

Mealy 机的实时系统调度方法

汲洋弘康, 王飞, 余婷

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 为得到实时并发系统的最优运行路径,提出一种基于 Mealy 机建模的最优调度方法.通过分析以 P-time Petri 网建模的实时系统,并用 Mealy 机建立中库所及其对应时间的关系,得到在满足系统非死锁、非阻塞特性下的最优路径.基于这种方法,可获得 P-time Petri 网的最优合法序列.通过实例验证表明:所提出的方法具有较好的效果.

关键词: 实时系统; Mealy 机; P-time Petri 网; 调度分析

中图分类号: TP 271.8

文献标志码: A

在实时领域中,调度分析是一个非常重要的研究方向.自从 20 世纪 70 年代 Liu 等^[1]提出调度分析模型以来,研究人员针对不同的系统计算模型和不同的调度策略,提出了大量的调度分析方法.由于很多实际过程都可以抽象为离散事件动态系统过程,合理利用有限自动机理论进行建模是实现过程自动化的关键^[2-3].近年来,虽然结合离散事件系统模型进行调度分析的方法越来越多^[4-6],但是在对实时系统进行调度时,无论是自动机还是 Petri 网都很容易陷入死锁或阻塞的状态. Petri 网因其所提供的理论信息非常丰富,而被广泛应用于计算机科学、控制科学、系统科学等交叉领域. Tarek 等^[4]为了寻找 Petri 网的最优激发序列,结合最优原则和线性规划,提出了一种避免死锁的改进方法.苏国军等^[5]对半导体制造系统,提出了基于分层着色时间 Petri 网模型的分时段优化调度方案,克服了模型规模膨胀的缺陷. Bonhomme^[7]针对实时系统的 Petri 网建模问题,提出了“Firing Instant Notion”,给出满足安全性的 P-TPN 对实时系统进行建模分析的方法,但并未涉及算法的分析.解决 Petri 网模型中主干路径的寻优问题,有利于对复杂系统进行分析^[8].基于此,本文提出一种基于 Mealy 机建模的最优调度方法.

1 基本概念

TPN(time Petri-nets)是为了解决 PN 中某些没办法被很好描述的约束而提出的,用来证明和详述并发系统的形式化工具^[9].禁止 TPN 中会超过终止期限的变迁发生,对于系统正常运行是非常重要的^[10].使用 TPN 可以允许在其组成部分的执行期间上引入时间约束,而 P-TPN 则是在其库所上引入了静态时间区间^[11].

定义 1^[7] P-TPN 的形式化定义由一个二元组 $(N_r; I)$ 给定,其中

1) N_r 是普通的 Petri 网.

2) $I = [a_i, b_i], b_i \geq a_i$, 定义为在库所中一个静态操作时间区间.只有当 token 在对应的区间 $[a_i, b_i]$ 中时,token 在这个库所的输出变迁上才被认为是使能的.因此,当其操作时间最终变为 b_i 时,就不得不离开这个库所.在时间 b_i 后,token 将会失去活性,并且不再考虑变迁的使能,从而导致系统阻塞.

实际上,每个 token 还存在一个动态区间,描述系统在整个正常运行过程中的总和与时间区间^[11].

定义 2^[12] 设 $N = (S, T; E, M_0)$ 为 1 个 Petri 网, $s \in S$. 若存在一个正整数 B , 使得 $\forall M \in R(M_0)$:

$M(s) \leq B$, 则称库所 s 为有界的, 并称满足此条件的最小正整数 B 为库所 s 的界, 记为 $B(s)$. 即 $B(s) = \min\{B \mid \forall M \in R(M_0) : M(s) \leq B\}$. 其中: 当 $B(s) = 1$ 时, 则称库所 s 为安全的.

2 用 Mealy 机建立时间关系模型

P-TPN 中, 库所上的时间是本质研究对象^[7], 不仅要考虑 token 在库所中的活性, 还要考虑使系统正常运行的时间约束. 基于文献[7]中的安全 Petri 网模型, 分析其库所及其对应时间约束的关系. 通过将 Petri 网的变迁转换成 Mealy 机的输出集合 Δ , 并把时间约束边界作为 Mealy 机的输入集合 Σ , 可以简单直观的得到主干路径的调度结果.

