

平面度误差统计特征实验

王宇, 黄富贵, 李兴旺

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 针对平面度误差统计特征识别的问题,以条件概率和全概率为理论依据,提出由平面到直线再到平面的研究思路.采用三坐标测量机对某两个零件实际平面进行提取实验,通过对实验数据的分析和处理,对其平面度误差统计特征进行识别.经过检验方法计算验证,结果表明,在工艺系统稳定的情况下,加工出来的工件表面的平面度误差呈现正态分布的特征.

关键词: 平面度误差; 条件概率; 全概率; 正态分布

中图分类号: TG 83; P 207 **文献标志码:** A

平面度公差是国际标准和我国标准中规定的重要形位公差项目之一,是实际平面相对于理想平面的最大允许变动范围.平面度误差是指被测实际表面相对其理想平面的变动量,平面度误差对各种有平面装配要求的零件的工作精度、连接强度、密封性具有重要影响,同时还影响它们的运动平稳性、耐磨性、噪音及寿命等.因此,平面度误差测量对于产品质量的检测和评定具有重要意义.新一代产品几何技术规范 GPS 标准中,平面度误差测量的提取、拟合、评定是重要的环节^[1-3],合理规范这些环节,无疑对形位误差测量的具体操作是十分必要的.提取是形位误差测量的首要环节^[4-6],提取包括提取方案和提取点数的确定,提取方案和提取点数的确定对平面度误差的测量评定结果和精度都具有重要的影响. GPS 标准及有关文献对平面度误差测量的提取方案作出了具体规定,但对提取点数确定的问题未做明确说明.目前,计算机随机仿真技术^[7-8]在研究提取点数的问题上应用较广,而采用随机仿真来研究平面度误差最佳提取点数,必须知道平面度误差随机性成分的统计特性.由于平面可以看作是线的组合,因此,本文主要借助概率论的相关知识,按照由平面到直线再到平面的思路,研究分析不同精度等级下的平面度误差的统计特性,识别出给定平面的误差统计模型.

1 条件概率、全概率公式

用三坐标测量机或其他形位误差测量设备对某一个零件被测平面上点的坐标进行提取时,设定提取间距为 $a \times b$,按照图 1 所示的提取路径进行提取,得到的提取数据为离散的三维坐标点.用 MATLAB 软件将这些数据导入并绘制图形,由离散点模拟出的平面三维形貌,如图 2 所示.由图 2 可知:数据点是沿着一系列在等间距的平行线上密集排布的.

进一步对数据进行处理,通过计算求出各个离散点到拟合平面的距离值 h ,并对其进行误差分离出随机性成分 k .新的数据点 h, k 在平面的分布可以划分为一系列等间距平行线上的分布,如图 3 所示.由图 3 可知:当 $y=y_i$ 时,某一个数值 k_j 的条件概率为 $P(k_j|y_i)$,其中 k_j 的条件概率分布可体现在固定 y 值时,沿 x 方向某条直线

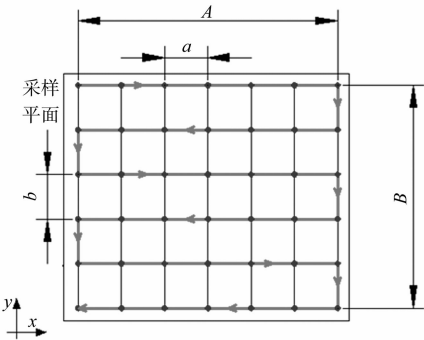


图 1 折线提取方案
Fig. 1 Polyline extraction plan

上的分布; y_i 在 y 方向上是均匀分布的,在 y 轴上 y_i 的概率 $P(y_i)$ 相等,假设取值为 A ,令 $A=1$. 全概率公式表示为

$$P(y_i) = \sum_{i=1}^n P(k_j | y_i)P(y_i) = A \sum_{i=1}^n P(k_j | y_i) = \sum_{i=1}^n P(k_j | y_i). \tag{1}$$

