

采用自适应模糊 PID 的二阶倒立摆控制

宋国杰

(四平职业大学 电子工程学院, 吉林 四平 136002)

摘要: 建立一个二阶倒立摆的数学模型,将常规比例-积分-微分(PID)控制与模糊控制相结合,设计模糊 PID 控制器,实现 PID 参数的自适应模糊整定.仿真实验表明:所设计的模糊 PID 控制器能很好地实现二阶倒立摆的扶起平衡控制,控制效果明显好于常规 PID 控制器,超调量和调节时间较小,具有较好的抗干扰能力,非常适合二阶倒立摆模型的稳定控制.

关键词: 倒立摆;模糊控制;比例-积分-微分控制器;自适应;稳定控制

中图分类号: TP 391.9 **文献标志码:** A

作为一个典型的不稳定、高阶次、强耦合、多变量非线性系统,倒立摆模型是控制领域内众多专家学者关注和研究的对象^[1-2].通过倒立摆模型,可以对已有的控制方法和理论进行模拟和验证,从而提出一些新的理论方法,并将其应用于人工智能、生物工程、计算机视觉、航空航天等领域.目前,对于倒立摆的控制主要包括状态反馈、线性二次型调节器(LQR)等现代控制理论方法,根轨迹、比例-积分-微分(PID)等经典控制理论方法,以及模糊、神经网络、支持向量机等智能方法.其中,PID 方法由于理论成熟、便于实现,在倒立摆的控制中应用最为广泛^[3-6].尽管如此,PID 方法还是存在一些缺陷,如泛化能力差、鲁棒性不高等.除了 PID 方法,模糊理论也是应用较多的一种方法^[7-9].然而,模糊控制方法的适应性较差,当系统参数改变,或出现未知状况时,控制效果明显变差.因此,将两者结合的研究成果也开始出现,但这些研究目前主要集中于一阶或平面倒立摆^[10-11].本文将直线二阶倒立摆作为研究对象,将 PID 控制和模糊控制相结合,设计一种自适应模糊 PID 控制器.

1 二阶倒立摆的数学模型

一个典型的直线二阶倒立摆模型主要由小车、两个摆杆和连接块组成^[12-13],如图 1 所示.由于多了一级摆杆,其复杂性远高于二阶倒立摆.首先,根据倒立摆模型的物理学运动规律建立微分方程,即

$$H_1(\theta_1, \theta_2) [\ddot{r}, \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2]^T = H_2(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) [\dot{r}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T + \mathbf{h}_3(\theta_1, \theta_2) + \mathbf{h}_0 u. \tag{1}$$

式(1)中:

$$H_1(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 + m_2 & (m_1 l_1 + m_2 L_1) \cos \theta_1 & m_2 l_2 \cos \theta_2 \\ m_1 l_1 + m_2 L_1 & J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 & m_2 l_2 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ m_2 l_2 \cos \theta_2 & m_2 l_2 L_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) & J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}; H_2(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) = \begin{bmatrix} -f_0 & (m_1 l_1 + m_2 L_2) \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 & m_2 l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ 0 & -f_1 - f_2 & m_2 l_2 L_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) + f_2 \\ 0 & -m_2 l_2 L_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) + f_2 & -f_2 \end{bmatrix}; \mathbf{h}_0 = [1, 0, 0]^T; \mathbf{h}_3 = (\theta_2 - \theta_1) = [0,$$

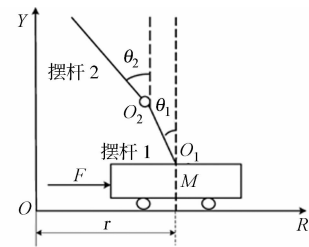


图 1 直线二阶倒立摆示意图
Fig.1 Linear second-order inverted pendulum schematic

$(m_1 l_1 + m_2 L_2) g \sin \theta_1, m_1 l_2 g \sin \theta_2]^T$. 其中, m_0 为小车质量; m_1 和 m_2 分别为摆杆 1 和摆杆 2 的质量; J_1 和 J_2 分别为摆杆 1 和摆杆 2 的转动惯量; l_1 和 l_2 分别为摆杆 1 和摆杆 2 转动中心到杆质心的距离; L_1 和 L_2 分别为摆杆 1 和摆杆 2 的长度; f_0 为小车与轨道间的摩擦系数; f_1 和 f_2 分别为摆杆 1 和摆杆 2 的绕动摩擦系数; g 为重力加速度.

