

拉盖尔-高斯光束光镊捕获性质

王娟,任洪亮,周业鹏

(华侨大学 信息科学与工程学院,福建 厦门 361021)

摘要: 利用 T 矩阵法研究光镊中微粒大小与入射光束波长相近时,光镊捕获效率与入射光束的阶数、微粒的折射率和尺寸大小的关系.对拉盖尔-高斯光束光镊和高斯光束光镊的轴向和横向捕获效率进行比较.计算结果表明:不同阶数的拉盖尔-高斯光束对微粒捕获效率的影响不同,阶数不超过 4 的拉盖尔-高斯光束的捕获效率高;微粒半径增加时,拉盖尔-高斯光束的轴向捕获效率逐渐增大,且捕获域也增加,高斯光束的最大捕获效率基本保持不变但捕获域逐渐增大;微粒折射率增加时,拉盖尔-高斯光束和高斯光束的轴向和横向捕获效率均先增加后递减,捕获效率出现了一个峰值,微粒折射率约在 1.39~1.69 是稳定捕获的最佳数值.

关键词: 光镊;电磁散射; T 矩阵;拉盖尔-高斯光束;捕获力;捕获效率; Q 因子

中图分类号: TN 249 **文献标志码:** A

光镊^[1]诞生于 1986 年,由于其能够无损伤、无接触地操纵和捕获微粒,因而特别适用于操控活细胞和细胞器.光镊中光子与介质微粒进行动量交换产生散射力和梯度力,散射力方向沿着光的传播方向,使粒子沿着光束传播方向运动,梯度力正比于光强梯度,指向光场强度的最大处,使粒子向光束焦点运动.当梯度力大于散射力时,微粒就被捕获在光强梯度最大附近.微粒尺度大小不同时,需要采用不同的模型计算微粒的受力情况.粒子半径远大于入射光波波长时,采用几何光学模型,粒子半径远小于入射光波波长时,采用瑞利散射理论.半径与入射光波长相近的微粒由于较易被显观测,常常被选为光镊实验的探针或手柄^[2],但在该尺度范围很难得到捕获力精确的数值解.近年来,光镊捕获力的一个研究方向就是将光镊与微粒的相互作用问题视为电磁散射问题^[3-10].拉盖尔-高斯光束是一种空心光束,其空心光镊阱域较小,更适合捕获小尺寸的微粒,对微粒的定位更精确^[11].徐升华^[12]用几何光学方法,研究了高斯光束、空心高斯光束(将高斯光束中心堵住变成环形光)和拉盖尔-高斯光束对粒子横向捕获力.崔国强等^[13]在几何光学范围内对空心光镊和实心光镊有效捕获力进行比较.任洪亮等^[14]用几何光学的方法对拉盖尔-高斯光束和高斯光束捕获力进行了比较.Padgett 等^[15]用实验证明高阶拉盖尔-高斯光束的轴向捕获效率高于低阶的,而横向的捕获效率基本相同.Nieminen 等^[16]运用电磁场理论,对拉盖尔-高斯光束、高斯光束、径向和轴向偏振光束的捕获力进行了比较.本文基于电磁场理论,研究拉盖尔-高斯光束的不同阶数、微粒尺寸大小和微粒折射率大小等参数对光镊轴向和横向捕获效率的影响.

1 理论计算

1.1 拉盖尔-高斯光束

LG_{*p,l*} 光束是一种发散的高斯光束,是亥姆霍兹方程在缓变振幅近似下的一个特解,具体表达式为

$$\begin{aligned} \text{LG}_{p,l}(r,\varphi,z) = & (A_{p,l}w_0/w)(\sqrt{2}r/w)^l L_p^l(2r^2/w^2)\exp(-r^2/w^2) \times \\ & \exp(-i(k(z+r^2/2R)-(2p+l+1)\tan^{-1}(z/z_0))) \cdot \exp(i l \varphi), \end{aligned} \tag{1}$$

