

融合全局和局部特征的图像特征提取方法

张雅清<sup>1</sup>, 刘忠宝<sup>2</sup>

(1. 太原学院 数学系, 山西 太原 030012;  
2. 中北大学 计算机与控制工程学院, 山西 太原 030051)

**摘要:** 针对图像特征提取无法同时利用样本的全局和局部特征的问题,提出融合全局和局部特征的特征提取方法.该方法充分利用线性判别分析和保局投影算法分别在特征提取中保持样本全局特征和局部特征方面的优势,进一步提高图像特征提取效率.首先,引入全局散度矩阵和局部散度矩阵分别表征样本的全局特征和局部特征.然后,基于同类样本尽可能紧密,异类样本尽可能远离的思想,构造最优化问题.比较实验表明:与传统的主成分分析、线性判别分析、保局投影算法相比,文中方法的工作效率有一定提高.

**关键词:** 特征提取;线性判别分析;保局投影算法;全局特征;局部特征

**中图分类号:** TP 391 **文献标志码:** A

特征提取是模式识别、数据挖掘和机器学习领域研究的重点问题之一,近年来受到众多研究人员的广泛关注<sup>[1]</sup>.特征提取是指原始特征空间根据某种准则变换得到低维投影空间的过程<sup>[2-3]</sup>.当前主流的特征提取方法主要包括线性方法和非线性方法.其中,线性方法有主成分分析(PCA)<sup>[4]</sup>、奇异值分解(SVD)<sup>[5]</sup>、非负矩阵分解(NMF)<sup>[6]</sup>、独立成分分析(ICA)<sup>[7]</sup>、线性判别分析(LDA)<sup>[8]</sup>;非线性方法有多维缩放(MDS)<sup>[9]</sup>、局部线性嵌入(LLE)<sup>[10]</sup>、保局投影(LPP)<sup>[11]</sup>.此外,还有核主成分分析(KPCA)<sup>[12]</sup>、核线性判别分析(KLDA)<sup>[13-14]</sup>、拉普拉斯特征映射(Laplacian eigenmap)等<sup>[15]</sup>.当前主流的特征提取方法主要基于两种思路:一是基于样本的全局特征突出样本间的差异性;二是利用样本的局部特征保证特征提取前后样本局部结构的一致性.当前图像特征提取相关研究面临的最大问题是无法同时利用样本的全局特征和局部特征.鉴于此,本文提出融合全局和局部特征的特征提取方法(FEM-GLC).

1 融合全局和局部特征的特征提取方法

设有  $d$  维样本  $\mathbf{X}=[x_1,x_2,\cdots,x_N]\in\mathbf{R}^{n\times N}$ .其中: $x_i\in\mathbf{R}^n$  为第  $i$  个样本; $N$  为样本数; $N_i$  为各类样本数;第  $i$  类的样本均值为  $\bar{x}_i,i=1,\cdots,c,c$  为样本类别数;所有样本均值为  $\bar{x};x_{i,j},i=1,\cdots,c,j=1,\cdots,N_i$  为各类样本.

1.1 线性判别分析

线性判别分析(LDA)是模式识别中一种经典的有监督学习方法,是提取鉴别特征的有效判别方法之一,为各种线性判别分析方法的提出奠定基础.因此,LDA 也被称为 FLDA(fisher linear discriminant analysis).LDA 的基本思想是保证特征提取后的同类样本尽可能紧密,而异类样本尽可能远离. LDA 在引入类间离散度矩阵和类内离散度矩阵的基础上,利用 Fisher 准则,建立最优化问题.

**定义 1** 类间离散度矩阵为

$$\mathbf{S}_B=\sum_{i=1}^c\frac{N_i}{N}(\bar{x}_i-\bar{x})(\bar{x}_i-\bar{x})^T.$$

(1)

**定义 2** 类内离散度矩阵为

$$\mathbf{S}_W = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{N_i} \frac{1}{N} (x_{i,j} - \bar{x}_i)(\bar{x}_{i,j} - \bar{x}_i)^T. \quad (2)$$

Fisher 准则定义为

$$J(\mathbf{W}_{\text{opt}}) = \max_{\mathbf{W}} \frac{\mathbf{W}^T \mathbf{S}_B \mathbf{W}}{\mathbf{W}^T \mathbf{W}}. \quad (3)$$

