

# 采用等效结构参数的混凝土 试块弹性模量监测

郭智刚<sup>1</sup>, 孙智<sup>2</sup>

(1. 上海应用技术学院 轨道交通学院, 上海 201418;  
2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 基于压电阻抗技术,对混凝土试块弹性模量在固化过程中的发展进行监测实验研究.用阻抗分析仪测得粘贴在不同配合比的混凝土试块的压电陶瓷片在不同龄期下的电导纳信号,对 28 d 龄期内不同配合比的混凝土试块进行弹性模量测试.采用共振频率和等效结构参数来评价混凝土固化过程中的变化.通过回归分析建立等效结构参数与混凝土试块弹性模量之间的关系,监测混凝土弹性模量发展.结果表明:压电阻抗技术可用来监测混凝土弹性模量在固化过程中的变化.

**关键词:** 压电阻抗; 压电陶瓷; 弹性模量; 等效结构参数; 曲线拟合

**中图分类号:** TU 323.1      **文献标志码:** A

作为混凝土结构设计的重要依据,弹性模量是混凝土的一个主要的力学性质.按照传统的方法,通常要对混凝土试件进行 28 d 标准养护,通过测试,方可获得弹性模量.对于施工现场来说,在获悉弹性模量之前,常常已经浇灌了某种配合比的大量的混凝土,而不知道它是否满足要求.相反,如果能在浇筑混凝土后数小时内得到其预期的 28 d 弹性模量,就可以采取包括调整配合比等措施控制混凝土的质量.采用压电阻抗技术预测混凝土的早期弹性模量,对提高施工质量和进度具有实用价值.压电陶瓷 (piezoelectric ceramic, PZT) 电-机阻抗技术 (electro-mechanical impedance, EMI) 以其对结构初始损伤敏感、对外界环境影响的免疫力强等特点得到了越来越多的关注<sup>[1-4]</sup>. Soh 等<sup>[5]</sup>首次采用 EMI 方法监测混凝土强度,得出混凝土立方体抗压强度和 EMI 谱的共振频率有很强的关联性. Shin 等<sup>[6-7]</sup>用 EMI 方法研究了混凝土试块固化过程中强度的变化.研究表明: RMSD (root mean square deviation) 指标可用来评价混凝土强度的变化. Tawie 等<sup>[8]</sup>用 EMI 方法研究了不同混凝土的配合比的影响因素,评价混凝土强度的变化过程.蔡金标等<sup>[9]</sup>分别采用表贴式和埋入式压电陶瓷监测混凝土试块强度发展.但是,以往的研究只是定性描述混凝土强度的变化,没有注重弹性模量的研究,也没有采用力学模型反映混凝土在固化过程中的力学行为.本文在以往研究的基础上,针对混凝土早期弹性模量不能确定的情况,对 28 d 龄期内不同配合比的混凝土试块进行弹性模量实验.

## 1 压电阻抗法的工作原理

一维模型模拟 PZT 与混凝土结构之间的相互作用,如图 1 所示. PZT 与混凝土结构耦合作用下的电导纳公式<sup>[1]</sup>为

$$Y(\omega) = \frac{I}{V} = i\omega \frac{w_a l_a}{h_a} [\omega_{33}^{-T} + \frac{Z_a}{Z_s + Z_a}) d_{31}^2 \bar{E}_p (\frac{\tan \kappa l_a}{\kappa l_a}) - d_{31}^2 \bar{E}_p)], \tag{1}$$

收稿日期: 2014-10-13

通信作者: 郭智刚(1984-),男,讲师,主要从事结构健康监测方面的研究. E-mail: zhigangguo@sit.edu.cn.

基金项目: 铁道部科技研究开发计划项目(2012G003-E); 上海市科技启明星跟踪项目(09QH1402300); 同济大学土木工程防灾国家重点实验室自主研究课题资助项目(SLDRCE09-B-15)

$$Z_a = \frac{\bar{E}_p \omega_a h_a}{i \omega l_a} \cdot \frac{\kappa l_a}{\tan \kappa l_a}. \quad (2)$$

