

采用绝对值反馈的混沌系统投影同步的电路实现

黄苗玉, 闵富红, 王恩荣

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

摘要: 针对变形蔡氏电路的全状态混合投影同步(FSHPS)问题,提出一种非线性反馈同步控制方案.在响应系统中引入关于状态变量的绝对值函数进行反馈控制,实现全部状态变量在比例因子相同和相异情况下的投影同步.利用 Multisim 软件设计模块化的同步电路,数值仿真和硬件实验结果表明:文中的全状态混合投影同步方案具有有效性和可行性.

关键词: 全状态混合投影同步; 蔡氏电路; 反馈控制; 非线性; 绝对值函数

中图分类号: TP 13

文献标志码: A

混沌同步在保密通信、生物工程、信息科学等领域表现出巨大的应用潜力,已成为非线性科学领域中的热点课题之一^[1-3].自1990年 Pecora 等^[4]首次在电子线路中实现混沌同步研究后,混沌同步已发展出完全同步、反同步、广义同步和投影同步等多种方式^[5-9].近年, Hu 等^[10]将投影同步推广到全状态混合投影同步,即对于维数相同的混沌系统,其对应状态变量之间拥有独立的比例因子.由于比例因子可以任意组合,因而全状态混合投影同步囊括了完全、反相和混合同步等多种同步方式.这种特殊的同步现象在实现数字保密通信的安全快速传输方面有着重要的应用前景,并初步取得了一些研究成果^[11-14].Giuseppe 等^[13]在驱动系统中引入一个标量同步信号作为新的驱动系统,再设计控制器以实现混沌系统的全状态混合投影同步.薛怀庆等^[14]基于反馈控制原理,提出一种不需要进行李雅普诺夫稳定性证明的同步控制器,实现了混沌系统的全状态投影同步.但上述方法仅从理论分析和数值仿真角度进行研究,设计的控制器较为复杂,不易进行电路实现.本文基于非线性反馈控制理论,提出一种利用绝对值函数进行反馈控制的同步方案.

1 问题描述与系统模型

考虑两个非线性混沌系统,即

$$\dot{x}(t) = F(x), \quad (1)$$

$$\dot{y}(t) = G(y) - u. \quad (2)$$

式(1),(2)中: $x=(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$, $y=(y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathbf{R}^n$ 分别为驱动系统和响应系统的状态变量; u 为待设计的控制器.如果存在一个非零常数矩阵 $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 使两系统状态向量的投影误差系统满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|y - \alpha x\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|y_i - \alpha_i x_i\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

则该驱动系统和响应系统之间是全状态混合投影同步.

蔡氏电路是目前众多混沌电路中最具代表性的一种,其典型的电路结构已成为理论和实验研究混沌的一个范例.用函数 $x|x|$ 代替蔡氏电路中分段函数可得非光滑变形蔡氏电路^[15],其数学模型为

收稿日期: 2014-09-23

通信作者: 闵富红(1972-),女,副教授,博士,主要从事非线性系统混沌分析与控制的研究. E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51075215, 51475246);江苏省自然科学基金资助项目(BK20131402)

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \alpha[y - g(x)], \\ \dot{y} &= x - y + z, \\ \dot{z} &= -\beta y. \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

式(4)中: $g(x)=ax+bx|x|$, a,b 为参数变量; x,y,z 为状态变量; α,β 为系统参数. 当 $\alpha=10,a=-1/6,b=1/16$ 时, 参数 β 的变化对系统运动状态的影响, 如图 1 所示. 图 1 中: x 为状态变量. 由图 1 可知: 当 $\beta\in[15.935,15.945]\cup[16.181,16.700]$ 时, Lyapunov 指数小于零, 系统为周期状态; 当 $\beta\in[15.800,15.935)\cup(15.945,16.181)$ 时, Lyapunov 指数大于零, 系统为混沌状态.