利用 Fisher 准则得到的最优投影矩阵  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  保证特征提取后的样本具有最大的类间离散度和最小的类内离散度. 当  $\mathbf{S}_W$  非奇异时,  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  满足等式  $\mathbf{S}_W^{-1} \mathbf{S}_B \mathbf{W} = \lambda \mathbf{W}$  的解. LDA 及其改进算法具有以下 2 点优势: 1) LDA 及其改进算法将原最优化问题转化为广义特征值求解问题, 可以得到全局最优解, 避免其他方法可能得到的局部最优解; 2) LDA 无需事先给定参数, 因而不存在参数选择问题, 克服了神经网络等方法的不足. 然而, 随着应用的深入, LDA 本身也有一些问题亟待解决, 制约其效率进一步提升的关键问题是 LDA 在特征提取时仅关注样本的全局特征, 并未考虑局部特征.

## 1.2 保局投影算法

保局投影算法 (LPP) 作为一种重要的特征提取方法, 更注重样本的局部流形结构. LPP 有效地克服了非线性方法的不足, 在特征提取时, 很好地保留了原始样本之间的非线性结构. LPP 的基本思想是保证原始空间相邻的样本在特征提取后相对关系尽量不变.

LPP 的算法流程有以下 3 个步骤.

**步骤 1** 定义  $\epsilon$  邻域或  $k$  邻域, 构造邻接图  $G$ .

1)  $\epsilon$  近邻: 当样本  $x_i, x_j$  满足  $\|x_i - x_j\|^2 \leq \epsilon$ , 则  $x_i, x_j$  相邻, 并将两者连接起来.

2)  $k$  近邻: 当样本  $x_i$  是样本  $x_j$  的  $k$  个近邻之一, 则将两者连接起来. 其中,  $k$  为事先给定参数.

**步骤 2** 计算邻接图  $G$  中边的权重. 相似度函数描述样本  $x_i, x_j$  的相似度, 其定义为

$$S_{i,j} = \begin{cases} \exp(-\|x_i - x_j\|^2/t), & x_i, x_j \text{ 相邻}, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

上式中:  $t$  为常数.

**步骤 3** 求投影矩阵. 最优化表达式为

$$\min_{\mathbf{W}} \sum_{i,j} (\mathbf{W}^T x_i - \mathbf{W}^T x_j)^2 S_{i,j}, \quad (4)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_i \mathbf{W}^T x_i D_{i,i} x_i^T \mathbf{W} = 1. \quad (5)$$

式(4), (5)中:  $\mathbf{W}$  为投影矩阵;  $S_{i,j}$  为相似度函数;  $D_{i,i} = \sum_j S_{i,j}$ .

上述最优化问题可转化为

$$\min_{\mathbf{W}} \mathbf{W}^T \mathbf{X} \mathbf{L} \mathbf{X} \mathbf{W}, \quad (6)$$

$$\text{s. t.} \quad \mathbf{W}^T \mathbf{X} \mathbf{D} \mathbf{W} = 1. \quad (7)$$

式(6), (7)中:  $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{S}$ .

综上可知: LPP 在进行特征提取时关注的是样本的局部结构, 其试图保持样本的局部结构在特征提取前后不变. 然而, LPP 特征提取效率并非最优, 因为在特征提取时并未考虑样本的全局特征.

## 1.3 算法思想

为了充分利用样本的内在特征并有效提高特征提取效率, 提出融合全局和局部特征的特征提取方法 FEM-GLC. 该方法受到 LDA 算法在 Fisher 准则基础上保证类间离散度与类内离散度之比最大, 以及 LPP 保持样本的局部流形结构不变的启发, 引入局部散度矩阵和全局散度矩阵这两个重要概念, 分别刻画样本的局部特征和全局特征.

**定义 3** 局部散度矩阵为

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \|x_i - x_j\|^2 S_{i,j}. \quad (8)$$

式(8)中: 相似度函数  $S_{i,j}$  定义为

$$S_{i,j} = \begin{cases} 1, & \|x_i - x_j\|^2 \leq \epsilon, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中: $\epsilon$  是一个很小的正数,经验性取值为 0.001.