对式(1)在系统平衡点处进行线性化处理, 可得系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}, \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X}. \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中: $\mathbf{X} = [r, \theta_1, \theta_2, \dot{r}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T$; $\mathbf{Y} = [r, \theta_1, \theta_2]^T$; $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{H}_1^{-1}(0,0)\mathbf{G} & \mathbf{H}_1^{-1}(0,0)\mathbf{H}_2(0,0,0,0) \end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{H}_1^{-1}(0,0)\mathbf{h}_0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{C} = [\mathbf{I}_3, \mathbf{0}_3]$; $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (m_1 l_1 + m_2 L_1)g & 0 \\ 0 & 0 & m_2 l_2 g \end{bmatrix}$; $\mathbf{0}$ 和 \mathbf{I} 分别表示适当维数的零矩阵和单位阵. 至此, 可以得到直线二阶倒立摆的状态空间方程.

2 模糊 PID 控制器设计

2.1 控制器结构

在设计控制器时, 考虑将 PID 算法和模糊算法有机结合, 既利用前者的实用性, 又结合后者的智能性. 根据对二阶倒立摆模型参数和稳定条件的分析, 在设计模糊推理时, 采用 Mamdani 的形式, 通过在线方式实时调节 PID 算法的 3 个参数^[13-14]. 具体思路为: 将一个常规 PID 控制器作为主控制器, 另设计一个模糊推理模块, 利用该模块对 PID 控制器的比例、积分和微分 3 个参数进行自适应整定.

此外, 文中进行了两点改进. 1) 以往大多数的模糊推理模块只是单纯地将偏差 E 作为输入, 为了更为客观、迅速地反映系统变化, 将偏差变化率 C_E 也作为一个输入. 2) 设计模糊推理模块的输出为参数的变化调整量, 则 PID 算法只需进行相应的调整即可. 这样模糊推理模块就形成了一个 2 输入、3 输出的结构, 具体如图 2 所示. 由图 2 可知: 该控制器结构同时具有 PID 和模糊两种算法的优点, 其动态和静态性能较好, 非常适合二阶倒立摆这样的非线性动态系统控制.

2.2 控制规则的制定

根据设计的模糊 PID 控制器的结构, 将二阶倒立摆的摆杆 1 和摆杆 2 所在的角度偏差 E 及其变化率 C_E 作为系统输入. 设定角度偏差 E 和偏差变化率 C_E 的模糊子集为 {负大, 负中, 负小, 零, 正小, 正中, 正大}, 利用符号表示为 {NB, NM, NS, Z, PS, PM, PB}, 输出模糊子集与其具有相同形式的符号表示. 根据 E 和 C_E 对系统影响程度的不同, 当变化超过 60% 时, 即达到了模糊推理模块的最大值, 故设定 E 和 C_E 基本论域分别为 $[-80, 80]$, $[-10, 10]$, 输入量的模糊论域为 $[-6, 6]$; 3 个输出变量 ΔK_P , ΔK_I 和 ΔK_D 的基本论域为 $[-0.4, 0.4]$, $[-0.06, 0.06]$, $[-3, 3]$, 模糊论域为 $[-3, 3]$. 考虑到等三角函数的灵敏度较高, 可以在论域范围内均匀分布, 故将其作为隶属度函数.

据此, 对 PID 算法的比例 K_P 、积分 K_I 、微分 K_D 等 3 个参数制定不同情况下的整定规则.

