光束家族(又称亥姆霍兹光束). 介绍这 4 种光束的具体表达式及光强分布图和自重建过程. 最后, 对 4 种无衍射光束进行比较, 总结了无衍射光束的应用热点, 并展望未来.

关键词: 无衍射光束; 光强分布图; 自重建; 光束表达式

中图分类号: O 436.1

文献标志码: A

无衍射光束具有光场高度集中, 中心光斑小及遇障碍物后传播一段距离恢复原来的光强分布(自重建)等独特的性质. 由于无衍射光束在光学领域的广泛应用, 因此, 受到国内外学者不断地探索研究. 1987 年, Durnin 等^[1-2]首次提出无衍射光-Bessel 光束, 这种光束是自由空间标量波动方程在圆柱坐标系下的一组特殊解. 波动方程可在 11 种正交坐标系下分离变量, 但只有在笛卡尔坐标系, 圆柱坐标系, 椭圆柱坐标系及抛物线坐标系下可求得无衍射解. 这 4 种坐标系得到的解对应着不同的无衍射光束, 分别是 Cos 光束、Bessel 光束、Mathieu 光束和 Parabolic 光束, 它们组成了无衍射光束家族. 2000 年, Salo 等^[3]提出一种描述无衍射光波场的方法, 即任意的单色无衍射光都可以用波矢位于一个锥面上的所有平面波的叠加描述. 对于 Bessel 光束, 自提出的几十年以来, 便受到人们的大量研究^[4-5], 但对其余 3 种研究较少. 2000 年, Gutiérrez-Vega 等^[6]报道了无衍射 Mathieu 光束. 2001 年, 通过实验得到这种光束^[7]. 2004 年, Bandres 等^[8]提出了 Parabolic 光束. 2005 年, López-Mariscal 等^[9]由实验室得出 Parabolic 光束. 近年来研究人员对无衍射光束仍在不断地探索研究, 特别是无衍射光束的自重建特性. 1996 年, Macdonald 等^[10]发现无衍射 Bessel 光束的自再现特性, 这种新特性引起学者们的极大兴趣. 2002 年, Garcés-Chávez 等^[11]将这种特性运用于多层粒子微操作, 从而使无衍射光束的应用进入了一个新的时代. 2013 年, Mendoza-Hernández 等^[12]通过实验验证了 Parabolic 光束的自重建特性. 2015 年, 李冬等^[13]利用 Hankel 波理论, 论证并通过实验, 验证了 Mathieu 光束的自重建特性. 本文系统介绍了上述 4 种坐标系下的无衍射光束, 并进行对比研究.

1 Cos 光束

单色无衍射光用 Helmholtz 方程的 Whittaker 解^[14]表示为

$$u(x, y, z) = \frac{\exp(ik_z z)}{2\pi} \int A(\theta) \cdot \exp[i\mathbf{k}_t \cdot (x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta. \quad (1)$$

式(1)中: $A(\theta)$ 为复角谱分布; $\mathbf{k}_t, \mathbf{k}_z$ 为波矢的径向和轴向分量. $A(\theta)$ 在 4 种不同的坐标系下取不同的形

收稿日期: 2015-08-29

通信作者: 吴逢铁(1958-), 男, 教授, 博士, 主要从事光束传输与变换, 短脉冲技术及非线性光学的研究. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61178015); 福建省科技创新平台计划项目(2012H2002); 福建省泉州市科技重点项目(2013Z20, 2014Z127)

式,即对应 4 种不同的无衍射光波场.

Cos 光束是 Helmholtz 方程在笛卡尔坐标系下的一组解, $A(\theta)$ 取 $\sum_m = (\varphi - \varphi_m)$ 形式. 这种光束首先由王绍民等^[15]提出,并给出具体的表达式,但未对其无衍射特性做进一步研究. Cos 光束形式虽然简单,但具有无衍射光束的特性. 在笛卡尔坐标系下,最简单的无衍射光束为^[16]

$$F(\mathbf{r}_t; \mathbf{k}_t) = A \cdot \cos(\mathbf{k}_t, \mathbf{y}). \tag{2}$$

式(2)中: \mathbf{k}_t 为的是横向波矢; A 是归一化常数.