收稿日期: 2013-12-23

通信作者: 任洪亮(1980-),男,副教授,主要从事光镊建设和应用、光电检测和应用的研究. E-mail: renhongliang@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61178015);福建省自然科学基金资助项目(2012J05120);中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(JB-ZR1146)

式(1)中:\$(r, \varphi, z)\$为场点的柱坐标;\$k\$为波数;\$A_{p,l}\$为振幅常数;\$w_0\$为\$z=0\$处的光斑半径;\$w\$为拉盖尔-高斯光束的光斑半径;\$R\$为拉盖尔-高斯光束的等相面曲率半径;\$L_p^l(2\frac{r^2}{w^2})\$为缔合拉盖尔多项式;\$z_0\$为瑞利长度或共焦参数,表示为

$$z_0 = \frac{k w_0^2}{2} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}. \quad (2)$$

\$p\$与亮光环的个数有关,文中研究\$p=0\$,仅有1个亮光环的情况;\$l\$为拉盖尔多项式的阶数,与光环的半径成正比关系,LG\$_{p,l}\$光束具有轨道角动量,可以旋转被捕获的微粒\$^{[17]}\$.随着LG\$_{p,l}\$光束阶数\$l\$的增加,角动量也会增大\$^{[12]}\$.利用高阶LG\$_{p,l}\$光束可获得较大的角动量,但是阶数\$l\$的增加可能会导致捕获效率的下降,因此,阶数的选取很重要.

1.2 T矩阵法基本原理

光镊中,在所要计算的位置及方向上,将入射光束\$\mathbf{E}_{\text{inc}}(r)\$分解为球面矢量波,即

$$\mathbf{E}_{\text{inc}}(r) = \sum_{n,m} [\alpha_{n,m} \mathbf{M}_{n,m}^{(1)}(kr, \theta, \varphi) + \beta_{n,m} \mathbf{N}_{n,m}^{(1)}(kr, \theta, \varphi)]. \quad (3)$$

将散射场\$\mathbf{E}_{\text{scat}}(r)\$同样分解为球面矢量波,即

$$\mathbf{E}_{\text{scat}}(r) = \sum_{n,m} [p_{n,m} \mathbf{M}_{n,m}^{(3)}(kr, \theta, \varphi) + q_{n,m} \mathbf{N}_{n,m}^{(3)}(kr, \theta, \varphi)]. \quad (4)$$

式(3),(4)中:\$\alpha_{n,m}, \beta_{n,m}\$为入射场的展开系数;\$p_{n,m}, q_{n,m}\$为散射场的展开系数;矢量球谐函数\$\mathbf{M}_{n,m}(r, \theta, \varphi), \mathbf{N}_{n,m}(r, \theta, \varphi)\$可以表示为

$$\mathbf{M}_{n,m}(r, \theta, \varphi) = \frac{z_n(kr)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{n,m} \hat{\theta}}{\partial \theta} - z_n(kr) \frac{\partial Y_{n,m} \hat{\varphi}}{\partial \theta}, \quad (5)$$

$$\mathbf{N}_{n,m}(r, \theta, \varphi) = \frac{z_n(kr)}{kr} n(n+1) Y_{n,m} \hat{r} + \frac{1}{kr} \frac{d(kr z_n)}{d(kr)} \frac{\partial Y_{n,m} \hat{\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{kr \sin \theta} \frac{d(kr z_n)}{d(kr)} \frac{\partial Y_{n,m} \hat{\varphi}}{\partial \theta}. \quad (6)$$

当矢量球谐函数中上标为(1)和(3)时,\$z_n(kr)\$分别用贝塞尔函数\$j_n(kr)\$和汉克尔函数\$h_n(kr)\$表示.\$Y_{n,m}\$为归一化标量球谐函数,表示为

$$Y_{n,m} = Y_{n,m}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}} \times P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi), \quad (7)$$