基于一个 token, 考虑不同的库所和变迁, 可以将 P-TPN 网状结构分成 5 类, 如图 1 所示. 由图 1 可知: 图 1(e) 由于缺少 token, 需要与其他情况相结合才有意义; 图 1(b), (c) 组合因所形成的 Petri 网在选择变迁时具有不确定性, 故不予以考虑; 将图 1(a) 看作串联型结构, 图 1(c), (d) 结合为一个并联型结构, 便可以确定一个库所只对应一个输出变迁.

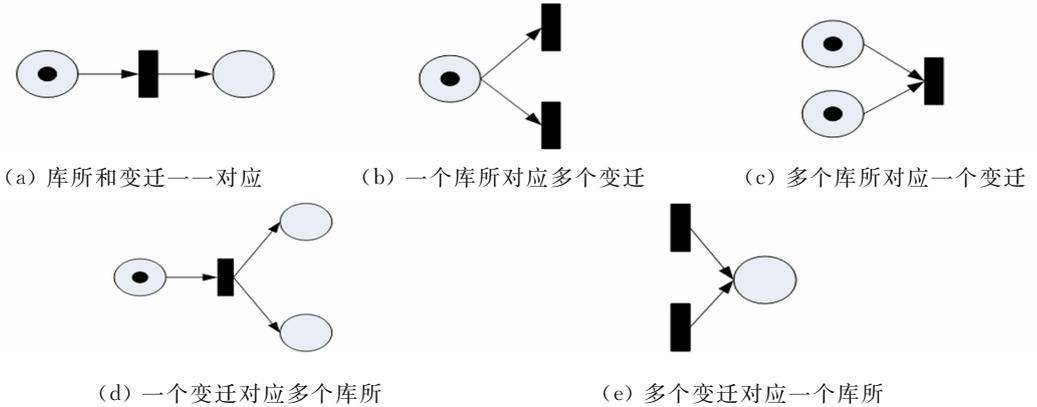


图 1 P-TPN 的 5 种分类情况

Fig. 1 Five kinds of classification in P-TPN

2.1 用 Mealy 机表示 P-TPN 的运行序列

2.1.1 串联结构的 P-TPN 一个有界的 P-TPN, $N = (N_r; I)$, 其中: $N_r = (P, T, E)$; $P = \{P_i \mid i = 0, 1, 2, 3, \dots, n\}$; $T = \{t_j \mid j = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$; $I = [a_i, b_i]$. 此时, 只有一个 token 在 P_0 , 且对任意的 P_i 只有一个与其对应的输入变迁 t_{i-1} 和输出变迁 t_i , 则在这个 Petri 网运行过程中, 转移状态与时间极值的关系可以转化成 Mealy 机. 即 $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \Delta, \varphi)$, 状态 Q 为 P 的幂集; $\Sigma = \{a_i, b_i \mid i = 0, 1, 2, 3, \dots, n\}$; $\delta(q_i, a_i) = q_{i+1} \cup \delta(q_i, b_i) = q_{i+1}$; $\Delta = \{t_i \mid i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$; $\varphi(q_i, a_i) = t_i \cup \varphi(q_i, b_i) = t_i$.

由定义 1 可知: 在 P_i 中的 token, 必须在 $[a_i, b_i]$ 时间段内向下一个变迁转移, 故可以用 Σ 来表示所选择的时间点集合. 由于时间点的不确定性, 使所得到的输入集合 Σ 包含许多元素, 从而在进行相关描述时导致状态空间爆炸问题. 因此, 针对考虑的最优调度序列, 在进行分析时简化不同时间点所产生的影响, 用时间约束边界作为 Mealy 机的输入集合 Σ . 根据定义 1, 对应于这种结构的 P-TPN 模型, 假定系统可以正常运行, 即每个库所对应的变迁都可以触发, 则可用 Mealy 机中的 Q 表示网中的库所, δ 表示由库所中的 token 在时间极点处进行的转移, φ 表示当前库所对应的输出变迁. 此时, 可得到用于描述库所及其对应激发时间关系的 Mealy 机, 如图 2 所示.

任意有界的 Petri 网都可以用相应的有限自动机来模拟^[11]. 当用 P-TPN 描述实时系统时, 由于库所 P_i 中的 token 只能在 $[a_i, b_i]$ 区间内发生, 那么其变迁只是为了进一步体现状态转移的路径^[7]. 因此, 可以用区间极点作为输入集合 Σ , 各库所对应的输出变迁作为输出集合 Δ , 构造带输出的 Mealy 机模型, 描述系统中各个环节静态区间极点的线性组和, 即此时系统正常运行总时间为

$$t_s \in \left[\sum_{i=0}^n a_i, \sum_{i=0}^n b_i \right].$$

那么, 所构造的 Mealy 机的输出就对应着原 T-TPN 的正常运行序列.