实验室得到的是由高斯包络面调制的近似无衍射光束,称之为余弦高斯光束,即

$$CG(r) = A \cdot \exp(-\frac{r^2}{\omega_1^2}) \cos(\mathbf{k}_t, \mathbf{y}).$$

Gutiérrez-Vega 等^[17]数值模拟了余弦高斯光束的光强分布图,如图 1 所示. 图 1 中: Z 为 z 轴上的位置. 由图 1 可知:光束在最大无衍射范围内传播时,横向光强不变;超过最大无衍射距离后,光束开始发散.

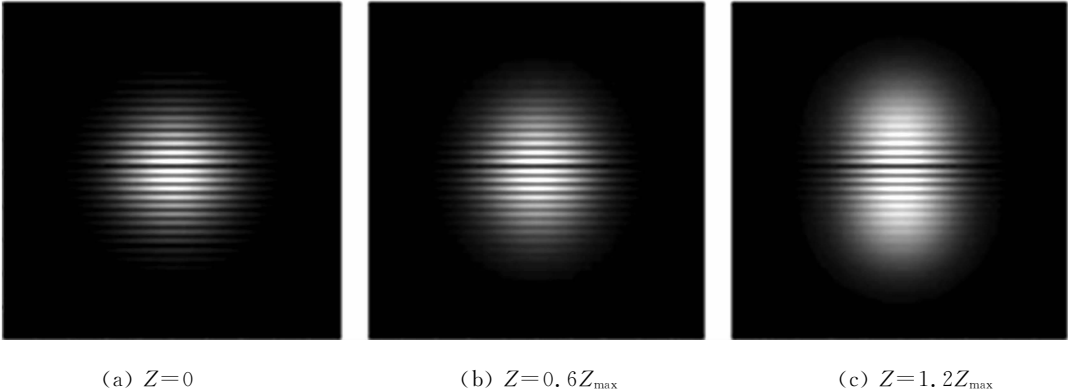


图 1 余弦高斯光束在自由空间传播的横向光强图

Fig. 1 Transversal intensity distribution of Cos-Gaussian-beam propagating in free space

2 Bessel 光束

Bessel 光束是 Helmholtz 方程在圆柱坐标系下的一组解, $A(\theta)$ 取 $\exp(im\theta)$ 形式. 把角谱代入式(1),化简得到 Bessel 光束的解析式,即

$$E(\rho, \varphi, z, t) = J_m(\alpha\rho)(\cos m\varphi + \sin m\varphi)(\exp(i\beta z) + \exp(-i\beta z))(\exp(i\omega z) + \exp(-i\omega z)). \tag{3}$$

式(3)中: m 为 Bessel 函数的阶数; α, β 分别为径向和轴向波矢.

Bessel 光束呈环状分布,零阶的 Bessel 光束中心光强较强,而高阶的 Bessel 光束中心光强为零,并具有角动量. Bessel 光束是第一种被提出无衍射概念的光束,最先由 Durnin 利用环缝法,得到零阶 Bessel 光束. 数值模拟得到的零阶 Bessel 光束光强图样和自重建光强分布图,如图 2 所示.

除此之外,其他实验室利用计算机全息图^[18-19]、球差透镜^[20-21]、轴棱锥^[22-24]及主动腔^[25-26]等方法得到了不同阶数的 Bessel 光束. 其中,用轴棱锥产生 Bessel 光束的方法具有实验装置简单、转换效率高等优点,是目前研究中最常使用的方法. 但是受限于轴棱锥的加工技术,用此方法产生的 Bessel 光束的无衍射距离受到限制. Xie 等^[27]提出的 AXIGRIN 法,郑维涛等^[28]提出的双轴棱锥法和孙川等^[29]提出的梯度轴棱锥法得到 Bessel 光束,其无衍射距离大大增长,很好地解决这一问题.