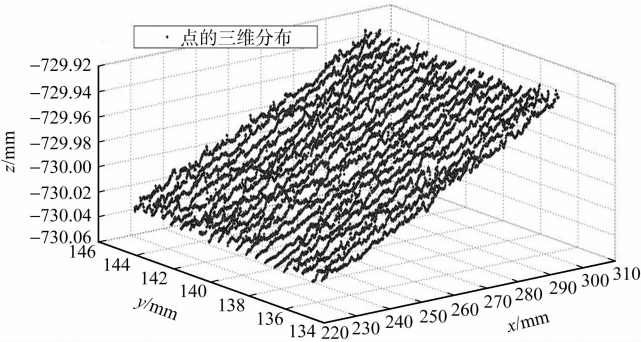


图 2 某实际平面的提取坐标点三维分布图
Fig. 2 Three-dimensional distribution of sampling points in some plane

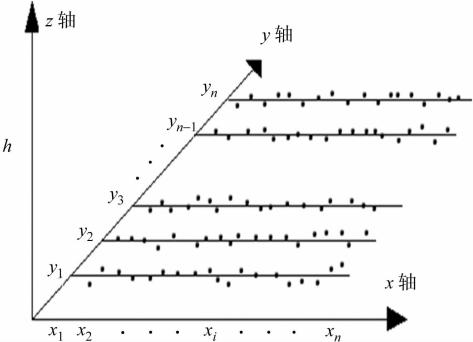
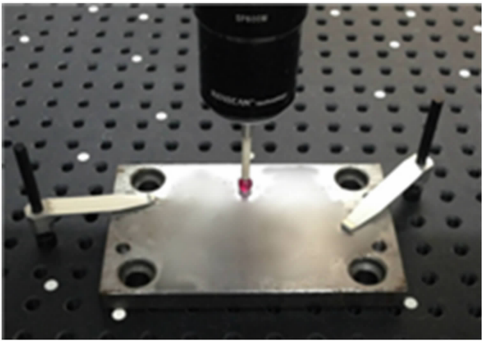


图 3 误差点在平面上的分布模拟图
Fig. 3 Simulated distribution diagram about error points in the plane

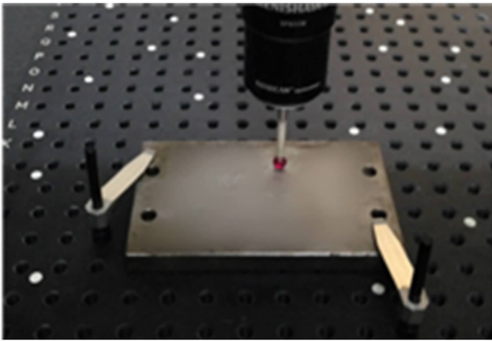
由式(1)可知: k_j 的概率分布体现的是在整个平面上的分布,相当于各个条件下(y_i 取不同值)沿 x 轴方向所有直线上的 k_j 分布的累加. 根据概率论的有关知识^[9],若几组数据 k_1, k_2, \dots, k_n 相互独立并且都服从某种分布,那么它们的累加也服从于上述某种分布相关的分布,如正态分布、 χ^2 分布. 由于组成平面的几何要素线都是由同一平面划分的,加工过程是连续不间断的,而且加工条件、设备、环境等外界因素具有一致性,所以在理论上平面度误差在各个几何要素线上的分布也具有一致性. 由此,只要掌握平面度误差值在直线上分布规律,就可以在一定程度上掌握全局平面上平面度误差的统计特性.

2 平面度误差测量实验与数据处理

为了获得实验数据用于研究平面度误差分布,实验采用 global777 型三坐标测量机作为检测设备,在 20 ℃ 恒温条件下,对 2 个不同零件的特定光滑平面区域进行提取,如图 4 所示. 采用图 1 的方法对零