2.1.2 并联结构的 P-TPN 并联结构的 P-TPN 模型, 如图 3 所示. 由图 3 可知: P_0 在经过变迁 t_0 后,

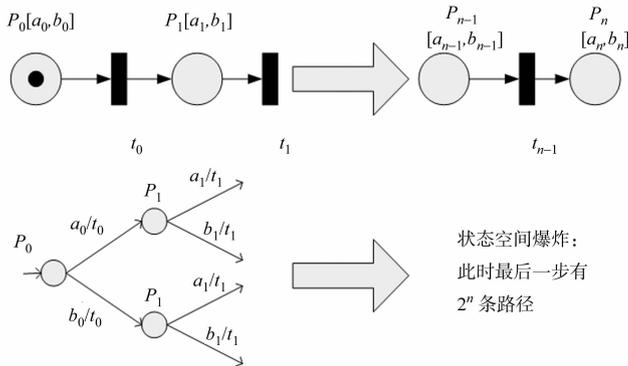


图 2 Mealy 机状态转移图

Fig. 2 Mealy machine state transition diagram

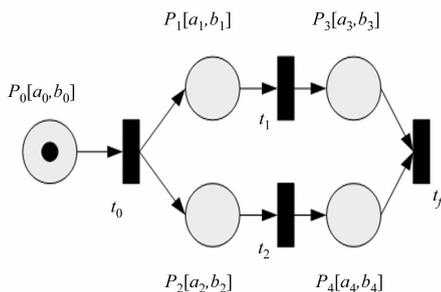


图 3 并联结构的 P-TPN 模型

Fig. 3 Parallel structure of the P-TPN model

P_1, P_2 中都含有 token, 可认为系统从状态 $\{P_0\}$ 经过时间 $T_0 \in [a_0, b_0]$ 过渡到状态 $\{P_1, P_2\}$, 之后对应 2 个变迁 t_1 和 t_2 , 此时存在以下 2 种情况。

1) $[a_1, b_1] \cap [a_2, b_2] \neq \emptyset$. 设 $[a_1, b_1] \cap [a_2, b_2] = [a_2, b_1]$, t_1 可以先触发到达状态 $\{P_3, P_2\}$, 再触发 t_2 到达状态 $\{P_3, P_4\}$; 或 t_2 先触发, t_1 后触发; 也可以在交集内 t_1, t_2 同时触发, 直接到达状态 $\{P_3, P_4\}$. 此时, 可以将状态与时间的关系转换成对应的 Mealy 机, 如图 4 所示. 由图 4 可知: 在分时触发的情况下, 其状态图形非常复杂, 且还要考虑输入小于零所导致无法触发的情况; 左右两种构造情况, 所描述的时间线性组合是一致的。