式(7)中:\$P_n^m(\cos \theta)\$为勒让德函数,其表达式为

$$P_n^m(\cos \theta) = \frac{(-1)^m}{2^n n!} (\sin \theta)^m \times \frac{d^{m+n}}{(d \cos \theta)^{m+n}} (\cos^2 \theta - 1)^n. \quad (8)$$

麦克斯韦方程具有线性性质,因此,入射场和散射场的展开系数之间存在一定的线性关系,现将\$\alpha_{n,m}, \beta_{n,m}\$简写为\$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}\$,\$p_{n,m}, q_{n,m}\$简写为\$\mathbf{p}, \mathbf{q}\$,其线性关系可用\$\mathbf{T}\$矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^{11} & T^{12} \\ T^{21} & T^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

即

$$p_{n,m} = \sum_{n',m'} (T_{n,m,n',m'}^{11} \alpha_{n',m'} + T_{n,m,n',m'}^{12} \beta_{n',m'}), \quad (10)$$

$$q_{n,m} = \sum_{n',m'} (T_{n,m,n',m'}^{21} \alpha_{n',m'} + T_{n,m,n',m'}^{22} \beta_{n',m'}), \quad (11)$$

式(10)~(11)中:\$T^{11}, T^{12}, T^{21}, T^{22}\$分别为\$\mathbf{T}\$矩阵的元素\$^{[18]}\$.

1.3 捕获力的计算

光镊中,辐射捕获力是由Maxwell应力张量计算动量传递而获得的1个矢量\$^{[19]}\$,用一系列散射场展开系数\$p_{n,m}, q_{n,m}\$和入射场展开系数\$\alpha_{n,m}, \beta_{n,m}\$展开,有

$$F_z = -\frac{\epsilon}{2k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \text{Im} \left(\frac{1}{n+1} \sqrt{\frac{n(n+2)(n-m+1)(n+m+1)}{(2n+1)(2n+3)}} \times \right. \\ \left. (2p_{n+1,m}^* p_{n,m} + 2q_{n+1,m}^* q_{n,m} + p_{n+1,m}^* \alpha_{n,m} + \alpha_{n+1,m}^* p_{n,m} + q_{n+1,m}^* \beta_{n,m} + \beta_{n+1,m}^* q_{n,m} + \right. \\ \left. \frac{m}{n(n+1)} i (2q_{n,m} p_{n,m}^* + p_{n,m} \beta_{n,m}^* + \alpha_{n,m} q_{n,m}^*)), \right. \quad (12)$$

式(12)中: k 为波数; ϵ 为粒子周围介质的介电常数.

捕获效率是电磁场动量转移到粒子上的有效部分,与入射光功率无关,由于力是矢量,所以捕获效率有 3 个分量^[19]. 其中:轴向捕获效率为

$$Q_z = -\frac{2}{p} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{m}{n(n+1)} \text{Re}(\alpha_n^* \beta_{n,m} + p_{n,m}^* q_{n,m}) - \frac{1}{n+1} \sqrt{\frac{n(n+2)(n-m+1)(n+m+1)}{(2n+1)(2n+3)}} \times$$
$$\text{Re}(\alpha_n \alpha_{n+1,m}^* + \beta_{n,m} + \beta_{n+1,m}^* - p_{n,m} p_{n+1,m}^* - q_{n,m} q_{n+1,m}^*).$$

(13)

式(13)中: p 为入射光功率.