(a)零件 1



(b)零件 2

图 4 零件的测量现场

Fig. 4 Measurements of components

件 1,2 划定相同的提取面积约为 $A \times B = 74 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$,零件 1,2 提取时设定相同提取间距为 $a \times b = 0.1 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm}$. 采用自动扫描功能进行提取,可获得实验数据为三维坐标点 (x_i, y_i, z_i) 的形式,其中:零件 1 和零件 2 的 y_i 值各有 $B/b + 1 = 21$ 组,零件 1,2 的 $y_1 \sim y_{21}$ 的坐标值,如表 1 所示. 每个固定 y_i 的条件下,沿 x 方向大约 720~750 个点,通过 MATLAB 软件编程处理,求出数据点 (x_i, y_i, z_i) 到拟合平面的距离 h ;然后,进行误差分离得到其随机性误差成分 k ;最后,通过 MATLAB 软件画出 2 个平面内在任取不同 y_i 值条件下沿 x 方向直线上的 k 的统计分布直方图. 零件 1,2 各取 21 个不同 y_i 值时,由 MATLAB 绘制的 k 统计直方图的走势及拟合曲线基本上是一致的.

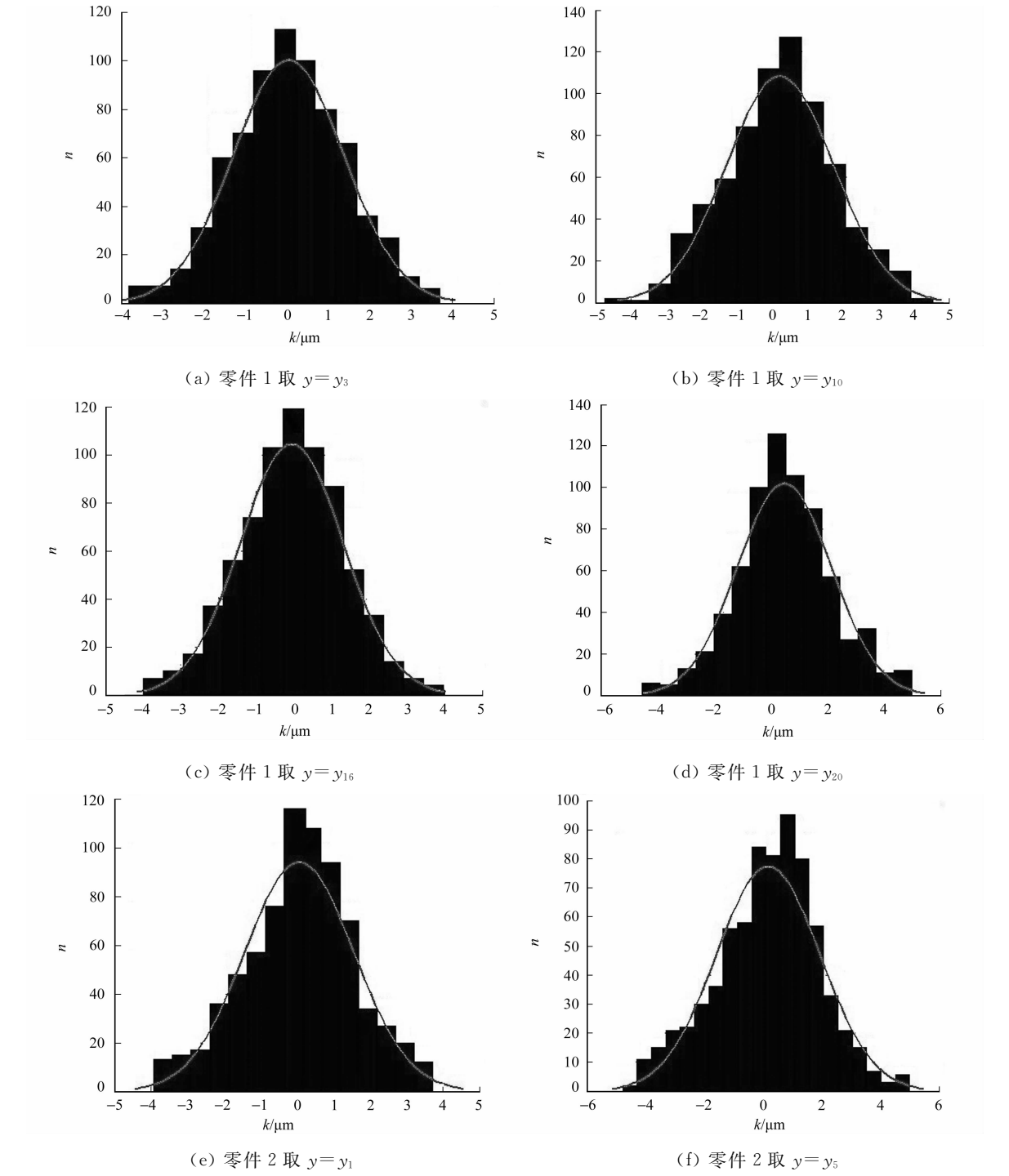
对零件 1,2 各举几例取不同 y_i 值时,用 MATLAB 软件绘制的直方图,如图 5 所示. 图 5 中: n 为频