由式(8),(9)可知:局部散度矩阵反映的是样本  $x_i, x_j$  的相似度. 特征提取的目的是保证相邻样本在特征提取前后相对关系保持不变.

**定义 4** 全局散度矩阵为

$$\mathbf{G} = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^c (x_i - \bar{x}_j)(\bar{x}_i - \bar{x}_j)^T. \tag{10}$$

由式(10)可知:全局散度矩阵反映的是异类样本中心之间的距离. 特征提取的目的是保证异类样本在特征提取前后均彼此远离. 基于以上分析,FEM-GLC 算法保证找到的投影方向满足类间差异度和类内相似度均尽可能大.

1.4 最优化问题

FEM-GLC 算法的最优化表达式为

$$\max_{\mathbf{W}} \mathbf{W}^T \mathbf{G} \mathbf{W} - k \mathbf{W}^T \mathbf{L} \mathbf{W}, \tag{11}$$

$$\text{s. t.} \quad \mathbf{W} \mathbf{W}^T = \mathbf{I}. \tag{12}$$

式(11),(12)中:目标函数中的  $\mathbf{W}^T \mathbf{G} \mathbf{W}, \mathbf{W}^T \mathbf{L} \mathbf{W}$  分别表示投影后的异类数据尽可能远离,而同类数据尽可能紧密;常数  $k$  为平衡因子,其取值为正数, $k$  反映了在特征提取过程中全局特征和局部特征对最终结果的影响程度;约束条件  $\mathbf{W} \mathbf{W}^T$  将投影矩阵进行归一化处理.

上述最优化问题可通过 Lagrange 乘子法求解. 定义 Lagrange 函数为

$$J(\mathbf{W}, k) = \mathbf{W}^T \mathbf{G} \mathbf{W} - k \mathbf{W}^T \mathbf{L} \mathbf{W} - \lambda (\mathbf{W} \mathbf{W}^T - \mathbf{I}). \tag{13}$$

式(13)中: $\lambda$  为 Lagrange 乘子.  $J(\mathbf{W}, k)$  对  $\mathbf{W}$  求偏导,可得

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{W}} = (\mathbf{G} - k \mathbf{L}) \mathbf{W} - \lambda \mathbf{W}. \tag{14}$$

令式(14)偏导为零,可得

$$(\mathbf{G} - k \mathbf{L}) \mathbf{W} - \lambda \mathbf{W} = \mathbf{0}. \tag{15}$$

即

$$(\mathbf{G} - k \mathbf{L}) \mathbf{W} = \lambda \mathbf{W}. \tag{16}$$

求解式(16)等价于求解矩阵  $\mathbf{G} - k \mathbf{L}$  的特征值问题.

为了保证投影方向同时满足类间差异度和类内相似度最大,亦可做类似于 LDA 基于 Fisher 准则的处理,即

$$\max_{\mathbf{W}} \mathbf{W}^T \mathbf{G} \mathbf{W} - k \mathbf{W}^T \mathbf{L} \mathbf{W}, \tag{17}$$

$$\text{s. t.} \quad \mathbf{W} \mathbf{W}^T = \mathbf{I}. \tag{18}$$

上述优化问题求解方法类似于 LDA,其存在矩阵  $\mathbf{L}$  奇异的问题,即当矩阵  $\mathbf{L}$  奇异时, $\mathbf{L}^{-1}$  不存在,则无法求得投影方向  $\mathbf{W}$ . 因此,最优化问题采用  $L_1$  形式具有更好的健壮性.

1.5 算法描述

输入:训练样本集  $\mathbf{X}=[x_1, x_2, \cdots, x_N]$ ,用户事先给定的降维数  $d$ .

输出:降维后的样本集  $\mathbf{Y}=[y_1, y_2, \cdots, y_N]$ .

**步骤 1** 当  $x_i, x_j$  相邻时,利用式(9)构造相似度函数.

**步骤 2** 利用式(8)和式(10)分别计算局部散度矩阵和全局散度矩阵.

**步骤 3** 求解投影方向  $\mathbf{W}$ . 求矩阵  $\mathbf{G} - k \mathbf{L}$  对应的特征值和特征向量,将特征值按由大到小顺序排列,选取最大的  $d$  个特征值对应的特征向量作为投影方向  $\mathbf{W}$ .