2 数值模拟与分析

光波在高数值孔径聚焦时,其矢量特性很大程度上影响着焦点区域光强分布^[20]. 一般情况下,高数值孔径的聚焦物理过程可用 Wolf 积分描述,但该理论比较成熟且复杂,文中不做详细讨论. 现将 $\text{LG}_{0,l}$ 入射光束视为最简单的线偏振^[21]处理,入射光束焦点设为坐标原点,其束腰与入瞳孔径的大小为

$$w_0 = \frac{\sqrt{k^2 \tan^2 \theta}}{2\pi \tan(\alpha \cdot \frac{180}{\pi})}.$$

(14)

式(14)中: k 为波数; θ 为各束光线会聚角; $\alpha = \text{asin}(\frac{\text{NA}}{n_m}) \cdot \frac{\pi}{180}$ 为最大半孔径角,数值孔径 $\text{NA} = 1.25$, n_m 为折射率为 1.33 的水溶液;入射光束的波长为 1 064 nm. 计算过程中,变量分别是拉盖尔多项式的阶数、微粒半径 r_p 和微粒折射率 n_p . 其他参量均保持不变. 文中主要研究反向捕获效率即光镊 Q 因子^[22]取到负值时的捕获效率,因为此时光镊中的微粒受到的合力为沿负光轴方向的拉力,该拉力决定了微粒能否被稳定捕获. 反向捕获效率曲线与 x 轴围成的区域为捕获域.

拉盖尔多项式阶数 l 取 0, 2, 4, 5, 6 阶时,光镊对折射率为 1.59,半径为 2.0 μm 的球形微粒的轴向和横向捕获效率曲线,如图 1 所示. 由图 1(a)可知:低阶数的 $\text{LG}_{0,l}$ 光束轴向捕获效率曲线大致相同,随着阶数增加,轴向捕获效率(Q_z)最大值点逐渐靠近光束焦点,其最大值和捕获域均随着阶数的增加先增大后减小. 当阶数为 2 阶时,轴向捕获效率达到最大,捕获域相应的达到最大;当阶数为 6 阶时,捕获效率和捕获域都比较小. 由图 1(b)可知:光镊横向捕获效率曲线的最大值随着阶数增加逐渐减小. 特别地,当阶数为 0 阶时, $\text{LG}_{0,0}$ 光束即为最常用的基模高斯光束,其横向捕获效率(Q_r)最大. 权衡光镊轴向和横向捕获效率,阶数不超过 4 阶的 $\text{LG}_{0,l}$ 光束是捕获光源的理想选择.