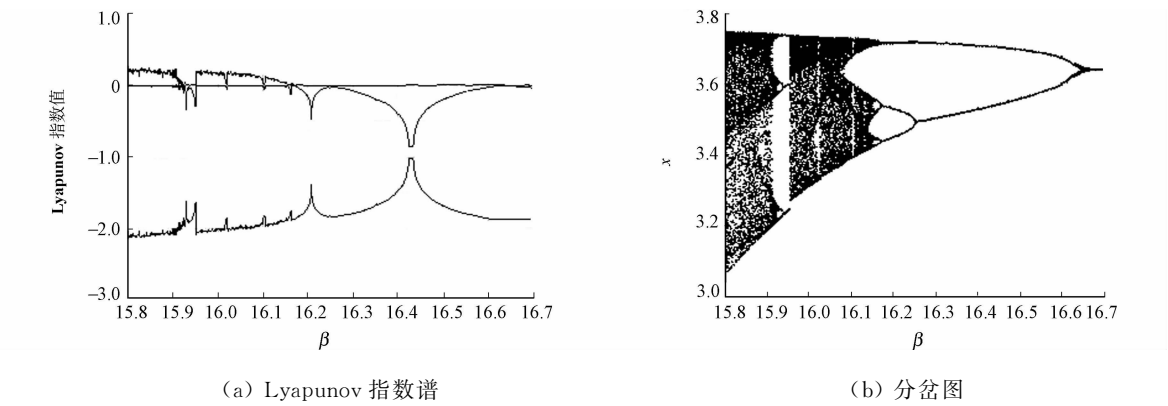


图 1 非光滑变形蔡氏电路系统随参数 β 变化时动力学特性

Fig. 1 Dynamic characteristics of non-smooth modified Chua's circuit system by varying parameter β

2 全状态混合投影同步

2.1 同步控制器的提出

以非光滑变形蔡氏电路为例, 对其全状态混合投影同步问题进行研究. 驱动系统和响应系统为模型相同, 初始值和系统参数均不相同的两个系统. 设驱动系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \alpha[y_1 - (ax_1 + bx_1 |x_1|)], \\ \dot{y}_1 &= x_1 - y_1 + z_1, \\ \dot{z}_1 &= -\beta_1 y_1. \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

响应系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= \alpha[y_2 - (ax_2 + bx_2 |x_2|)] - u_1, \\ \dot{y}_2 &= x_2 - y_2 + z_2 - u_2, \\ \dot{z}_2 &= -\beta_2 y_2 - u_3. \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

式(6)中: u_1,u_2,u_3 分别为加在对应状态变量上的非线性控制器. 状态误差信号 $e_1=x_2-p_1x_1,e_2=y_2-p_2y_1,e_3=z_2-p_3z_1$. 其中, p_1,p_2,p_3 为 x,y,z 的投影同步比例因子. 根据式(5),(6), 误差系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1 &= \alpha[e_2 - (ae_1 + bx_2 |x_2| - bp_1x_1 |x_1|)] - u_1, \\ \dot{e}_2 &= e_1 - e_2 + e_3 - u_2, \\ \dot{e}_3 &= -\beta_2 y_2 - \beta_1 y_1 - u_3. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

如果没有施加控制器, 驱动系统和响应系统在初始条件和参数取值不同的情况下, 系统的运动轨线将大相径庭. 如果设计合适的控制器对响应系统的运动状态加以控制, 当时间趋于无穷时, 可实现误差 e_1,e_2,e_3 收敛于零, 与驱动系统同步. 以往的控制器设计^[11-14] 采用消除误差系统中的非线性项和反馈控制相结合的方法, 结构较为复杂. 文中提出一种结构简单新颖的非线性反馈控制器, 其数学模型为

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= k_1 |x_2 - p_1 x_1|, \\ u_2 &= k_2 |y_2 - p_2 y_1|, \\ u_3 &= k_3 |z_2 - p_3 z_1|. \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

该控制器采用绝对值的形式, 将误差信号始终以负值的形式反馈响应系统, 直到系统的误差为零. 因此, 可以根据需要, 选择合适的比例因子 $p=[p_1,p_2,p_3]^T$ 与控制增益 $k=[k_1,k_2,k_3]^T(k_1,k_2,k_3$