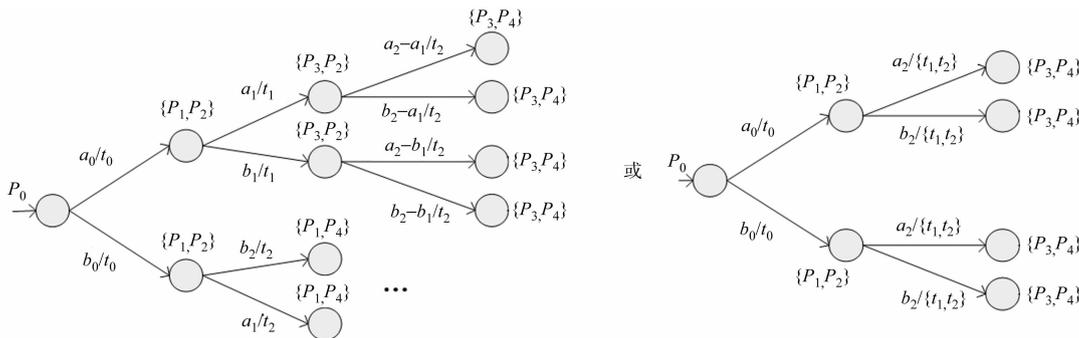


图 4 并联结构 P-TPN 模型的状态转移图

Fig. 4 State transition diagram in parallel structure of the P-TPN model

2) $[a_1, b_1] \cap [a_2, b_2] \neq \emptyset$. 若 $a_2 > b_1$, t_1 先触发到达状态 $\{P_3, P_2\}$, 则可能的变迁激发序列是 $t_0 t_1 t_2$; 若 $a_1 > b_2$, t_2 先触发到达状态 $\{P_1, P_4\}$, 则可能的变迁激发序列是 $t_0 t_2 t_1$, 用 Mealy 机描述如图 5 所示. 由图 5 可知: P-TPN 中多个库所对应同一输入变迁的情况, 反映到自动机上的对应状态时, 可以用这几个库所的并集来表示。

由于在 P-TPN 中, 控制系统运行的是库所中的活性 token. 在经过同一变迁时, 可以同时进入 2 个不同的库所中, 同样的进程反映到自动机上时, 只是一个状态向另一个状态的转移. 如果不对库所进行合并, 而是分成 2 种状态, 就会出现非确定型自动机, 这与 P-TPN 相悖. 因此, 对库所进行正确的合并, 可以有效的还原原系统中时间与转移状态之间的关系。

2.1.3 特殊并联型结构的 P-TPN 带控制环节的 P-TPN 模型, 如图 6 所示. 对于图 6 的并发系统, 只能让其中一个库所中的 token 进入等待, 避免产生死锁。

设此时满足 $[a_1, b_1] \cap [a_2, b_2] \neq \emptyset$. 当变迁 t_1 和 t_2 同时触发时, 为了争夺在 $P_{control}$ 中的唯一资源 (token), 就会造成 P_1, P_2 互

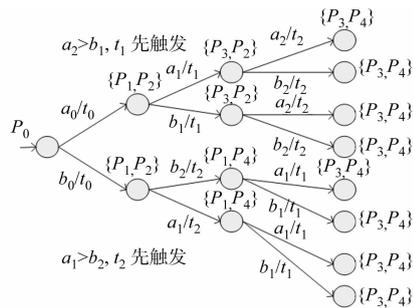


图 5 不满足 $[a_1, b_1] \cap [a_2, b_2] \neq \emptyset$ 时的并联结构 P-TPN 模型的状态转移图
Fig. 5 State transition diagram in parallel structure of the P-TPN model doesn't meet $[a_1, b_1] \cap [a_2, b_2] \neq \emptyset$

相等待的现象,使系统陷入死锁状态^[7].因此,在同一时刻,只能激活变迁 t_1 或 t_2 ,令其中一个库所中的 token 进入等待的状态.

由图 5 可知:若不对其进行简化,则会在第 5 次转移时生成 32 个不同情况的 $\{P_5, P_6\}$,从而加大了对系统进行分析的难度.

2.2 满足的约束

通过上述方法,虽然可以构造出反映变迁激发顺序的自动机模型,但并不能保证构造的模型不会发生死锁、阻塞等情况.为了使系统正常运行,需要对各个静态区间进行讨论,采用递归的思想,简化对系统正常运行所要满足约束的描述.因此,对使系统陷入死锁、阻塞以及使 token 失去活性的激发序列进行排除,根据原有 P-TPN 的模型,有以下 3 种情况.

- 1) 串联型(图 2),满足每个库所中的 token 都在使能区间内触发转移就可以保证系统正常运行.
- 2) 并联型(图 3),满足到达最终变迁 t_f 前,每条直线型支路的总区间交集不为空.即 $[a_1 + a_3, b_1 + b_3] \cap [a_2 + a_4, b_2 + b_4] \neq \emptyset$,之后每条直线型的约束满足情况 1).
- 3) 存在控制环节的并发系统(图 6),要先满足与控制环节相连的每条支路都安全运行,避免死锁.即 $\{[a_1 + a_3, b_1 + b_3] \cap [a_2, b_2]\} \cup \{[a_1, b_1] \cap [a_2 + a_4, b_2 + b_4]\} \neq \emptyset$,最后满足情况 2).