Bessel 光束除了具有无衍射特性外,还具有自重建特性,在 Bessel 光束的自重建性方面,吴逢铁实验室依据 Hankel 波理论做了大量工作;范丹丹^[30]解释分析了零阶 Bessel 光束的自重建特性,并验证了零阶 Bessel 光束通过轴上圆形、方形障碍物和离轴圆形障碍物的自重建特性;之后,又利用非相干光源对零阶 Bessel 光束的自重建进行了实验验证^[31];张前安等^[32]实现了相干光源产生高阶 Bessel 光束自重建的实验;何西等^[33]验证了非相干绿光 LED 产生高阶的 Bessel 光束的自重建. 实验室得到的零阶 Bessel 光束的轴上自重建过程图,如图 3 所示.

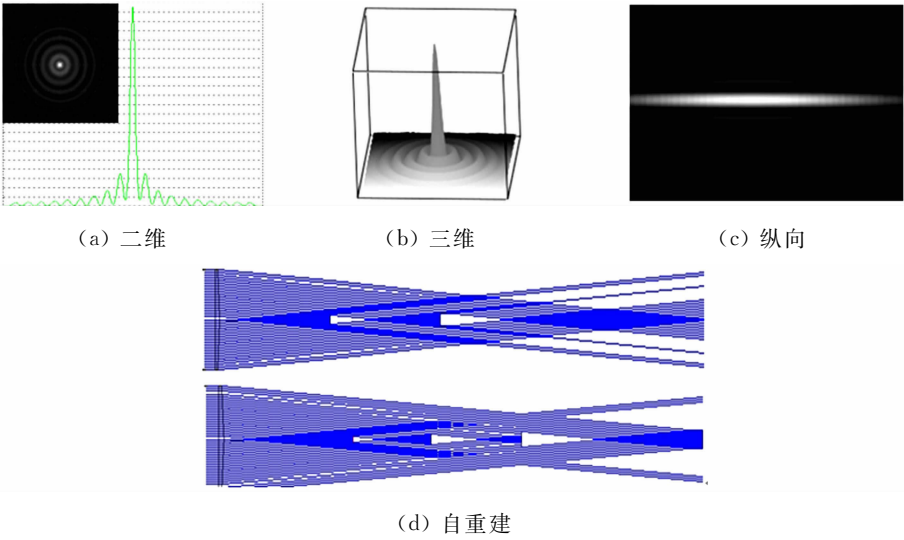


图 2 无衍射 Bessel 光束的光强分布图

Fig. 2 Intensity distribution of non-diffracting Bessel beam

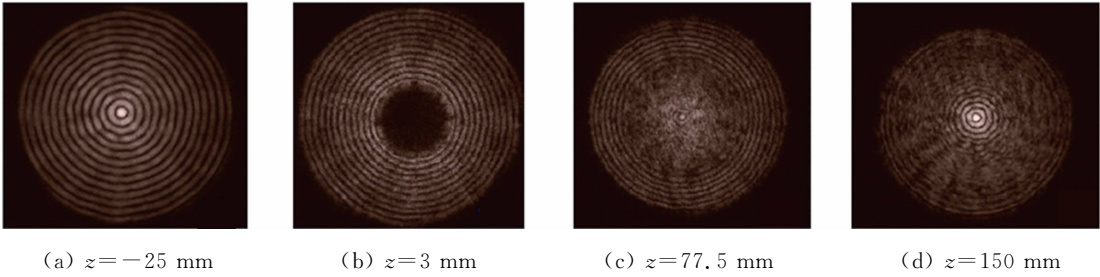


图 3 实验拍摄零阶 Bessel 光束轴上自再现特性的演变过程

Fig. 3 Experimental pictures of the self-reconstruction evolution process for on-axis 0-order Bessel beam

3 Mathieu 光束

Mathieu 光束是 Helmholtz 方程在椭圆柱坐标系下解出的一种无衍射光束, $A(\theta)$ 取角 Mathieu 函数形式. Mathieu 光束最先由 Gutiérrez-Vega 提出, 具体表达式为

$$u(\xi, \eta, z, t, q) = J e_0(\xi, q) c e_0(\eta, q) \exp(i k_z z - i \omega t). \tag{4}$$