**步骤 4** 对于新进样本  $x$ ,利用  $y = \mathbf{W}^T x$  可得其在投影方向  $\mathbf{W}$  上的特征提取结果.

1.6 复杂性分析

FEM-GLC 算法解决一个具有线性约束的二次规划问题,其计算对象主要包括大小为  $N \times N$  矩阵的转置运算,以及 QP 问题求解运算. 大小为  $N \times N$  矩阵转置运算的时间复杂度为  $O(N^2 \log(N))$ ,QP 问题求解的时间复杂度为  $O(N^2)$ . 因此,FEM-GLC 算法的时间复杂度为  $O(N^2 \log(N)) + O(N^2)$ . 由于  $O(N^2 \log(N)) \geq O(N^2)$ ,FEM-GLC 算法的时间复杂度可近似表示为  $O(N^2 \log(N))$ . 此外,FEM-GLC

算法的空间复杂度为  $O(N^2)$ . 以上复杂度计算中,  $N$  表示训练样本总数.

## 2 实验分析

为验证 FEM-GLC 算法的有效性, 在标准人脸数据集上进行仿真实验. 硬件环境为 CPU: Inter(R) Core(TM) i3-2350M 2.3 GHz, RAM: 4.0 G; 软件环境为 Matlab 2014; 操作系统为 Windows 7. 算法中参数  $k$  利用网格搜索法获得, 其取值范围为  $\{0, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5\}$ .

### 2.1 实验步骤

实验验证采用如图 1, 2 所示的 ORL 和 Yale 人脸数据库, 具体有以下 4 个步骤.

- 步骤 1 分别选取每人前  $m$  幅照片作为训练样本, 剩余照片作为测试样本.
- 步骤 2 利用 FEM-GLC 算法对训练样本进行学习, 进而得到投影方向  $W$ .
- 步骤 3 将测试样本逐个投影到  $W$  上得到降维后的样本  $Y$ .
- 步骤 4 利用最近邻分类法 (NN) 对特征提取后的测试样本与训练样本进行比对, 得到识别结果.



图 1 ORL 人脸数据库部分人脸图像

Fig. 1 Part of face images on the ORL dataset



图 2 Yale 人脸数据库部分人脸图像

Fig. 2 Part of face images on the Yale dataset

### 2.2 参数 $k$ 对识别率的影响

选取 ORL 人脸库中每人前 4 幅照片作为训练样本, 剩下的 6 幅照片作为测试样本. 当降维数为 100 时, 识别率  $\eta$  与参数  $m$  的关系, 如图 3 所示.

由图 3 可知: 当  $m=1$  时, 识别率取得最小值为 0.82; 当  $m=4$  时, 识别率取得最大值为 0.89. 从识别率角度看, 参数  $m$  不论如何取值对识别率的影响基本可以接受, 即 FEM-GLC 可以较好地完成特征提取任务.

### 2.3 降维数 $d$ 对识别率的影响

选取 ORL 人脸库中每人前 4 幅照片作为训练样本, 剩下的 6 幅照片作为测试样本. 不失一般性, 选取  $m=2$ , 识别率  $\eta$  与降维数  $d$  的关系, 如图 4 所示. 由图 4 可知: 随着降维数的增加, 识别率呈上升趋势; 当降维数  $d=40$  时, 识别率达到最大值 0.895.