在直线型结构中,若 token 经过库所时都保持活性,则系统一定可以正常运行,这也是系统正常运行的基础.在分支型结构中,多条支路对应同一 t_f 的情况,由定义 1 可知: t_f 之前的库所中,都要存在一个没有失去活性的 token, t_f 才能被激发.由于各支路在到达 t_f 前相对独立,互不影响,为了使系统正常运行,就需考虑每条支路到达 t_f 前的库所时,所用的时间总和,以及在这个库所中存活的时间.当存在控制器时,与控制器相连的可并发环节就类似于两条互不影响的直线型,变迁 t_1, t_2 不能同时触发,如图 6 所示.这就必定会让某条支路上的 token 陷入等待的状态,且在等待中 token 不能失去活性.此时,其局部最小值为这两条支线上与控制器相连环节的区间极小值的总和 $t_{\min} = a_1 + a_3$ 或 $t_{\min} = a_2 + a_4$.

3 实时系统的调度方法

找出系统的约束条件,虽然可以得到反映系统正常运行时间的自动机模型,但通过图 2 可知,即使是最简单的直线型,构造成自动机模型时也会使所得到的状态激增.因此,在满足系统正常运行的条件下,对系统进行并行考虑并简化模型,可以缓解状态空间爆炸的问题.

3.1 并行考虑

图 3 中:最短时间为各支路可运行时间交集的最小值.假设 $a_1 + a_3 < a_2 + a_4$ 且为安全 Petri 网,则 $[a_0 + a_1 + a_3, b_0 + b_1 + b_3] \cap [a_0 + a_2 + a_4, b_0 + b_2 + b_4] = [a_0 + a_2 + a_4, X](X \text{ 不用考虑})$,对应 2 条支路分别有 2 个极小的运行时间: $a_0 + a_1 + a_3$ 和 $a_0 + a_2 + a_4$.若取最短运行时间 $T_{\min} = a_0 + a_1 + a_3$,可知 T_{\min} 并不在交集内部,库所 P_3 中 token 有活性, P_4 中 token 没有活性或不存在 token,即系统无法触发 t_f ;反之,取 $T_{\min} = a_0 + a_2 + a_4$ 满足交集的约束,使 P_3 和 P_4 中同时具有活性 token, t_f 可以触发.因此,在进行实际分析时,可以只考虑交集内部的上下界,简化对问题的分析.

3.2 模型简化

为了得到最短运行时间的自动机模型,需要对 Σ 进行简化,剔除静态区间极点的线性组合中非极小的序列.在确定 Petri 网为安全网时,其具体的情况有以下 3 点.

- 1) 若原 P-TPN 呈直线型,则只需消除 Σ 中的 b_i .此时, $\Sigma = \{a_i | i = 0, 1, 2, 3, \dots, n\}$; $\Delta = \{t_i | i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$; $\delta(q_i, a_i) = q_{i+1}$; $\varphi(q_i, a_i) = t_i$.可以得到系统最短运行时间 $T_{\min} = \sum_{i=0}^n a_i$,及其变迁触发序列 $t_0 t_1 t_2 t_3 \dots t_{n-1}$.
- 2) 若原 P-TPN 呈并联型,可得 2 种情况.当变迁 t_1, t_2 同时触发时,设 $[a_{1,2}, b_{1,2}] = [a_1 + a_3, b_1 +$

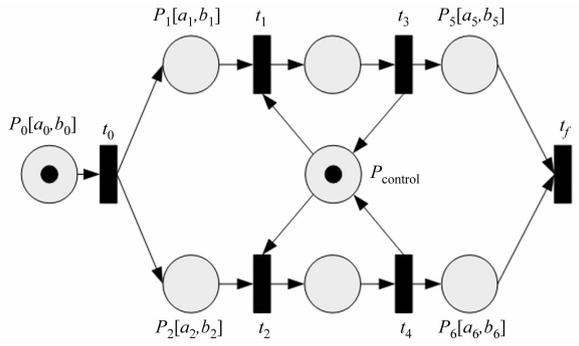


图 6 带控制环节的 P-TPN 模型
Fig. 6 P-TPN model with controlling unit

$b_3] \cap [a_2 + a_4, b_2 + b_4]$, 合并库所 P_1, P_2 为一个状态 $\{P_1, P_2\}$, 并合并 t_1, t_2 为一个输出 $\{t_1, t_2\}$. 回到情况 1) 取极小值, 对下一个状态 $\{P_3, P_4\}$ 进行讨论; 当变迁 t_1, t_2 不可同时触发时, 设 $a_{1,2} = \min(a_1, a_2)$, 优先运行静态区间小的库所, 达到下一个状态 $\{P_1, P_4\}$ 或 $\{P_3, P_2\}$ 后, 继续进行讨论.