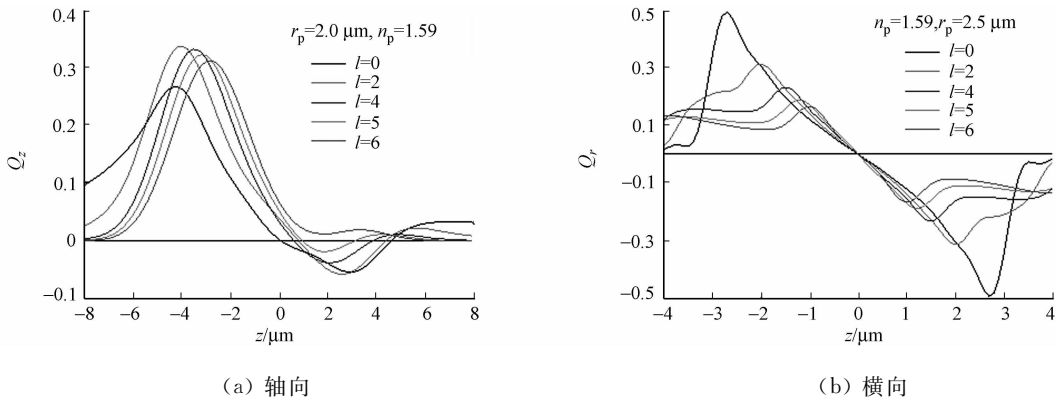


图 1 不同阶数的 $\text{LG}_{0,l}$ 光束的捕获效率曲线

Fig. 1 Trapping efficiency curve of $\text{LG}_{0,l}$ beam with different orders

研究微粒半径不同对捕获效率的影响,取微粒折射率为 1.59,半径分别为 0.8, 1.2, 2.0, 2.8, 3.6 μm . 用高斯光束和 $\text{LG}_{0,3}$ 光束作为入射光束,模拟的轴向和横向捕获效率曲线,如图 2 所示. 由图 2(a), (b)可以看出:高斯光束和 $\text{LG}_{0,3}$ 光束的轴向最大捕获效率最大值均逐渐远离光束焦点. 高斯光束轴向捕获效率的最大值基本保持不变(约 0.08),但随着微粒半径的增加,其捕获域逐渐增大,而 $\text{LG}_{0,3}$ 光束轴向捕获效率的最大值和捕获域均随着微粒半径的增加而增大. 当微粒半径为 3.6 μm 时, $\text{LG}_{0,3}$ 光束的轴向捕获效率约为 0.11,高斯光束约为 0.08. 当 r_p 为 0.8 μm 时, $\text{LG}_{0,3}$ 光束的轴向捕获效率约为 0.02,

高斯光束约为 0.08, 即微粒半径小于入射波长时, 高斯光束的轴向捕获效率高于 $LG_{0,3}$ 光束。

高斯光束和 $LG_{0,3}$ 光束横向捕获效率图, 如图 2(c), (d) 所示. 由 2(c), (d) 可以看出: 横向捕获效率均随着微粒半径的增加而增大, 当微粒半径小于入射光波长时, $LG_{0,3}$ 光束的横向捕获效率较小。

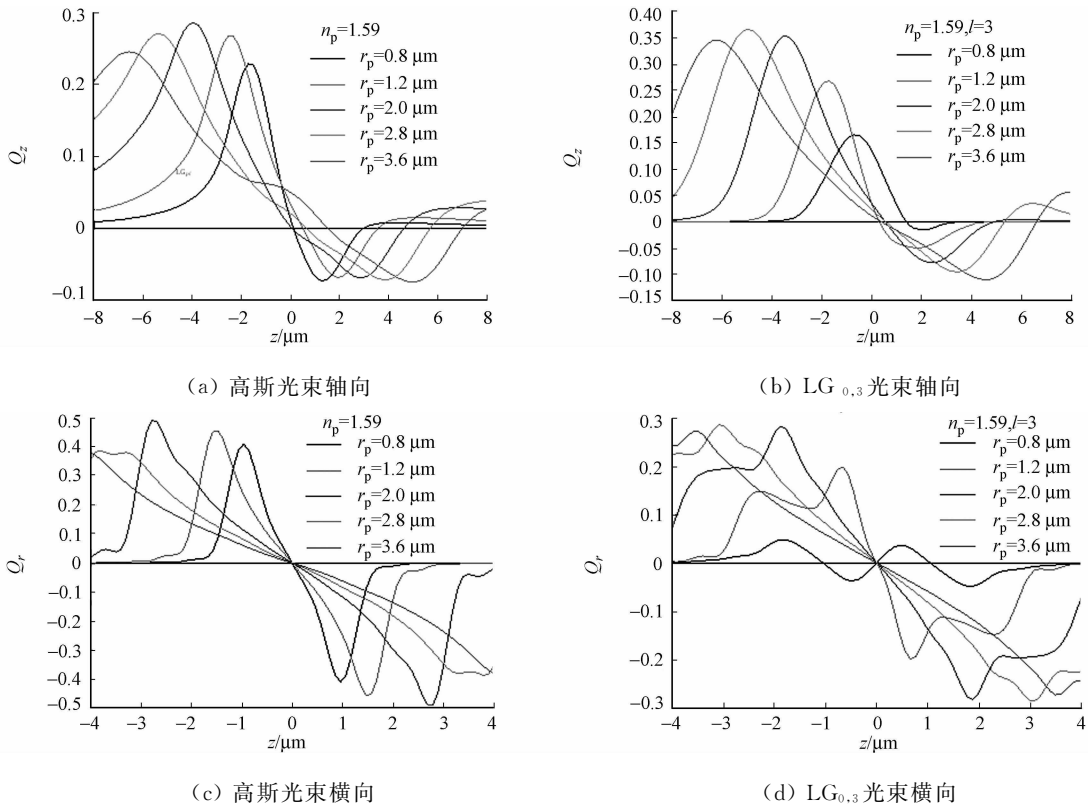
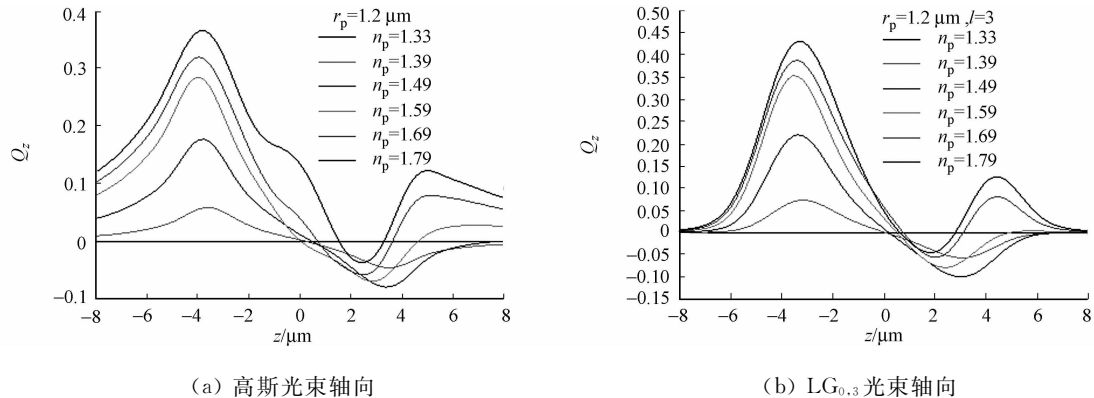