式(4)中: $q = h^2 k_z^2 / 4$, η, ξ 为椭圆坐标系中的参数, 与笛卡尔坐标系的变换关系式为

$$x = h \cos h \cdot \xi \cdot \cos \eta, \quad y = h \sin h \cdot \xi \cdot \sin \eta. \tag{5}$$

式(5)中: $2h$ 为椭圆两焦点距离. 任意阶的 Mathieu 光束的光强分布图由 Alpmann 等^[34] 给出, 其中, 1~6 阶 Mathieu 光束, 如图 4 所示.

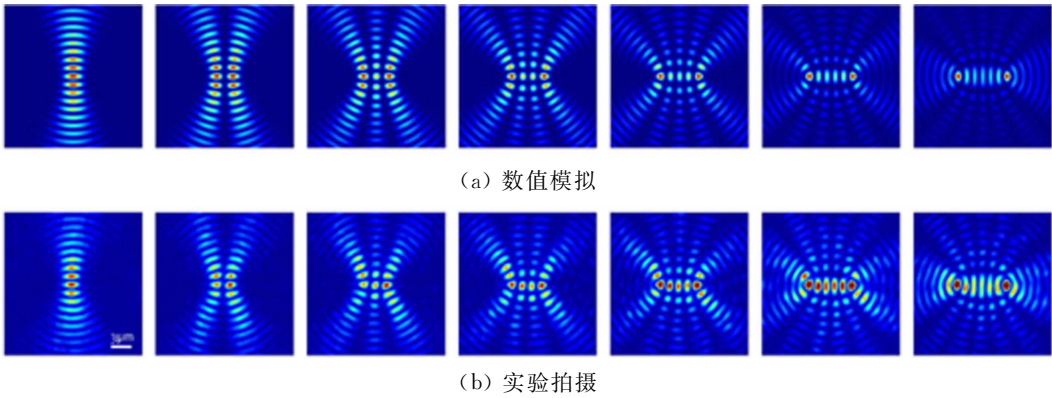


图 4 横向光强分布图

Fig. 4 Transverse optical intensity distribution

Mathieu 光束的自重建现象也可以用 Hankel 波的叠加理论来论证,在障碍物后的一段距离内,向内传播的椭圆锥面波(outgoing conical wave,OCW)和向外传播的椭圆锥面波(incoming conical wave,ICW)会被障碍物遮挡. 传播一段距离后,未被遮挡的 OCW 和 ICW 继续传播、叠加,并再次出现 Mathieu 光束,即为 Mathieu 光束的自重建现象. 李冬等^[14]利用这一原理,得到了 Mathieu 光束的自重建现象.

4 Parabolic 光束

Parabolic 光束是无衍射家族后来得到的一位成员,是在抛物线坐标系下的解,由 Bandres 等从理论上得出的. 抛物线坐标系与笛卡尔坐标系的坐标为

$$x + iy = (\eta + i\xi)^2/2.$$

在此坐标系下,角谱取形式为

$$\begin{aligned} A_e(\varphi,a) &= \frac{1}{2(\pi|\sin\varphi|)^{1/2}}\exp(i a \ln|\tan\frac{\varphi}{2}|), \\ A_o(\varphi,a) &= \frac{1}{i}\begin{cases} -A_e(\varphi,a), & \varphi \in (-\pi,0), \\ A_e(\varphi,a), & \varphi \in (0,\pi). \end{cases} \end{aligned} \tag{6}$$

代入式(2),化简得到 Parabolic 光束的表达式,即

$$\begin{aligned} U_e(\xi,\eta,a) &= \frac{1}{\sqrt{2}\pi}|\Gamma_1|^2P_e(\sigma\xi,a)P_e(\sigma\xi,-a), \\ U_o(\xi,\eta,a) &= \frac{1}{\sqrt{2}\pi}|\Gamma_3|^2P_o(\sigma\xi,a)P_o(\sigma\xi,-a). \end{aligned} \tag{7}$$