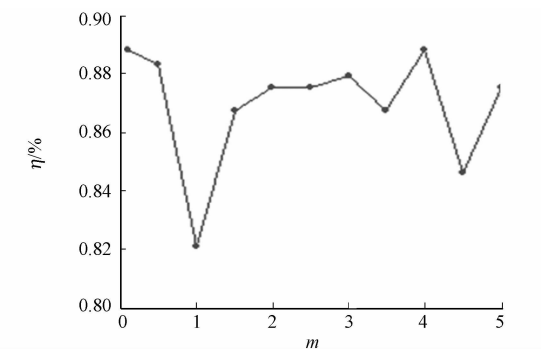


图 3 识别率与参数  $m$  的关系

Fig. 3 Relationship between the recognition accuracies and the parameter  $m$

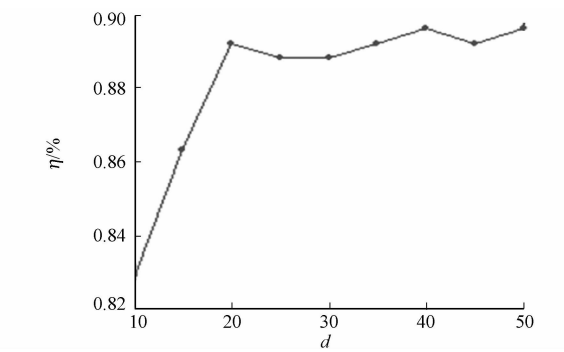


图 4 识别率与降维数  $d$  的关系

Fig. 4 Relationship between the recognition accuracies and the reduced dimension  $d$

### 2.4 训练样本数对识别率的影响

选取 ORL 人脸库中每人前  $m$  ( $m=3, 4, 5, 6, 7, 8$ ) 幅照片, 以及 Yale 人脸库中每人前  $m'$  ( $m'=4, 5, 6, 7, 8, 9$ ) 幅照片作为训练样本, 剩余照片作为测试样本. 与传统的特征提取方法 PCA, LDA, LPP 比较, 验证 FEM-GLC 的有效性. 由于存在小样本问题, LDA 实为 PCA+LDA. 训练样本数对识别率 ( $\eta$ ) 的影

响,如表 1 所示.表 1 中:FEM-GLC 算法识别率后的括号表示参数  $k$  的取值.

由表 1 可知:随着训练样本数的增加,识别率不断提高.在大多情况下,较之传统特征提取方法,FEM-GLC 的识别率具有一定优势.当选取 ORL 人脸库中每人前 3,4 幅照片作为训练样本时,LDA 识别率最高,FEM-GLC 与 LPP 均次之;当选取 Yale 人脸库中每人前 4 幅照片作为训练样本时,LPP 识别率最高,FEM-GLC 次之.在以上两种情况下,FEM-GLC 算法效率仅次于 LDA,LPP,但仍具有较高的识别率.综上所述,从平均性能角度看,较之传统方法,FEM-GLC 可以更好地完成特征提取任务.

表 1 识别率与训练样本数的关系  
Tab. 1 Relationship between the recognition accuracies and the number of training samples

数据集	训练样本规模	$\eta_{PCA}/\%$	$\eta_{LDA}/\%$	$\eta_{LPP}/\%$	$\eta_{FEM-GLC}/\%$
ORL	3	76.4	87.5	83.6	83.6(0.5)
	4	85.4	88.3	90.0	88.8(1.0)
	5	87.0	89.5	91.5	91.5(3.5)
	6	88.1	94.4	93.8	94.4(2.0)
	7	89.1	94.2	95.0	95.0(2.0)
	8	88.9	95.0	95.0	96.3(1.0)
Yale	4	60.0	64.8	73.3	70.5(1.5)
	5	65.6	70.0	75.6	76.7(4.0)
	6	64.0	68.0	73.3	78.7(4.5)
	7	76.7	78.3	83.3	90.0(3.0)
	8	80.0	84.4	80.0	88.9(1.0)
	9	83.3	76.7	76.7	96.7(0.5)

2.5 时间代价比较

选取 ORL 人脸库中每人前  $m(m=3,4,5,6,7,8)$  幅照片作为训练样本,剩余照片作为测试样本.各算法的时间代价( $t$ ),如表 2 所示.由表 2 可知:与 PCA,LDA,LPP 相比,FEM-GLC 的时间代价更大,因为在特征提取时考虑了样本的全局特征以及局部特征.因此,FEM-GLC 能在可接受的时间范围内高效地完成特征提取任务.

表 2 PCA,LDA,LPP,FEM-GLC 算法的时间代价  
Tab. 2 Time cost of LDA,LDA,LPP,FEM-GLC

训练样本规模	$t_{PCA}$	$t_{LDA}$	$t_{LPP}$	$t_{FEM-GLC}$
3	0.249 6	0.249 6	0.280 8	1.357 2
4	0.280 8	0.280 8	0.358 8	1.419 6
5	0.280 8	0.296 4	0.296 4	1.591 2
6	0.312 0	0.343 2	0.312 0	1.622 4
7	0.312 0	0.452 4	0.327 6	2.043 6
8	0.249 6	0.458 8	0.358 8	2.246 4