数. 由于取不同 y_i 值时, k 的统计直方图及拟合曲线走势基本一致. 因此, 从图 5 各个分布直方图及拟合曲线可以很直观的看出: 零件 1, 2 在取不同 y_i 值的条件下, 沿 x 方向直线上的 k 的分布基本服从正态分布, 但是否严格服从正态分布, 还需要进行验证.

表 1 零件数据的 y_i 值
Tab. 1 y_i values of components

y_i 值	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}
零件 1	145.8	145.3	144.8	144.3	143.8	143.3	142.8	142.3	141.8	141.3
零件 2	201.1	200.6	200.1	199.6	199.1	198.6	198.1	197.6	197.1	196.6

y_i 值	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}	y_{21}
零件 1	140.8	140.3	139.8	139.3	138.8	138.3	137.8	137.3	136.8	136.3	135.8
零件 2	196.1	195.6	195.1	194.6	194.1	193.6	193.1	192.6	192.1	191.6	191.1



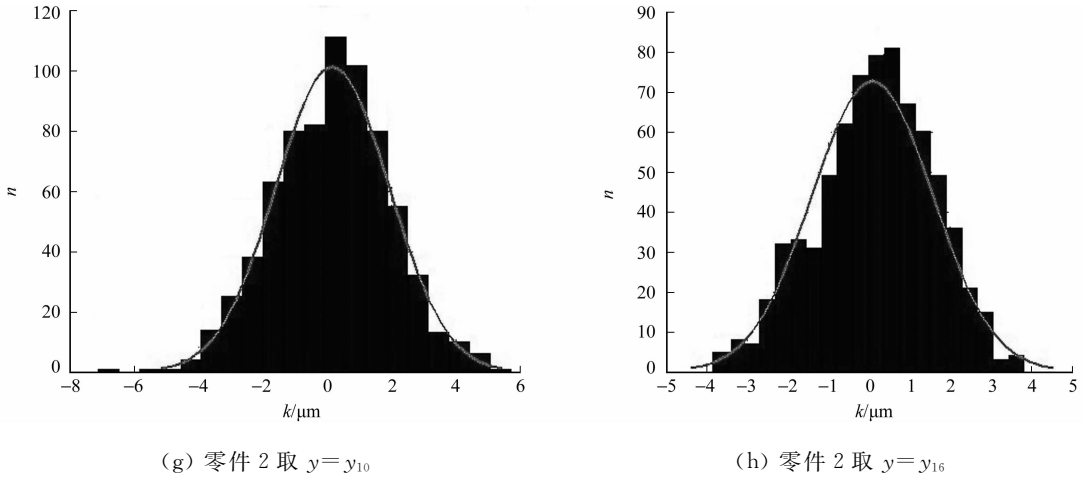


图 5 零件部分沿 x 方向直线上的 k 的统计分布直方图

Fig. 5 Statistic distribution histogram of data k along x direction of components