1) 当角度偏差 E 变化较大时, 很可能出现微分过饱现象, 使系统超出控制范围. 为了保证系统能够快速响应, K_P 应设定为一个较大数值, K_D 相应的需设定较小一些, 同时取 K_I , 防止系统超调过大.

2) 当角度偏差 E 和偏差变化率 C_E 的值在适中范围时, 既要考虑系统的超调不能过大, 又要保证系统具有较快的响应速度, K_P 需设定一个较小的数值, K_I 和 K_D 取值适中即可.

3) 当角度偏差 E 变化较小时, 首先, 需要让系统维持较好的稳定性, K_P 和 K_I 都应设定较大的数

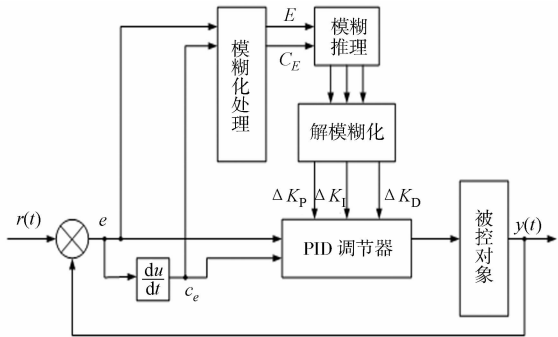


图 2 模糊 PID 控制器结构

Fig. 2 Structure of the fuzzy PID controller

值;其次,考虑降低系统振荡的风险, K_D 应与角度偏差变化率 C_E 的取值进行相反设定.

针对比例 K_P 、积分 K_I 、微分 K_D 等 3 个参数的模糊控制规则,分别如表 1~3 所示.

表 1 K_P 模糊控制规则表								表 2 K_I 模糊控制规则表								表 3 K_D 模糊控制规则表							
Tab.1 Fuzzy control rule table of K_P								Tab.2 Fuzzy control rule table of K_I								Tab.3 Fuzzy control rule table of K_D							
E	C_E							E	C_E							E	C_E						
	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PN		NB	NM	NS	Z	PS	PM	PN		NB	NM	NS	Z	PS	PM	PN
NB	PB	PB	PM	PM	PS	Z	Z	NB	NB	NB	NM	NM	NS	Z	Z	NB	PS	NS	NB	NB	NS	NM	PS
NM	PB	PB	PM	PS	PS	Z	NS	NM	NB	NB	NS	NS	NS	Z	Z	NM	PS	NS	NS	NM	NS	NS	Z
NS	PM	PM	PM	PS	S	NS	NS	NS	NM	NM	NS	Z	Z	PS	PS	NS	Z	NS	NM	NM	Z	NS	Z
Z	PM	PM	PS	Z	NS	NM	NM	Z	NM	NS	Z	PS	PS	PM	PM	Z	Z	NS	NS	NS	PS	NS	Z
PS	PS	PS	Z	NS	NS	NM	NM	PS	NS	NS	PS	PS	PS	PM	PB	PS	Z	Z	Z	Z	PS	Z	Z
PM	PS	Z	NS	NM	NM	NM	NB	PM	Z	PS	PS	PM	PM	PB	PB	PM	PB	NS	PS	PS	PS	PB	PB
PN	Z	Z	NM	NM	NM	NB	NB	PN	Z	PS	PM	PM	PM	PB	PB	PN	PS	PM	PM	PM	PS	PB	PB

3 仿真实验分析

对提出的模糊 PID 控制器的二阶倒立摆控制性能进行仿真分析,并与文献[4]提出的 PID 方法进行对比.利用 Matlab 软件的 Simulink 模块,搭建 PID 控制算法的系统,结果如图 3 所示.这 3 个 PID 控制器分别控制小车位移 r 和两个摆杆的角度 α_1 和 α_2 [15].对于二阶倒立摆这样的典型不稳定系统,初始值的不同对于 PID 算法的控制效果具有很大的影响,选择不当会使控制品质下降,甚至系统发散.