式(7)中: $\sigma=(2k_i)^{1/2}$; a 为抛物线光束的阶数. 不同于 Bessel 和 Mathieu 光束,Parabolic 光束的阶数可以取非整数. 实验室中的抛物线光束光强分布图则由 López-Mariscal 等首先给出. 利用光源,零阶的 Parabolic 光束通过曝光过的相机胶片,由环缝法得到,如图 5(a),图 5(b)所示. 但对于高阶的 Parabolic 光束,这种方法则行不通. 用计算机全息法得到的 4 阶 Parabolic 光束,如图 5(c),图 5(d)所示.

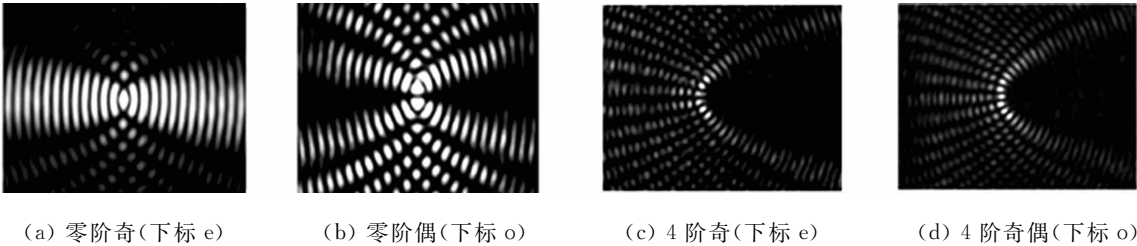


图 5 光束实验光强分布图

Fig. 5 Experimental pictures of the beam intensity

5 结论

主要介绍无衍射光束家族的 4 种无衍射光束,及它们在各自的坐标系下的表达式(即它们的横向光强分布图). 另外,从 Hankel 波的角度解释了它们的无衍射重建过程. 文中对于无衍射光束做了较为系统的介绍,对于进一步深入的研究有一定的意义.

研究表明:Cos 光束是最简单的一种无衍射光;Bessel 光束由于相对简单和极具规律性被广泛研究,实验室产生 Bessel 光束的技术也已相对成熟,其应用也被广泛研究;而 Mathieu 光束和 Parabolic 光束则是近十年来才开始被研究,并且由于其光束的复杂性,使得应用上的研究相对较少,这也是今后研究的一个方面.

无衍射光束的应用范围非常广,利用其进行光学俘获和操作^[35-36]、光学拉力等^[37]的实验室技术已经比较成熟,而在大气湍流^[38]、激光成像^[39]、光通信和检测等^[40]方面的研究是目前研究热点. 另外,在医学成像^[41-42]、大型装备的装配定位、质量检测和安全监测^[43]及生命科学等领域^[44]有广阔应用前景. 随着无衍射光束研究的不断深入和实验室技术的成熟,无衍射光束将会在越来越多领域得到应用.

参考文献:

- [1] DURNIN J. Exact solutions for nondiffracting beams I the scalar theory[J]. J Opt Soc Am A, 1987, 4(4): 651-654.
- [2] DURNIN J, MICELI J J, EBERLY J H. Diffraction-free beams[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(15): 1499-1501.
- [3] SALO J, FAGERHOLM J, FRIBERG A T, et al. Unified description of nondiffracting x and y waves[J]. Phys Rev E: Stat Phys Plasmas Fluids, 2000, 62(3): 4261-4275.
- [4] GORI F, GUATTARI G, PADOVANI C. Bessel-Gauss beams[J]. Optics Communications, 1987, 64(6): 491-495.
- [5] DHOLAKIA M G K. Bessel beams: Diffraction in a new light[J]. Contemporary Physics, 2005, 46(1): 15-28.
- [6] GUTIÉRREZ-VEGA J C, ITURBE-CASTILLO M D, CHÁVEZ-CERDA S. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams[J]. Optics Letters, 2000, 25(20): 1493-1495.
- [7] GUTIÉRREZ-VEGA J C, ITURBE-CASTILLO M D, RAMREZ G A, et al. Experimental demonstration of optical mathieu beams[J]. Optics Communications, 2001, 195(1): 35-40.
- [8] BANDRES M A, GUTIÉRREZ-VEGA J C, CHÁVEZ-CERDA S. Parabolic nondiffracting optical wave fields[J]. Optics Letters, 2004, 29(1): 44-46.
- [9] LÓPEZ-MARISCAL C, BANDRES M, GUTIÉRREZ-VEGA J, et al. Observation of parabolic nondiffracting optical fields[J]. Optics Express, 2005, 13(13): 2364-2369.
- [10] MACDONALD R P, BOOTHROYD S A, OKAMOTO T, et al. Interboard optical data distribution by Bessel beam shadowing[J]. Optics Communications, 1996, 122(4): 169-177.
- [11] GARCÉS-CHÁVEZ V, MCGLOIN D, MELVILLE H, et al. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam[J]. Nature, 2002, 419(6903): 145-147.
- [12] MENDOZA-HERNÁNDEZ J, ARROYO-CARRASCOL M L, MÉNDEZ-OTERO M M, et al. Self-healing of beams with angular momentum[C]//Laser Science Optical Society of America. Orlando; [s. n.], 2013: JW3A-31.
- [13] 李冬, 吴逢铁, 谢晓霞, 等. 无衍射 Mathieu 光束自重建特性的理论和实验研究[J]. 物理学报, 2015, 64(1): 014201 (1-6).
- [14] BELAFHAL A, HRICHA Z. Generalized formulation of mathieu beams[J]. Physical and Chemical News, 2004, 16: 33-36.
- [15] 王绍民, 林强, 江晓清. 余弦-高斯光束[J]. 光子学报, 1999, 28(4): 367-370.
- [16] NADGARAN H, FALLAH R. Thermally-affected cosine-gauss and parabolic-gauss beams and comparisons of helmholtz-Gauss beam families[J]. Optics Communications, 2015, 341: 160-172.
- [17] GUTIÉRREZ-VEGA J C, BANDRES M A. Helmholtz-Gauss waves[J]. JOSA A, 2005, 22(2): 289-298.
- [18] TURUENEN J, VASARA A, FRIBERG A T. Holographic generation of diffraction-free beams[J]. Appl Opt, 1988, 27(19): 3959-3962.
- [19] VASARA A, TURUENEN J, FRIBERG A T. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms[J]. J Opt Soc Am, 1989, 6(11): 1748-1754.
- [20] HERMAN R M, WIGGINS T A. Production and uses of diffractionless beams[J]. J Opt Soc Am, 1991, 8(6): 932-942.
- [21] HERMAN R M, WIGGINS T A. Apodization of diffraction-less beams[J]. Appl Opt, 1992, 31(28): 5913-5925.
- [22] SCOTT G, MCARDIE N. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon[J]. Opt Eng, 1992, 31(12): 2640-2643.
- [23] 江新光, 吴逢铁. 像散对轴棱锥衍射特性的影响与修正[J]. 物理学报, 2008, 57(7): 4202-4207.
- [24] 吴逢铁, 江新光. 轴棱锥顶点加工误差的修正[J]. 光学精密工程, 2009, 17(10): 2506-2511.
- [25] WU Fengtie, CHEN Yinbin, GUO Dongdong. Nanosecond pulsed Bessel-Gauss beam generated directly from a Nd: YAG axicon-based resonator[J]. Appl Opt, 2007, 46(22): 4943-4947.
- [26] MA Baotian, WU Fengtie, LU Wenhe, et al. Nanosecond zero-order Bessel-Gauss pulse generated from unstable resonator based on an axicon[J]. Opt and Laser Tech, 2010, 42(6): 941-944.
- [27] XIE Z, ARMBRUSTER V, GROSJEAN T. Axicon on a gradient index lens (AXIGRIN): Integrated optical bench for Bessel beam generation from a point-like source[J]. Applied Optics, 2014, 53(26): 6103-6107.
- [28] 郑维涛, 吴逢铁, 张前安, 等. 双轴棱锥产生长距离近似无衍射光的新技术[J]. 物理学报, 2012, 61(14): 181-187.
- [29] 孙川, 何艳林, 陈婧, 等. 线性径向梯度折射率透镜产生贝塞尔光[J]. 中国激光, 2015, 4(8): 0802002(1-6).
- [30] 范丹丹, 张前安, 程治明, 等. Bessel 光束自重建的模拟仿真与实验验证[J]. 物理学报, 2012, 61(16): 192-204.