3) 若原 P-TPN 为图 6 所示的并发结构, 则变迁 t_3 与 t_4 要分时触发. 与控制器相连的并行环节中的库所, 可以近似等价于 2 个直线型结构串联.

4 实例验证

文献[7]采用一组线性约束的方法寻找其系统最优序列, 得到最短运行时间为 1 600. 下面结合这个例子, 证明上述方法的有效性. 由于已知系统可以正常运行且已经得到结果, 故不再赘述系统所需满足的约束.

如图 7 所示的 P-TPN 模型可以分解成: 4 个直线型结构 $t_{1,1}t_{1,2}t_{1,3}t_{1,4}t_{4,0}, t_{2,1}t_{2,2}t_{2,5}t_{4,0}, t_{1,1}t_{1,2}t_{2,3}t_{2,4}t_{2,5}t_{4,0}, t_{1,1}t_{1,2}t_{2,3}t_{2,4}t_{3,1}t_{3,2}t_{3,3}t_{3,4}t_{4,0}$ 或是一组并联结构 $t_{1,1}t_{1,2}t_{1,3}t_{1,4}t_{4,0}, t_{2,1}t_{2,2}t_{2,5}t_{4,0}$; 或一组有控制环节的并发结构 $t_{2,1}t_{2,2}t_{2,5}t_{4,0}, t_{1,1}t_{1,2}t_{2,3}t_{2,4}t_{2,5}t_{4,0}$.

根据上述方法存在以下分析.

1) 首先, 由于 $a_{1,1} + a_{1,2} + a_{2,4} > a_{2,1} + a_{2,2}$, 即 $p_{2,1}$ 中的 token 以最短时间运行到 $p_{2,3}$ 时, $p_{2,4}$ 中的 token 还未触发或 $p_{2,4}$ 中还没有 token. 这样, $p_{2,0}$ 的作用就微乎其微了, 可以得到这个结构在到达 $t_{2,5}$ 处的最短时间为 300. 若此时 $t_{2,5}$ 触发, 系统就只能在 1 300 时刻触发 $t_{4,0}$, 否则 $p_{2,7}$ 的 token 就会失去活性.

2) 其次, 由于并发结构 $t_{1,1}t_{1,2}t_{2,3}t_{2,4}t_{2,5}t_{4,0}$ 和 $t_{2,1}t_{2,2}t_{2,5}t_{4,0}$ 到达 $t_{4,0}$ 的最短运行时间都是 1 300, 且与第 1 步结果重复, 因此可以略去讨论此过程.

3) 最后, 4 条直线型结构的最短运行时间 (T_{\min}) 分别是 1 300, 1 100, 1 300, 1 600. 做交运算后可知: $T_{\min} \geq 1 600$, 即 $p_{2,6}, p_{2,3}$ 中的 token 在满足活性的要求下, 最短可激活时间 $T_{\min} \geq 1 600 - 1 000 = 600$, 此时得到 $t_{2,5}$ 在 $t = 600$ 时触发, 可以达到系统运行最小值. 由于 $b_{1,5} = b_{3,5} = 3 000 \gg 1 600$, 故不用担心 $p_{3,1}, p_{3,5}$ 中 token 失去活性的问题. 据此, 可以得到简化后 Mealy 机模型的状态转移图, 如图 8 所示.

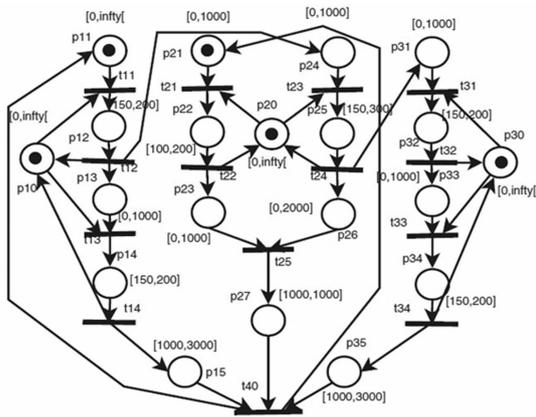


图 7 PLC 监控的 P-TPN 模型

Fig. 7 P-TPN model of PLC monitoring

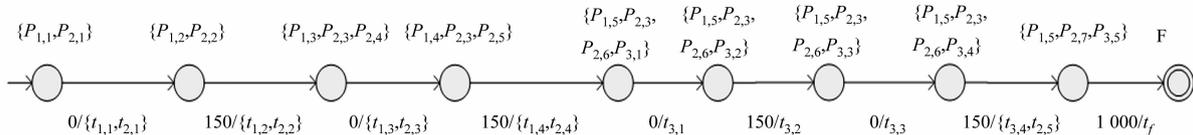


图 8 图 7 的 P-TPN 模型中库所与其对应时间关系的 Mealy 机状态转移图

Fig. 8 Mealy machine state transition diagram about the P-TPN model place and its corresponding time in figure 7