大于 0), 可实现驱动系统和响应系统同步的全状态混合投影同步。

在数值仿真中, 采用 Runge-Kutta 法求解式(5), (6), 驱动系统和响应系统的初值分别为(0.6, 0.6, 0.6), (0.4, 0.3, 0.1), 选取参数 $\beta_1 = 15.4, \beta_2 = 16.4$, 使两个系统分别处于双涡卷混沌状态和双周期状态。取比例因子 p 分别为 $[1/3, 1/3, 1/3]^T, [1, 1/2, 1/3]^T$, 对应的控制增益 k 分别为 $[40, 100, 40]^T, [50, 200, 50]^T$, 其同步误差曲线如图 2 所示。由图 2 可知: 在绝对值控制器的作用下, 误差信号(e)随时间(t)的增加快速趋于零, 驱动系统和响应系统达到同步。

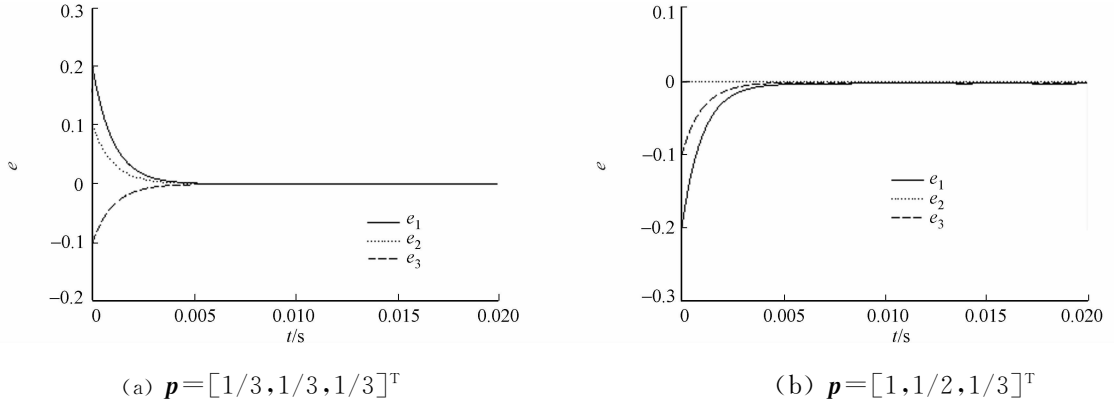


图 2 非光滑变形蔡氏电路同步误差曲线

Fig. 2 Synchronization errors curve of non-smooth modified Chua's circuit system

2.2 电路设计

基于混沌电路的模块化设计方法^[16], 对式(5), (6)进行微分-积分转换, 并采用线性电阻、线性电容、运算放大器(TL082CP)、乘法器(AD633JN, 内部增益为 0.1)和二极管(IN5179)以实现非光滑变形蔡氏电路的同步, 如图 3 所示。其驱动电路的数学模型为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{R_4 C_1} \left[\frac{R_3}{R_1} y_1 - \frac{R_3}{R_2} \left(-\frac{R_{26}}{R_{25}} x_1 + \frac{R_{26}}{R_{24}} \cdot 0.1 x_1 |x_1| \right) \right], \\ \frac{dy_1}{dt} &= \frac{1}{R_{11} C_2} \left(\frac{R_{10}}{R_7} x_1 - \frac{R_{10}}{R_8} y_1 + \frac{R_{10}}{R_9} z_1 \right), \\ \frac{dz_1}{dt} &= \frac{1}{R_{16} C_3} \left(-\frac{R_{15}}{R_{14}} y_1 \right). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

比较式(5)与式(9), 可得各参数的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{R_3}{R_1 R_4 C_1} = \frac{R_3}{R_2 R_4 C_1}, \quad \beta = \frac{R_{15}}{R_{14} R_{16} C_3}, \quad a = \frac{R_{26}}{R_{25}}, \quad b = \frac{R_{26}}{R_{24}}, \\ \frac{R_{10}}{R_7 R_{11} C_2} &= \frac{R_{10}}{R_8 R_{11} C_2} = \frac{R_{10}}{R_9 R_{11} C_2} = 1. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)中: 令 $\alpha = 10, a = 1/6, b = 1/16$, 则 $R_i = 100 \text{ k}\Omega (i = 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 15, 16), R_i = 10 \text{ k}\Omega (i = 5, 6, 10, 12, 13, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 26), R_{21} = 5 \text{ k}\Omega, R_{24} = 16 \text{ k}\Omega, R_{25} = 60 \text{ k}\Omega$ 。