图 2 捕获不同半径微粒的捕获效率曲线

Fig. 2 Trapping efficiency curve of particles with different radii

微粒半径为 2.0 μm , 微粒折射率分别取 1.33, 1.39, 1.49, 1.59, 1.69 和 1.79, 高斯光束和 $LG_{0,3}$ 光束为捕获光源的捕获效率曲线, 如图 3 所示. 当微粒折射率与周围介质折射率相同时, 微粒不能被任何光束捕获, 所以该捕获曲线是一条与 x 轴重合的直线. 由图 3(a), (b) 可以看出: 高斯光束和 $LG_{0,3}$ 光束轴向捕获效率曲线均随微粒折射率的增加而增大. 当微粒折射率达到 1.49 时, 轴向捕获效率曲线出现一个最大峰值. 图 3(a) 中高斯光束的最大峰值约为 0.08, 而图 3(b) 中 $LG_{0,3}$ 光束的最大峰值约为 0.1, 说明微粒折射率为 1.49 时, $LG_{0,3}$ 光束的轴向捕获效率高. 之后, 轴向捕获效率随微粒折射率的增加而减小, 高斯光束的轴向捕获效率曲线的稳定平衡点逐渐远离光束焦点, 而 $LG_{0,3}$ 光束的变化较小, 说明 $LG_{0,3}$ 光束捕获微粒时适用性好. 由图 3(c), (d) 可以看出: 高斯光束和 $LG_{0,3}$ 光束横向捕获效率曲线也随着微粒折射率的增加先增大后减小; 当折射率约为 1.59 时, 横向捕获效率出现峰值. 总体而言, 微粒折射率在 1.39~1.69 是光束稳定捕获的最佳数值。