选择两组初始参数,分别设定为 $(r,\alpha_1,\alpha_2)=\{0,0,0\}$, $(r,\alpha_1,\alpha_2)=\{-0.1,-0.2,-0.1\}$,控制效果如图 4 所示.由图 4 可知:PID 方法对于二阶倒立摆具有一定的控制效果,要求系统初始参数选择适当;第一组参数明显具有更短的调节时间,但第二组参数的超调量更小.此外,PID 方法的 3 个参数也需根据经验或经过多次反复试验给定,泛化性较差.

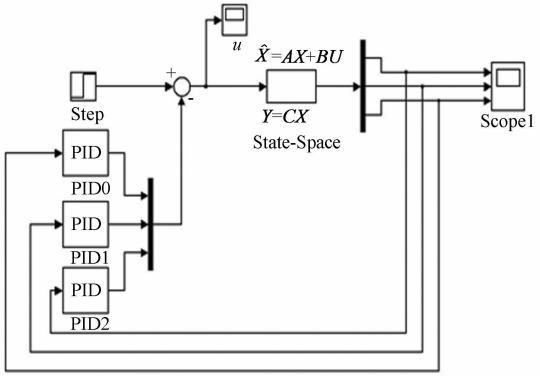
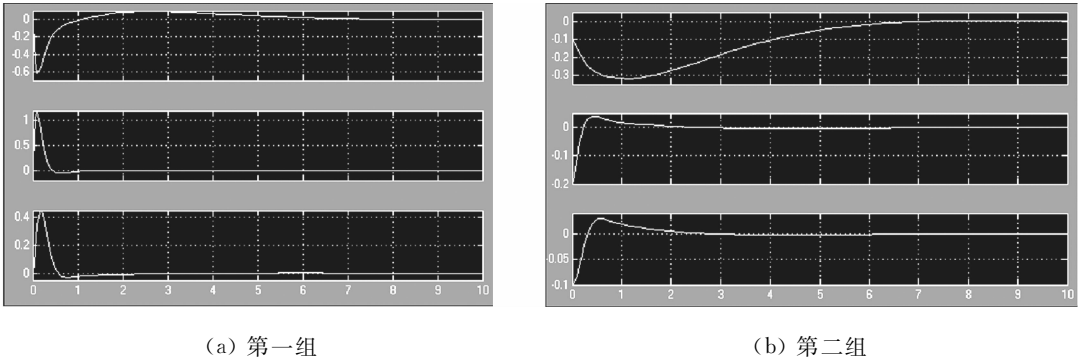


图 3 PID 控制仿真结构图
Fig. 3 PID control simulation chart



(a) 第一组 (b) 第二组
图 4 参数的 PID 仿真结果

Fig. 4 PID simulation results with the parameters

其次,根据设计的模糊 PID 控制器搭建系统模型,将图 3 中的 3 个常规 PID 控制器替换为图 5 所示的模糊 PID 控制器即可,其他不变.在仿真过程中,仍取上述相同的两组初始条件,仿真结果如图 6 所示.由图 6 可知:模糊 PID 对于二阶倒立摆具有较好的控制效果.相较于常规 PID 方法,模糊 PID 降低了系统对于初始值的敏感度,两组参数情况下的控制效果相当,超调量和调节时间都明显较小,且明显好于常规 PID 方法.

最后,在程序编译成功之后,采用手动方式将摆杆提到中间的一个平衡位置,运行程序,其控制效果如图 7,8 所示.

在系统运行过程中,突然施加一个外部扰动,考察模糊 PID 方法的抗干扰性,控制结果如图 9 所示.由图 9 可知:在系统运行第 3 s 时,突然受到一个外部干扰,但是在大概 2 s 以后就迅速恢复为稳定状态,而且系统的超调量较小,说明模糊 PID 方法对于外部扰动具有较好的抑制作用.