为了在实际示波器中观测到混沌波形, 需要提高混沌信号的频率。因此, 将 C_1, C_2, C_3 的值统一缩小为原来的 1/100, 即由理论上的 $1 \mu\text{F}$ 置换成 10 nF 。 β 的取值则由 R_{14} 决定, R_{14} 采用 $100 \text{ k}\Omega$ 的可调电阻, 改变 R_{14} 的值可以得到混沌系统的不同运动状态。

绝对值非线性反馈控制器的电路为虚线表示的中间部分(图 3), 可调电阻 R_{54}, R_{64}, R_{74} 分别用来调节 p_1, p_2, p_3 的取值, 可调电阻 R_{62}, R_{72}, R_{82} 分别用来调节 k_1, k_2, k_3 的取值, 当 $R_{53} = R_{55} = R_{63} = R_{65} = R_{73} = R_{75} = 10 \text{ k}\Omega$ 时, 有

$$k_1 = \frac{R_{29}}{R_{62} R_{30} C_4}, \quad k_2 = \frac{R_{36}}{R_{72} R_{37} C_5}, \quad k_3 = \frac{R_{41}}{R_{82} R_{42} C_6}, \quad (11)$$

$$p_1 = \frac{2}{\frac{R_{54}}{R_{56}} + 1}, \quad p_2 = \frac{2}{\frac{R_{64}}{R_{66}} + 1}, \quad p_3 = \frac{2}{\frac{R_{74}}{R_{76}} + 1}. \quad (12)$$

实际电路中运算放大器(TL082CP)的输出限幅为 $\pm 13.5 \text{ V}$, 若要在线性工作区域实现同步控

制,则需要对比例因子的取值范围进行进一步分析. 由式(12)可知: $R_{54}/R_{56}, R_{64}/R_{66}, R_{74}/R_{76}$ 的范围为 $[0, +\infty)$, 当其为 0 时, 即 R_{54}, R_{64}, R_{74} 取 0, 则 $p_1 = p_2 = p_3 = 2$; 当其为 $+\infty$ 时, 即 R_{56}, R_{66}, R_{76} 取 0 时, 则 $p_1 = p_2 = p_3$ 无限趋近于 0. 因此, 同步控制电路的比例因子取值范围为 $(0, 2]$, 不仅可以实现驱动系统与响应系统的完全同步, 还可以在运放的线性工作范围内实现对驱动系统状态变量的合理缩小与放大.