(a) 高斯光束轴向

(b) $LG_{0,3}$ 光束轴向

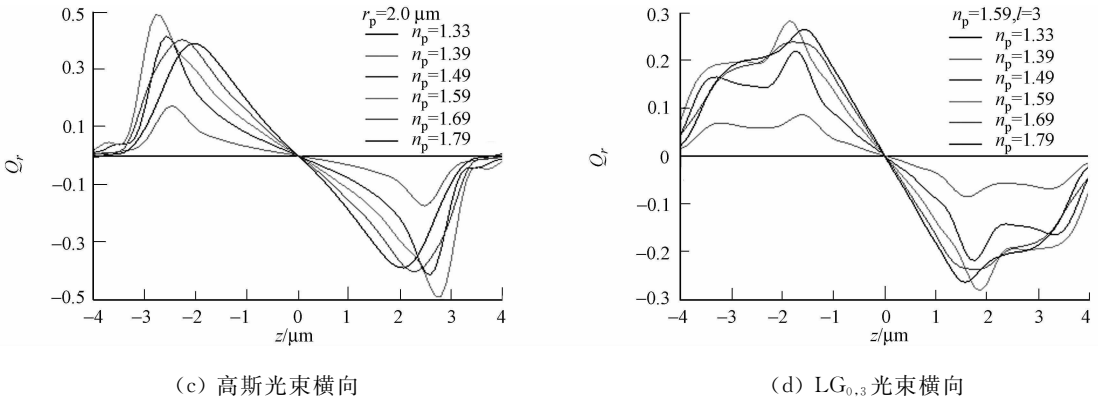


图 3 捕获不同折射率微粒的捕获效率曲线

Fig. 3 Trapping efficiency curve of particles with different refractive indices

3 结束语

计算结果表明:拉盖尔多项式的阶数、微粒半径与微粒折射率等不同因素对光束捕获效率的影响并不相同.当拉盖尔多项式的阶数为 2 时, $LG_{0,l}$ 光束轴向捕获效率达到最大;当阶数不超过 4 阶时,轴向捕获效率都较高.因此,阶数不超过 4 的 $LG_{0,l}$ 光束可作为理想光源的选择.微粒半径对 $LG_{0,l}$ 光束的影响比较大,其捕获效率和捕获域随着微粒半径的增加而增大,而高斯光束的捕获效率最大值基本保持不变,只是捕获域随微粒半径的增加逐渐变大.相比之下, $LG_{0,l}$ 光束是捕获微粒的理想选择.微粒折射率对 $LG_{0,l}$ 光束和高斯光束的影响基本相同,均随着微粒折射率的增加先增大后减小,但 $LG_{0,l}$ 光束的轴向捕获效率比较高,折射率约在 1.39~1.69,微粒就容易被稳定捕获.文中的研究结果有助于光镊光源和微粒选取.

参考文献:

[1] ASHKIN A,DZIEDZIC J M,BJORKHOLM J E, et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. Optics Letters,1986,11(5):288-290.

[2] CAO Yong-yin,ALEXANDER B S,CHEN Li-xue, et al. Equilibrium orientations and positions of nonspherical particles in optical traps[J]. Optics Express,2012,20(12):12987-12996.

[3] WATERMAN P C. Matrix formulation of electromagnetic scattering[J]. Proceedings of the IEEE,1965,53(8):805-812.

[4] NIEMINEN T A,RUBINSZTEIN-DUNLOP H,HECKENBERG N R. Calculation and optical measurement of laser trapping forces on non-spherical particles[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer,2001,70(4/5/6):627-637.

[5] WATERMAN P C. Symmetry, unitary and geometry in electromagnetic scattering[J]. Physical Review D,1971,3(4):825-839.

[6] PETERSON B,STROM S. T matrix for electromagnetic scattering form an arbitrary number of scatters and representation of $E(3)$ [J]. Physical Review D,1973,8(3):3661-3677.

[7] MICHAEL I,MISHCHENKO,LARRY D T, et al. T -matrix computations of light scattering nonspherical partical: A riview[J]. Quant Spectrosc Radial,1996,55(5):515-535.