式(1),(2)中: $Y(\omega)$ 为导纳值,能够在 PZT 上测得; $I, V$  分别为 PZT 的输出电流和电压; $Z_a, Z_s$  分别为 PZT 和本体结构的压电阻抗值; $\omega_a, l_a, h_a$  分别为 PZT 的宽度、长度和厚度; $\omega$  为所加激励的角频率; $\kappa = \sqrt{\omega^2 \rho / \bar{E}_p}$ ,  $\rho$  为压电陶瓷的密度; $\bar{E}_p = E_p(1+i\eta)$  为电场强度  $E_3$  为零(或常数)时的复弹性模量,  $\eta$  为机械损耗因数; $d_{31}$  为压电应变常数; $\bar{\omega}_{33}^T = \omega_{33}^T(i+i\eta)$  为应力  $T_1$  为零(或常数)时的复介电常数,  $\delta$  为介电损耗因数。

式(1)中的第一项是 PZT 本身的导纳值,随频率的增加而逐渐增大;第二项混凝土试块的阻抗  $Z_s$  发生变化,而 PZT 粘贴在混凝土试块上,本身的阻抗  $Z_a$  是不变的,因此,混凝土试块的阻抗值  $Z_s$  唯一地决定第二项的数值变化。因此,可以认为任何导纳信号的改变都是由混凝土试块引起的。

## 2 结构机械阻抗

实际结构是很复杂的,结构阻抗并不知道。因此,将混凝土试块等效成一个机械系统,而这个等效机械系统可以理想化为由基本元件(质量、弹簧和阻尼)并联或串联的等效系统<sup>[10]</sup>,通过系统的等效参数可以确定 PZT-混凝土主体结构系统的参数,从而对混凝土强度发展进行监测。基本元件的机械阻抗为

$$Z_m = i\omega m, \quad (3)$$

$$Z_K = -ik/\omega, \quad (4)$$

$$Z_C = c. \quad (5)$$

式(3)~(5)中: $Z_m, Z_K, Z_C$  分别为质量元件、弹簧元件和阻尼元件的阻抗值; $m$  为质量; $K$  为刚度; $C$  为阻尼。

将这些元件按一定规律连接起来,使之能够代表力学模型,又可用于压电阻抗法的计算。其多个阻抗元件并联计算法则为

$$Z_p = \sum_{i=1}^n Z_i, \quad (6)$$

多个阻抗元件串联计算法则为

$$\frac{1}{Z_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i}. \quad (7)$$

## 3 实验过程

### 3.1 实验设备

试验采用英国 Wayne Kerr 公司生产的 WK6500B 型精密阻抗分析仪来测量 PZT 的电导纳,仪器如图 2 所示。对于 EMI 测量来说,PZT 测量的频率范围在不同的结构有不同的感应范围。研究表明<sup>[2]</sup>:低于 70 kHz 或高于 500 kHz 的频率范围不适合用于健康监测。因此,所有的试验选择的频率范围为 100~400 kHz,采用频率点数为 1 600 个。

### 3.2 实验材料及试件制作

根据规范制作 3 组强度等级混凝土试块,每组 13 个试块,共 39 个试块。每组 1 个试块中尺寸为 150 mm×150 mm×150 mm,12 个尺寸为 100 mm×100 mm×300 mm。尺寸为 150 mm×150 mm×150 mm 的试块用来测从第 3 d 起每天 PZT 的压电导纳信号。其中:12 个尺寸为 100 mm×100 mm×300

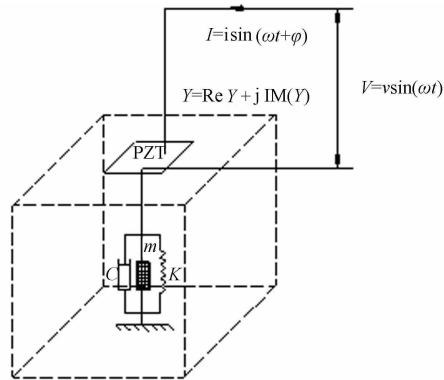


图 1 PZT-本体结构相互作用的一维模型

Fig. 1 One-dimensional impedance-based model of a PZT patch interacting with a host structure



图 2 阻抗分析仪

Fig. 2 Impedance analyzer

mm 试块用来测在第 3,7,14,28 d 的混凝土弹性模量. 混凝土试块材料及配合比,如表 1 所示. PZT 材料尺寸为 10.0 mm×10.0 mm×0.2 mm;密度  $\rho$  为 7 450 kg·m<sup>-3</sup>;介电常数  $\epsilon_{33}^T$  为  $1.859\times10^{-8}$  F·m<sup>-1</sup>;压电常数  $d_{31}$  为  $-1.85\times10^{-10}$  m·V<sup>-1</sup>;弹性模量  $E_p$  为 66.7 GPa;机械损耗因子  $\eta$  为 0.029 7;介电损耗因子  $\delta$  为 0.02.