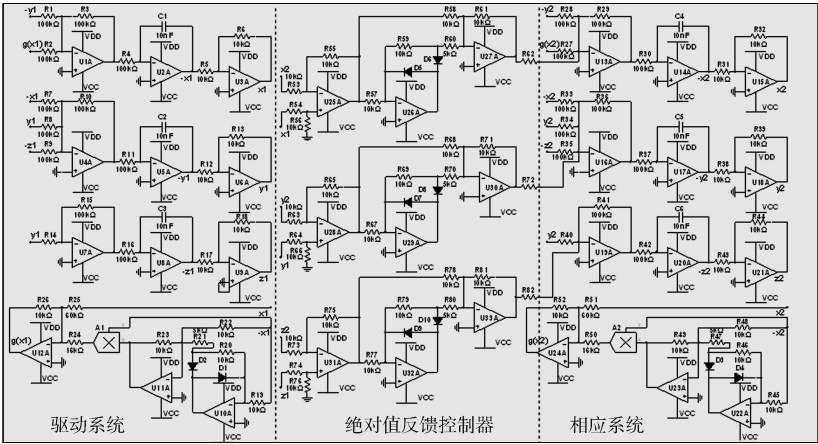


图 3 同步电路原理图

Fig. 3 Principle diagram of synchronization circuit

为了验证同步电路的有效性,在保持电路其他参数不变的情况下,将 R_{14}, R_{40} 调为 66, 61 kΩ 的阻值, 电容初始值设为 $C_1(0)=0.6\text{ V}, C_4(0)=0.4\text{ V}$, 使驱动系统和响应系统分别处于双涡卷和双周期两种运动状态. 按照数值仿真将比例因子 p 分别设为 $[1/3, 1/3, 1/3]^T, [1, 1/2, 1/3]^T$, 对应的比例因子调节电阻和反馈电阻的参数调节至 $R_{54}=R_{64}=R_{74}=50\text{ k}\Omega, R_{62}=R_{82}=25\text{ k}\Omega, R_{72}=1\text{ k}\Omega$, 以及 $R_{54}=10\text{ k}\Omega, R_{64}=30\text{ k}\Omega, R_{74}=50\text{ k}\Omega, R_{62}=R_{82}=20\text{ k}\Omega, R_{72}=0.1\text{ k}\Omega$, 其同步曲线如图 4, 5 所示. 由图 4, 5 可知: 加入反馈控制器以后, 响应系统的状态变量始终与驱动系统达到相位相同, 幅值对应成比例, 即实现了两个系统的全状态投影同步.

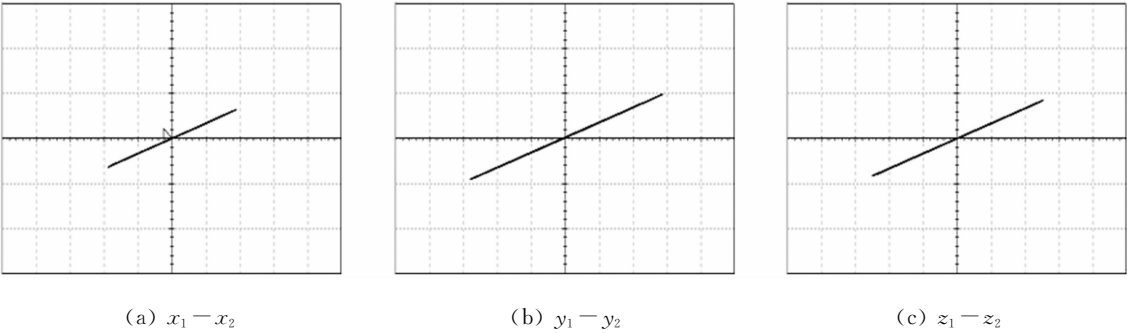


图 4 $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$ 同步相图

Fig. 4 Phase plane of synchronization with $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$

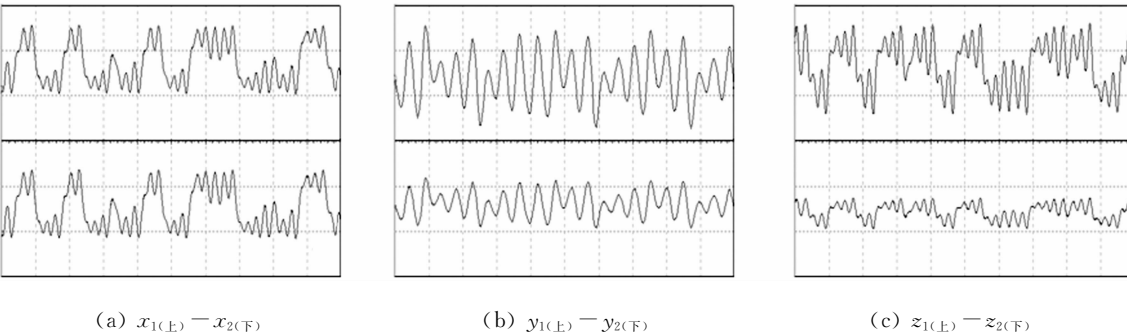


图 5 $p_1 = 1, p_2 = 1/2, p_3 = 1/3$ 同步时序图

Fig. 5 Timing diagram of synchronization with $p_1 = 1, p_2 = 1/2, p_3 = 1/3$

2.3 电路实验结果

根据图 3 进行硬件电路实验, 元件的取值均参照仿真电路中的设置, 实验结果如图 6~8 所示. 响应系统由周期轨道迅速转变为双涡卷状态的混沌运动, 幅值和相位都精确跟随驱动系统, 这与数值模拟与电路仿真结果相一致, 验证了所提出的全状态混合投影同步方案的有效性和可行性.