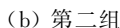


Fig. 6 Fuzzy PID simulation results with the parameters

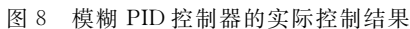


Fig. 8 Actual control results for fuzzy PID controller

4 结束语

图 9 扰动情况下模糊 PID 控制器的实际控制结果
Fig. 9 Actual control results for fuzzy
PID controller with disturbance

参考文献：

[1] 赵建军,魏毅,夏时洪,等. 基于二阶倒立摆的人体运动合成[J]. 计算机学报,2014,37(10):2187-2195.

[2] 吴震宇,方敏,丁康. 基于 LabVIEW 的二级倒立摆控制系统三维仿真[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2011,34(10):1480-1484.

[3] 项雷军,王涛云,郭新华. 多区域互联网的分散式模糊 PID 负荷频率控制[J]. 华侨大学学报(自然科学版),2014,35(2):121-126.

[4] 杨平,徐春梅,贺茂康,等. 直线二级倒立摆的 PID 实时控制[J]. 上海电力学院学报,2008,24(3):236-238.

[5] 王宏楠. 基于 RBF 神经网络二级倒立摆系统的 PID 控制[J]. 辽宁石油化工大学学报,2010,30(2):58-61.

[6] 王俊. 基于倒立摆的 PID 控制算法的研究[J]. 现代电子技术,2012,35(23):152-154.

[7] 李红伟. 单级倒立摆的简化模糊控制及仿真研究[J]. 控制工程,2010,17(6):769-773.

[8] 侯涛,牛宏侠. 平面一级倒立摆的双闭环模糊控制研究[J]. 兰州交通大学学报,2011,30(4):11-19.

[9] 侯涛,范多旺,杨剑锋. 基于 T-S 型的平面倒立摆双闭环模糊控制研究[J]. 控制工程,2012,19(5):753-756.

[10] 王子涛,王家军,何杰. 基于自适应模糊 PID 平面倒立摆的建模与仿真[J]. 杭州电子科技大学学报,2010,30(4):86-91.

[11] 杨治明,宋乐鹏,杨清林,等. 基于模糊控制和 PID 控制的一阶倒立摆系统建模与仿真[J]. 北华大学学报(自然科学版),2012,13(3):356-359.

[12] 洪江,周明华. 二阶倒立摆的稳定性控制[J]. 科技资讯,2012,36(27):70-71.

[13] 王春民,栾卉,杨红应. 倒立摆控制的设计与仿真[J]. 吉林大学学报(信息科学版),2009,6(3):242-247.

[14] 王广雄,张静,罗晶,等. 倒立摆的模型和控制问题[J]. 电机与控制学报,2004,8(3):247,262-295.

[15] 柴军营,何广平. 倒立摆的一种新的控制方法[J]. 北方工业大学学报,2007,4(3):26-30.

[16] 李贤涛,张葆,赵春蕾,等. 基于自适应的自抗扰控制技术提高扰动隔离度[J]. 吉林大学学报(工学版),2015,6(1):202-208.

Research on Double Inverted Pendulum Control
Using Adaptive Fuzzy PID

SONG Guojie

(College of Electronic Engineering, Siping Vocational College, Siping 136002, China)

Abstract: In this paper, a mathematical model of second-order inverted pendulum is built. The conventional proportional-integral-differential (PID) control and fuzzy control are combined, and a fuzzy PID controller is designed. The adaptive fuzzy tuning of PID parameters is obtained. Simulation results show the designed fuzzy PID controller can well realize the propped balance control of second-order inverted pendulum, the control effect is obviously better than the conventional PID controller, the overshoot and adjust time is small, and has a good anti-jamming capability. It is very suitable for the stability control of the model of second-order inverted pendulum.

Keywords: inverted pendulum; fuzzy control; proportional-integral-differential controller; adaptive; stability control

(责任编辑：钱筠 英文审校：吴逢铁)