[31] 范丹丹,吴逢铁,程治明,等. 非相干光源无衍射光的自重建[J]. 物理学报,2013,62(10):256-261.

[32] 张前安,吴逢铁,郑维涛,等. 高阶贝塞尔-高斯光束的自重建特性[J]. 中国科学:物理学 力学 天文学,2011,41(10):1131-1137.

[33] 何西,吴逢铁,李攀,等. 非相干 LED 光源产生高阶 Bessel 光束[J]. 中国科学,2014,35(7):705-711.

[34] ALPMANN C,BOWMAN R,WOERDEMANN M,et al. Mathieu beams as versatile light moulds for 3D micro particle assemblies. [J]. Optics Express,2010,18(25):26084-26091.

[35] LEAKE K D,HAWKINS A R,SCHMIDT H. All-optical particle trap using orthogonally intersecting beams[J]. Photonics Research,2013,1(1):47-51.

[37] 刘彬,吴逢铁,江新光. 利用无衍射贝塞尔光束多层面操控微粒[J]. 中国激光,2009,36(2):379-382.

[38] WANG N,CHEN J,LIU S,et al. Dynamical and phase-diagram study on stable optical pulling force in Bessel beams[J]. Physical Review A,2013,87(6):4077-4082.

[39] 王海燕,陈川琳,杜家磊,等. 贝塞尔高斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性[J]. 光子学报,2013,42(5):505-510.

[40] PKANCHON T A,GAO L,MILKIE D E,et al. Rapid three-dimensional isotropic imaging of living cells using Bessel beam plane illumination[J]. Nature Methods,2011,8(5):417-423.

[41] 江月松,张新岗,王帅会,等. 部分相干贝塞尔高斯光束在非柯尔莫哥诺夫湍流中的传输特性[J]. 光子学报,2014,43(1):0101001(1-6).

[42] OK G,CHOI S W,PARK K H,et al. Foreign object detection by sub-terahertz quasi-bessel beam imaging[J]. Sensors,2012,13(1):71-85.

[43] MURUKESHAN V M,HONG Xun,JESMOND J,et al. Non-contact high resolution Bessel beam probe for diagnostic imaging of cornea and trabecular meshwork region in eye[C]//Clinical and Biomedical Spectroscopy and Imaging IV. Munich:[s. n.],2015:953728.

[44] 马国鹭,曾国英. 基于无衍射探针的空间坐标测量及其不确定度分析[J]. 光学学报,2015,5(5):0512005 (1-8).

Family of Non-Diffractting Beam

WANG Shuochen^{1,2}, MEI Xiaohua¹,
XIE Xiaoxia^{1,2}, WU Fengtie^{1,2}

(1. College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China,
2. Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen 361021, China)

Abstract: Non-diffraction solutions of wave equation can be obtained in Cartesian coordinates, cylindrical coordinates, elliptical cylindrical coordinates and parabolic coordinates, those are Cos (Cosine) beam, Bessel beam, Mathieu beam and Parabolic beam, and they make up the non-diffracting family (also known as Helmholtz beam). In this article, we introduce their specific expression, beam intensity distribution and self-reconstruction process. At last the four non-diffracting beam were compared to each other, and we sum up the hot applications of the diffraction-free beam and look to the future.

Keywords: non-diffracting beam; the optical intensity distribution; self-reconstruction; expression of beam

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 吴逢铁)