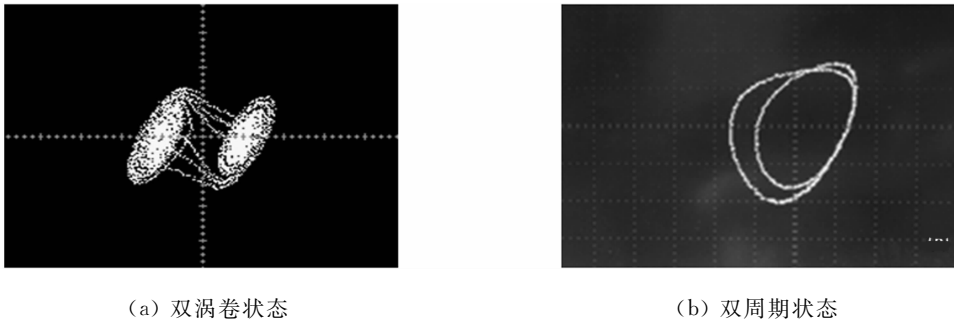


图 6 变形蔡氏电路运动状态

Fig. 6 Motion states of modified Chua's circuit

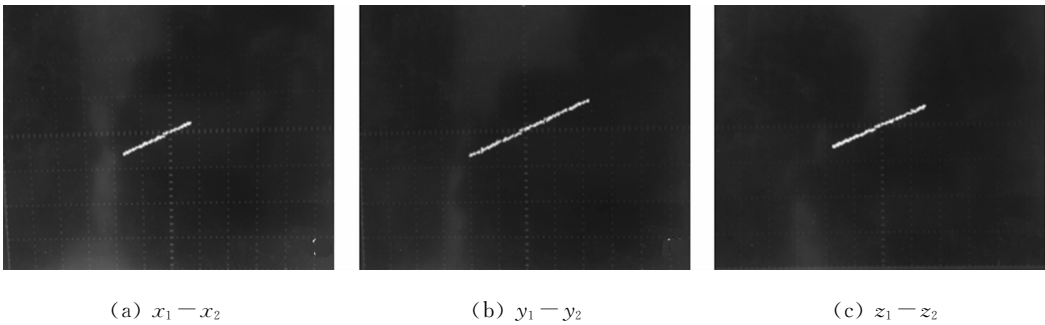


图 7 $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$ 同步相图

Fig. 7 Phase plane of synchronization with $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$

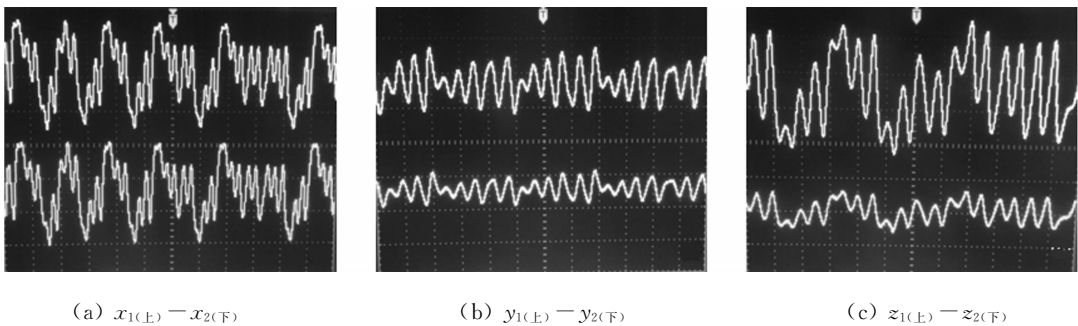


图 8 $p_1 = 1, p_2 = 1/2, p_3 = 1/3$ 同步时序图

Fig. 8 Timing diagram of synchronization with $p_1 = 1, p_2 = 1/2, p_3 = 1/3$

3 结束语

针对非光滑的变形蔡氏电路, 提出一种基于绝对值函数的同步控制方案. 设计并搭建驱动系统和响应系统的硬件电路, 通过调节同步控制器的控制增益, 可实现系统全状态变量在任意比例因子下的投影同步. 虽然只是对变形蔡氏电路进行研究, 但由于所设计的同步控制器无须已知驱动系统和响应系统的精确模型, 可在不改变结构的情况下适用于一般混沌系统的同结构和异结构的投影同步. 设计的同步方案结构简单, 易于工程实现, 能够从电路层面对混沌的同步现象进行直观描述. 考虑到电路系统易受外界干扰导致系统变化, 而设计的控制器仍能使同步不受影响, 具有较好的鲁棒性.