表 1 试块材料及配合比  
Tab.1 Concrete mix proportion

参数	Mix A	Mix B	Mix C
水泥强度/MPa	42.5	32.5	32.5
混凝土的类型	碎石混凝土	碎石混凝土	碎石混凝土
粗骨料最大粒径/mm	20	20	20
塌落度/mm	35~50	35~50	35~50
配合比(水:水泥:砂:石子)	0.41:1:1.271:2.466	0.41:1:1.157:2.465	0.55:1:1.876:3.335
质量比	25:65:85:160	25:65:78:160	27:50:95:166

## 4 实验结果

### 4.1 压电导纳谱分析

3 种混凝土标号分别在 3,7,14,28 d 得到的导纳谱,如图 3 所示. 由图 3 可知:随着混凝土龄期的增加,PZT 导纳谱曲线渐渐的往右边漂移,峰值对应的共振频率增大,但幅值不断地减小;PZT 测得的 3 种混凝土标号导纳谱共振频率是在 150~250 kHz 之间. 因为随着混凝土龄期的增加,混凝土开始固化,弹性模量增加. 固化过程促使了混凝土试块增加了额外的刚度,从而使 PZT 的导纳谱发生偏移. 这说明了 EMI 技术可以用来监测混凝土弹性模量的变化.

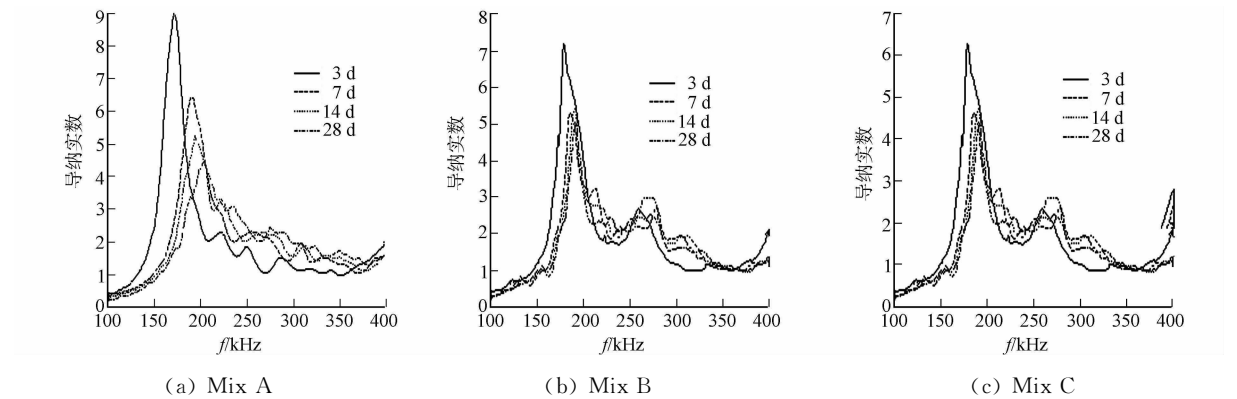


图 3 3 种配合比混凝土在不同龄期的导纳谱

Fig.3 Three EMI spectra for concrete specimen during curing

阻抗分析仪不仅仅可以直接显示导纳谱,还可以显示导纳谱的共振频率. 图 4 为不同配合比的混凝土共振频率随着龄期的变化而变化图. 由图 4 可知:这 3 种配合比的共振频率随着龄期的增长而增大.

为了评估混凝土弹性模量的变化,分别测得不同配合比混凝土试块在 3,7,14,28 d 的弹性模量. 不同配合比下随龄期变化而变化的弹性模量,如图 5 所示. 由图 5 可知:弹性模量在第 3,7,14 d 增幅最大,而 28 d 的增幅比较小. 这跟 PZT 测得的共振频率偏移在固化过程中的现象一致. 进一步说明了 EMI 技术可以用来监测混凝土弹性模量的变化.