综上所述, 可以得到系统最短运行时间为 $T_{\min} = 150 + 150 + 150 + 150 + 1 000 = 1 600$. 由于很多变迁可以并发, 根据上述方法, 此 P-TPN 对应的最优触发序列并不只有一种: $(t_{1,1} t_{2,1})(t_{1,2} t_{2,2})(t_{1,3} t_{2,3})(t_{1,4} t_{2,4})t_{3,1}t_{3,2}t_{3,3}(t_{3,4} t_{2,5})t_{4,0}$ (括号内的变迁表示并发).

5 结束语

针对以 P-TPN 建模的实时系统, 提供了一种结合 Mealy 机模型的优化调度方法. 首先, 将 P-TPN 中库所与其对应时间极值的关系转化成 Mealy 机模型, 用 Mealy 机的输出表示所选择的变迁; 然后, 采用动态规划的思想, 进一步简化所生成的 Mealy 机模型, 使其能够避免状态空间爆炸问题, 直观地反映出系统最优触发序列. 采用 Mealy 机模型结合时间 Petri 网进行分析, 极大地简化了主干路径的寻求过程, 不仅有利于对 P-TPN 建模的实时系统进行分析, 而且在应用上 (如柔性制造系统进行调度分析)

也有着广泛的前景.

参考文献:

- [1] LIU C L, LAYLAND J W. Scheduling algorithms for multiprogramming in a hard real-time environment [J]. Journal of the ACM, 1973, 20(1): 46-61.
- [2] KAMALA KRITHIVASAN R R. 形式语言, 自动机理论与计算导论[M]. 孟宇龙, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2012: 42-77.
- [3] 王柏. 形式语言与自动机[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2003: 23-55.
- [4] TAREK A, LOPEZ-BENITEZ N. Optimal legal firing sequence of Petri nets using linear programming[J]. Optimization and Engineering, 2004, 5(1): 25-43.
- [5] 苏国军, 汪雄海. 半导体制造系统改进 Petri 网模型的建立及优化调度[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(7): 1372-1377.
- [6] 邵志芳, 刘仲英, 钱省三. 整合 Petri 网和蚁群优化算法用于柔性制造系统调度优化研究[J]. 计算机应用, 2006, 26(11): 2753-2755.
- [7] BONHOMME P. Scheduling and control of real-time systems based on a token player approach[J]. Discrete Event Dynamic Systems, 2013, 23(2): 197-209.
- [8] 苏海洋. Petri 网络径寻优[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2007: 15-31.
- [9] CASSEZ F, ROUX O H. From time Petri nets to timed automata[J]. Advances in Verification of Time Petri Nets and Timed Automata: A Temporal Logic Approach, 2006(1): 51-62.
- [10] MERLIN P, FARBER D. Recoverability of communication protocols-implications of a theoretical study[J]. IEEE Transactions on Communications, 1976, 24(9): 1036-1043.
- [11] CASSANDRAS C G, LAFORTUNE S. Introduction to discrete event systems[M]. Berlin: Springer, 2008: 40-42, 224-230.
- [12] 吴哲辉. Petri 网导论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 27-29.

Real-Time Scheduling Method Based on Mealy Machine

JI Yang-hong-kang, WANG Fei, YU Ting

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: In this paper, in order to get the optimal path of real-time concurrent systems, an optimal scheduling method based on Mealy machine was proposed. Through analyzing on the real-time system with P-time Petri nets model and modeling the relationship between the place and its corresponding time with Mealy machine, the optimal path satisfied with non-deadlock and non-blocking was obtained. Based on this method, the optimal legal firing sequence of P-time Petri nets can be obtained, experimental results show that, the proposed method has a good effect.

Keywords: real-time system; mealy machine; P-time Petri nets; scheduling analysis

(责任编辑: 黄晓楠 英文审校: 吴逢铁)