[8] MICHAEL I,MISHCHENKO,GORDEN V, et al. T -matrix theory of electromagnetic scattering by particles and its applications: A comprehensive reference database[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2004,88(1/2/3):357-406.

[9] VIDEEN G. Light scattering from a sphere near a plane interface[M]. Berlin:Springer-Verlag,1999:1-20.

[10] TIMO A N,VINCENT L Y L,ALEXANDER B, et al. Optical tweezers computational toolbox[J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics,2007,9(8):196-203.

[11] 尹良红,李银妹,楼立人,等. 空心新型光阱的实验研究[J]. 中国激光,2003,30(3):211-216.

[12] 徐升华. 光镊技术研究微粒碰撞聚集过程和分散体系的稳定性[D]. 合肥:中国科学技术大学,2005:109-117.

[13] 崔国强,李银妹,翁明琪,等. 环形光对光阱有效捕获力的提高[J]. 中国激光,2001,28(1):89-94.

[14] 周业鹏,任洪亮,王娟,等. 拉盖尔-高斯光束与高斯光束捕获力比较[J]. 光子学报,2013,34(6):62.

[15] ONEIL,ANNA T,PADGETT M J. Axial and lateral trapping efficiency of Laguerre-Gaussian modes in inverted optical tweezers[J]. Optics Communications,2001,193(1/2/3/4/5/6):45-50.

[16] NIEMINEN T A,HECKENBERG N R,RUBINSZTEIN-DUNLOP H. Forces in optical tweezers with radially and azimuthally polarized trapping beams[J]. Optics Letters,2008,33(2):122-124.

[17] 高红芳,任煜轩,刘伟伟,等. 酵母细胞在涡旋光阱中的旋转动力学研究[J]. 中国激光,2011,38(4):0404002(1-6).

[18] GOUESBET G. *T*-matrix formulation and generalized Lorenz-Mie theories in spherical coordinates[J]. Optics Communications,2010,283(4):517-521.

[19] YAN Shao-hui,YAO Bao-li. Radiation forces of highly focused radially polarized beam on spherical particles[J]. Physical Review A,2007,76(5):053836(1-6).

[20] 翁晓羽,郭汉明,董祥美,等. 拉盖尔高斯径向偏振光高数值孔径聚焦特性[J]. 光子学报,2011,40(5):798-802.

[21] 周国泉. 线偏振拉盖尔-高斯光束的远场发散特性[J]. 物理学报,2012,61(2):024208(1-9).

[22] 周业鹏,任洪亮. 球差对光镊中粒子轴向力的影响[J]. 华侨大学学报:自然科学版,2013,34(6):623-626.

Trapping Properties of the Laguerre-Gaussian Beams Optical Tweezers

WANG Juan, REN Hong-liang, ZHOU Ye-peng

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: The relationship between optical tweezers trapping efficiency and the orders of the Languerre-Gaussian beams (LG beams), the refractive index and the size of the particles were studied by using *T*-matrix method. The axial and radial trapping efficiency of optical tweezers of the LG beams and that of the TEM00-mode Gaussian beams were compared. The results show that the trapping efficiency was influenced by the orders of the LG beams. The axial trapping efficiency of the LG beams with orders less than 4 are higher than that of the LG beams with orders more than 4. The axial trapping efficiency and the trapping regions of the LG beams increased with increasing of the particles radii, meanwhile, the axial trapping efficiency of the Gaussian beams almost keeps constant, but the trapping regions increased gradually. The axial and radial efficiency of optical tweezers of the LG beams and the TEM00-mode Gaussian beams increased first and then decreased, with increasing of the refractive indices of the particles, and the trapping efficiency has a peak. The particles with refractive indices between 1.39 and 1.69 were stably trapped.

Keywords: optical tweezers; electromagnetic scattering; *T*-matrix; Laguerre-Gaussian beam; trapping force; trapping efficiency; *Q* factor

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 吴逢铁)