不同水泥强度和配合比的混凝土从 3~28 d 的变化也不相同,Mix A 的强度在 3 种混凝土中是最大的. Mix A 和 Mix B 具有相同的水灰比,但由于水泥强度的不同,混凝土试块的弹性模量和 PZT 测量的共振频率偏移也不相同. 水泥强度越高,混凝土试块的弹性模量和 PZT 测量的共振频率偏移也越大. 类似的,Mix B 和 Mix C 具有相同的水泥强度,但由于水灰比的不同,其弹性模量和 PZT 测量的共振频率偏移也不相同. 水灰比越高,混凝土试块的弹性模量和 PZT 测量的共振频率偏移却越小.

### 4.2 结构阻抗模型分析

由式(1),提取混凝土试块的阻抗. 对提取的混凝土试块 Mix A 在第 3 d 的导纳谱进行力学模型分

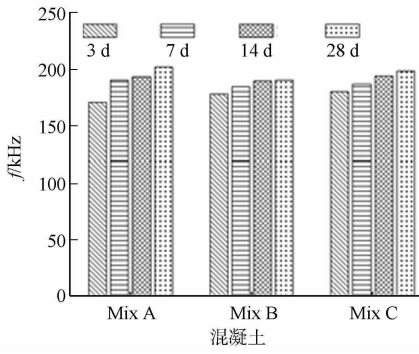


图 4 不同配合比的共振频率随龄期变化而变化图

Fig. 4 Effect of curing age on resonant frequency

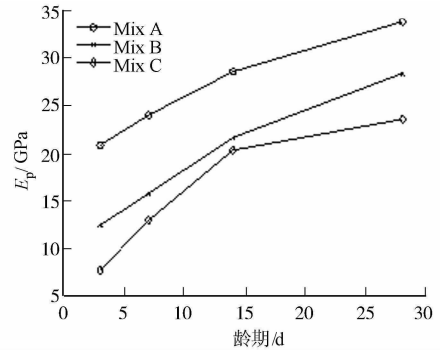
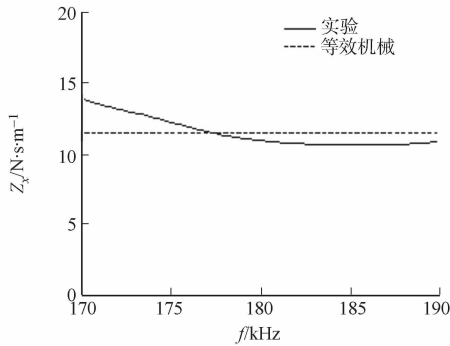


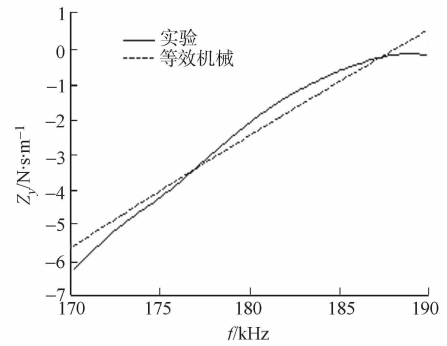
图 5 不同配合比下的弹性模量发展

Fig. 5 Elastic modulus development for all mixes

析,发现力学模型 4<sup>[11]</sup>得到的混凝土试块等效阻抗谱与由实验结果提取的混凝土试块阻抗谱吻合度很高,如图 6 所示.力学模型是由质量元件、弹簧元件和阻尼元件并联组成的等效混凝土力学模型,如图 7 所示.



(a) 实部



(b) 虚部

图 6 实验和等效机械阻抗图

Fig. 6 Plots of experimental and equivalent mechanical impedance

混凝土结构等效阻抗为

$$x = c, \quad y = m\omega - k/\omega. \quad (8)$$

Mix C 和 Mix B 与 Mix A 类似,这里不再列出.

不同配合比下的混凝土试块等效结构参数图,如图 8 所示.由图 8 可知:跟共振频率类似,随着龄期的增长,混凝土试块的等效阻尼、刚度参数也随之增大;等效阻尼和刚度在第 7, 14 d 改变很大;混凝土试块的等效参数增长的趋势和混凝土试块的弹性模量增长的趋势类似.因此,通过监测结构等效结构参数的变化来评判混凝土早期的弹性模量.

### 4.3 经验曲线拟合分析

以上结果表明:等效结构参数只能定性的描述混凝土试块的弹性模量在固化过程中的变化,还不能做到定量的精确描述.因为等效结构参数与混凝土试块的弹性模量在龄期内的变化有很大的关联,可以建立混凝土试块的相对弹性模量( $S/S_u$ )与相对等效结构参数指标之间的数学公式关系,从而可以预测混凝土弹性模量在固化过程中变化.根据传统的回归分析表明指数函数是最合适的曲线拟合函数,即

$$S/S_u = c_1 \cdot \exp(c_2 x). \quad (9)$$

式(9)中: $x$  为相对等效结构参数; $c_1$  和  $c_2$  分别为经验拟合系数.