参考文献:

[1] ABDULLAH A. Synchronization and secure communication of uncertain chaotic systems based on full-order and re-

duced-order output-affine observers[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(19): 10000-10011.

[2] WU Xiang-jun, WANG Hui, LU Hong-tao. Modified generalized projective synchronization of a new fractional-order hyperchaotic system and its application to secure communication[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2012, 13(3): 1441-1450.

[3] 曹鹤飞, 张若洵. 基于单驱动变量分数阶混沌同步的参数调制数字通信及硬件实现[J]. 物理学报, 2012, 61(2): 020508(1-8).

[4] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in chaotic systems[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.

[5] 傅桂元, 李钟慎. 无源控制的超混沌 Chen 系统的自适应同步[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2010, 31(4): 378-382.

[6] 李钟慎, 傅桂元, 杨凯. 不确定性超混沌系统的自适应鲁棒反同步[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2012, 33(2): 129-133.

[7] 张丽丽, 蕾友发. 自治混沌系统普适广义投影同步理论及应用[J]. 动力学与控制学报, 2013, 11(2): 118-121.

[8] SI Gang-quan, SUN Zhi-yong, ZHANG Yan-bin, et al. Projective synchronization of different fractional-order chaotic systems with non-identical orders[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2012, 13(4): 1761-1771.

[9] 谢勇, 姚洪兴, 张芳. 时滞驱动: 响应网络系统的函数投影同步[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2012, 9(4): 50-54.

[10] HU Man-feng, XU Zhen-yuan, ZHANG Rong, et al. Parameters identification and adaptive full state hybrid projective synchronization of chaotic (hyper-chaotic) systems[J]. Physics Letters A, 2007, 361(3): 231-237.

[11] 阿布都热合曼·卡的尔, 王兴元, 赵玉章. 统一超混沌系统的投影同步[J]. 物理学报, 2011, 60(4): 040506(1-5).

[12] 黄露, 唐驾时, 符文彬. 异结构超混沌系统动力学分析和同步控制策略研究[J]. 动力学与控制学报, 2012, 10(1): 43-47.

[13] GIUSEPPE G, DAMON A M. Dead-beat full state hybrid projective synchronization for chaotic maps using a scalar synchronizing signal[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 17(4): 1824-1830.

[14] 薛怀庆, 彭建奎, 安新磊, 等. 分数阶混沌系统全状态混合投影同步及在保密通信中的应用[J]. 信息与控制, 2012, 42(2): 229-235.

[15] 邓杰生, 文剑锋, 钟国群, 等. 具有 $x|x|$ 非线性的蔡氏电路[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(2): 223-227.

[16] 李亚, 禹思敏, 戴青云, 等. 一种新的蔡氏电路设计方法与硬件实现[J]. 物理学报, 2006, 55(8): 3938-3944.

Chaotic Projective Synchronization Based on Absolute Feedback and Its Circuit Implementation

HUANG Miao-yu, MIN Fu-hong, WANG En-rong

(School of Electical and Automation Engineering, Nangjing Normal University, Nangjing 210042, China)

Abstract: A synchronization method based on nonlinear feedback control is proposed for the full state hybrid projective synchronization (FSHPS) of modified Chua's system. The absolute function of states variable are introduced into the response system to realize the project synchronization in the same and different scale factor. The modularized synchronization circuit is designed and realized using Multisim. Numerical simulation and circuit implementation show the effectiveness of the proposed scheme in the paper. .

Keywords: full state hybrid projective synchronization; Chua's circuit; feedback control; nolinear; absolute function

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 杨建红)