3 结束语

特征提取方法是模式识别、数据挖掘、机器学习等领域研究的重点问题之一.经过近年的发展,先后涌现出不少有效算法.为了进一步提高特征提取效率,提出融合全局和局部特征的特征提取方法 FEM-GLC.该方法引入局部散度矩阵和全局散度矩阵两个重要概念,分别刻画样本的局部特征和全局特征,保证找到的投影方向满足类间差异度和类内相似度均尽可能大.在 ORL,Yale 人脸库上的实验验证了所提方法的有效性.FEM-GLC 的算法效率对参数的选取有一定依赖,如何快速准确获取相关参数,以及如何对参数进行优化等问题是今后研究的方向.

参考文献:

[1] 罗学刚,吕俊瑞,王华军,等.基于超像素的互惠最近邻聚类彩色图像分割[J].广西大学学报:自然科学版,2013,38(2):374-378.

- [2] 刘忠宝. 基于核的降维和分类方法及其应用研究[D]. 无锡: 江南大学, 2012: 1-2.
- [3] 陈新泉, 苏锦细. 基于半监督学习的  $k$  平均聚类框架[J]. 广西大学学报: 自然科学版, 2014, 39(5): 1074-1082.
- [4] CAMACHO J, PIC J, FERRER A. Data understanding with PCA: Structural and variance information plots[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2010, 100(1): 48-56.
- [5] LIPOVETSKY S. PCA and SVD with nonnegative loadings[J]. Pattern Recognition, 2009, 42(1): 68-76.
- [6] LEE D D, SEUNG H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J]. Nature, 1999, 401(6755): 788-791.
- [7] RADULOVIC J, RANKOVIC V. Feedforward neural network and adaptive network-based fuzzy inference system in study of power lines[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(1): 165-170.
- [8] PETER N B, JOAO P H, DAVID J K, et al. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711-720.
- [9] 杜家杰, 段会川. MDS 在企业客户分类中的应用研究[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(5): 1658-1660.
- [10] ROWEIS S T, SAUL L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. Science, 2000, 290(5500): 2323-2326.
- [11] HE Xiao-feng, NIYOGI P. Locality preserving projections[C]// Advances in Neural Information Processing Systems. Vancouver: [s. n. ], 2003: 153-160.
- [12] LOPEZ M M, RAMIREZ J, ALVAREZ I, et al. SVM-based CAD system for early detection of the Alzheimer's disease using kernel PCA and LDA[J]. Neuroscience Letters, 2009, 464(3): 233-238.
- [13] MIKA S, RATSCH G, WESTON J, et al. Constructing descriptive and discriminative nonlinear features: Rayleigh coefficients in kernel feature spaces[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(5): 623-628.
- [14] HSUAN Y M. Kernel eigenfaces vs kernel fisherfaces: Face recognition using kernel methods[C]// Processing of the 5th IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition. Washington D C: IEEE Press, 2002: 215-220.
- [15] BELKIN M, NIYOGI P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering[C]// Processing of Advances in Neural Information Processing Systems. Cambridge: MIT Press, 2001: 585-591.

## Research on Image Feature Exaction Method by Combining Global and Local Features

ZHANG Ya-qing<sup>1</sup>, LIU Zhong-bao<sup>2</sup>

(1. School of Mathematics, Taiyuan University, Taiyuan 030012, China;

2. School of Computer and Control Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** With the development of application, the main problem of image feature extraction is almost no study taking both global and local features into consideration. In view of this, feature exaction approach by combining global and local characteristics (FEM-GLC) is proposed in this paper. The advantages of linear discriminant analysis (LDA) in extracting the global feature and locally preserving projections (LPP) in preserving the local feature are taken into consideration in FEM-GLC which tries to improve the efficiencies of feature extraction. In FEM-GLC, the global divergence matrix and the local divergence matrix are introduced which respectively represents the global feature and local feature. The optimization problem of FEM-GLC is constructed based on the close relation between samples of the same class and far away between different classes. The comparative experiments with PCA, LDA and LPP on the ORL dataset and Yale dataset verify the effectiveness of FEM-GLC.

**Keywords:** feature exaction; linear discriminant analysis; locally preserving projections; global feature; local feature

(责任编辑: 钱筠      英文审校: 吴逢铁)