相对等效刚度  $\delta K/K$  计算公式为  $\delta K/K = (K_i - K_{28})/K_{28}$ ,  $i=3, 7, 14$ ;  $K_i$  为第  $i$  天的等效刚度;  $K_{28}$  为第 28 d 的等效刚度,由式(8)计算得到.相对等效阻尼计算公式与相对等效刚度相同.

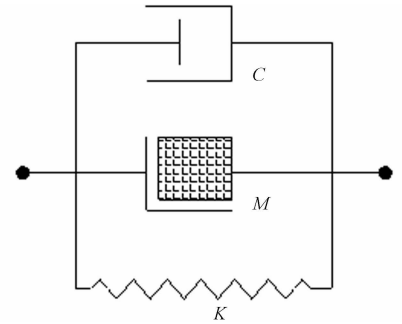
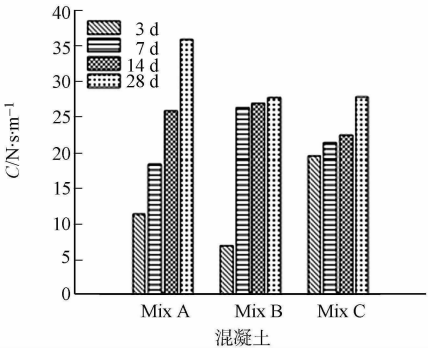
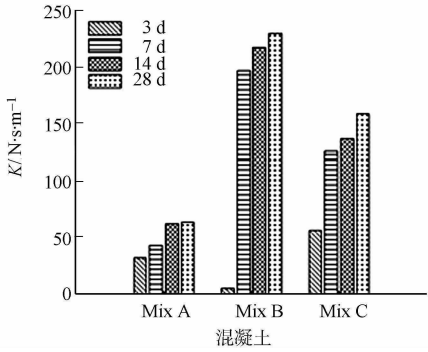


图 7 混凝土的等效机械系统

Fig. 7 Equivalent mechanical system for the concrete specimen



(a) 随龄期变化而变化的等效阻尼



(b) 随龄期变化而变化的等效刚度

图 8 不同配合比下的等效结构参数图

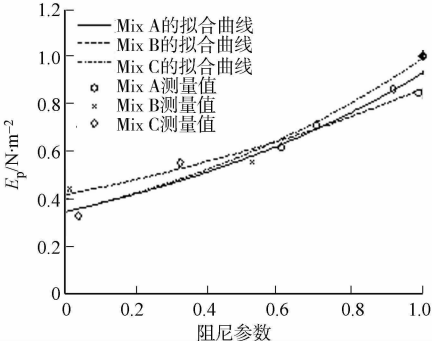
Fig. 8 Plots of Equivalent structural parameters under different mix proportion

采用确定系数  $r^2$  来判断拟合曲线对测量值的拟合程度,  $r^2$  越高表明拟合曲线对测量值的拟合程度越高. 确定系数  $r^2$  的计算公式为

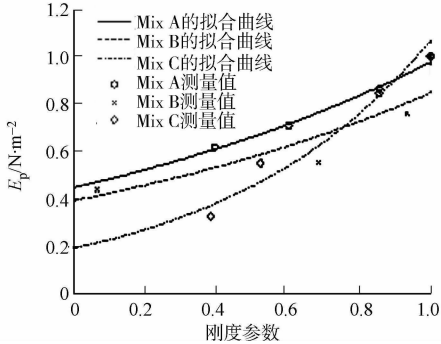
$$r^2 = 1 - \frac{\sum_i^n (y_i - f_i)^2}{\sum_i^n (y_i - \frac{1}{n} \sum_i^n y_i)^2} \tag{10}$$

式(10)中:  $y_i$  为测量值;  $f_i$  为用拟合公式计算的拟合值;  $n$  为测量点的数目.

图 9(a)为以等效阻尼参数为指标的曲线拟合图, 图 9(b)为以等效刚度参数为指标的曲线拟合图. 由图 9 可知: 所有配合比的确定系数  $r^2$  都比较高.



(a) 以相对等效阻尼



(b) 以相对等效刚度

图 9 经验曲线拟合

Fig. 9 Empirical curve fitted for concrete elastic modulus

5 结论

采用 PZT 对不同龄期的混凝土试块进行压电阻抗分析, 得到以下 3 个结论.

- 1) 随着混凝土龄期的增长, PZT 测得的压电导纳发生有规律的变化. PZT 导纳谱曲线渐渐的往右边漂移, 峰值对应的共振频率增大, 但幅值不断地减小. 峰值的变化趋势反映了 28 d 龄期内混凝土弹性模量的变化规律.
- 2) 采用等效结构模型来提取的混凝土试块的等效阻抗谱, 根据提取的等效阻尼参数和等效刚度参数指标来评判混凝土试块在龄期中的变化, 发现随龄期的增长, 混凝土试块的等效阻尼和刚度的变化和混凝土试块的弹性模量呈现出一致的趋势, 说明混凝土试块的等效阻尼和刚度的变化可以反映混凝土龄期内弹性模量的变化.
- 3) 用指数函数建立混凝土试块的相对弹性模量与等效结构参数之间的关系, 几乎所有配合比的确定系数  $r^2$  都比较高, 可以初步预测混凝土弹性模量在固化过程中变化.

参考文献：

[1] CHEN Liang,SUN Fan-ping,ROGERS C A. Coupled electro-mechanical analysis of adaptive material systems-termination of the actuator power consumption and system energy transfer[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures,1994,5(1):12-20.

[2] PARK G,SOHN H,FARRAR C R,et al. Overview of piezoelectric impedance-based health monitoring and path forward[J]. Shock and Vibration Digest,2003,35(6):451-463.

[3] GIURGIUTIU V. Structural health monitoring with piezoelectric wafer active sensors[M]. London:Elsevier,2008:363-367.

[4] VENU G M,CHEE K S. Application of electromechanical impedance technique for engineering structures: Review and future issues[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures,2010,21(1):41-59.

[5] SOH C K,BHALLA S. Calibration of piezo-impedance transducers for strength prediction and damage assessment of concrete[J]. Smart Materials and Structures,2005,14(4):671-684.

[6] SHIN S W,QURESHI A R,LEE J Y,et al. Piezoelectric sensor based nondestructive active monitoring of strength gain in concrete[J]. Smart Materials and Structures,2008,17(5):1-8.

[7] SHIN S W,OH T K. Application of electro-mechanical impedance sensing technique for online monitoring of strength development in concrete using smart PZT patches[J]. Construction and Building Materials,2009,23(2):1185-1188.

[8] TAWIE R,LEE H K. Monitoring the strength development in concrete by EMI sensing technique[J]. Construction and Building Materials,2010,24(9):1746-1753.

[9] 蔡金标,吴涛,陈勇. 基于压电阻抗技术监测混凝土强度发展的实验研究[J]. 振动与冲击,2013,32(2):124-128.

[10] HIXSON E L. Mechanical impedance; Shock and vibration handbook [M]. New York: McGRAW-HILL, 1988:147-149.

[11] BHALLA S,SOH C K. Structural health monitoring by piezo-impedance transducers II : Applications[J]. Journal of Aerospace Engineering,2004,17(4):166-175.

Monitoring for Elastic Modulus of Concrete Based on  
Equivalent Structural Parameters

GUO Zhi-gang<sup>1</sup>, SUN Zhi<sup>2</sup>

(1. School of Railway Transportation, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China;

2. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** An experimental study to monitoring elastic modulus of concrete during curing process was presented based on piezoelectric impedance method. The piezoceramic (PZT) patch was attached on the concrete specimen to collect the monitoring signal. The electro-mechanical admittance spectra of surface bonded PZT patch were collected using an impedance analyzer by sweeping the frequency. Meanwhile, the elastic modulus of concrete was tested during curing process. The resonant frequency and equivalent structural parameters were conducted for evaluating the change of elastic modulus in concrete during curing process. A regression analysis was conducted to establish the empirical relationship between the relative elastic modulus gain of concrete and equivalent structural parameters. The established empirical formula is used for concrete elastic modulus monitoring via EMI spectra. The results tell that the piezoelectric impedance technique is a practical and reliable nondestructive test method for concrete elastic modulus gain monitoring.

**Keywords:** piezoelectric impedance; piezoceramic; elastic modulus; equivalent structural parameters; curve fit

(责任编辑：陈志贤 英文审校：方德平)