3 数据的正态性验证

由于每组数据的提取点大于 700, 可以采用 D 检验法^[10-11] 检验数据的正态性分布, 用 MATLAB 编程导入数据进行计算并验证. 当零件 1 的 y_i 取不同值时, 用 MATLAB 运算后得出的结果, 如表 2 所示. 由表 2 可知: 零件 1 的 y_i 取任意值时, 沿 x 方向直线上的随机误差 k 均服从正态分布. 按照概率论与数理统计的相关知识, 由于取不同 y_i 值时, 沿各自 x 方向直线上每组数据相互独立且都服从正态分布. 根据概率论与数理统计的定理^[9] (有限个相互独立的正态随机变量(数据)的线性组合仍然服从正态分布), 即若相互独立的 $k_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, 则 $\sum_{i=1}^n k_i \sim N(\sum_{i=1}^n \mu_i, \sum_{i=1}^n \sigma_i^2)$. 因此, 上述各组数据累加后, 体现在整个平面上的随机误差 k 也服从正态分布. 代入表 2 的数据, 可求得均值和方差分别为 $\sum_{i=1}^n \mu_i = 0.001\ 7$ mm, $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = 0.006\ 8\ \text{mm}^2$. 即对于零件 1, 整个平面数据 k 服从期望值为 0.001 7 mm, 方差为 0.006 8 mm² 的正态分布. 同样, 对零件 2 采用上述方法可以得出随机误差在该平面上服从正态分布.

表 2 零件 1 各组数据 k 正态检验结果

Tab. 2 Normal test results about data k of component 1

y 取值	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
是否服从正态分布	服从	服从	服从	服从	服从	服从	服从
μ/mm	0.000 261	0.000 099	0.000 058	-0.000 154	-0.000 031	-0.000 003	0.000 009
σ^2/mm^2	0.000 003	0.000 003	0.000 002	0.000 004	0.000 003	0.000 003	0.000 003
y 取值	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}
是否服从正态分布	服从	服从	服从	服从	服从	服从	服从
μ/mm	0.000 165	0.000 150	0.000 205	0.000 114	0.000 068	-0.000 043	0.000 059
σ^2/mm^2	0.000 003	0.000 003	0.000 003	0.000 003	0.000 004	0.000 002	0.000 003
y 取值	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}	y_{21}
是否服从正态分布	服从	服从	服从	服从	服从	服从	服从
μ/mm	0.000 251	-0.000 038	0.000 000	-0.000 464	0.000 008	0.000 730	0.000 304
σ^2/mm^2	0.000 003	0.000 003	0.000 002	0.000 004	0.000 004	0.000 005	0.000 004

根据上述方法进行推广, 在相同的实验条件下, 对现有的几个其他不同零件平面进行实验并验证, 也得到了平面度误差随机性成分服从正态分布的结论. 这一结论的合理性具有理论依据: 在加工设备、人员、环境等工艺系统稳定的情况下加工出来的平面, 会受到大量的相互独立的随机因素的影响, 所以其平面度误差是随机的. 平面度误差可以看作是大量相互独立的随机变量的集合, 根据中心极限定理, 当这些随机变量个数足够多时, 它们的集合即平面度误差的分布趋于正态分布.

4 结束语

结合条件概率和全概率公式,按照由全局到部分再到整体-即面到线再到面的研究思路,通过对零件表面进行数据提取处理并验证,得出了零件表面上平面度误差随机性成分的模型服从正态分布的结论.本实验为研究其他各种工件表面的平面度误差的统计特征提供了一种新的思路方法,同时为确定平面度误差提取点数的计算机随机模拟仿真的应用提供了理论基础.

参考文献:

[1] 机械科学研究院,北京市计量科学研究院. GB/T 1958—2004 产品几何量技术规范(GPS)形状和位置公差 检测规定[S]. 北京:中国标准出版社,2004:9-10.

[2] 机械科学研究院,中国计量科学研究院. GB/T 11337—2004 平面度误差检测[S]. 北京:中国标准出版社,2004:1-6.

[3] 黄丽玲,黄富贵. 一种基于区域搜索的平面度误差评定方法[J]. 华侨大学学报:自然科学版,2009,30(5):506-508.

[4] RAGHUNANDAN R,RAO P V. Selection of sampling points for accurate evaluation of flatness error using coordinate measuring machine[J]. Journal of Materials Processing Technology,2008,202(1/2/3):240-245.

[5] 郑玉花,张琳娜. 新一代 GPS 的提取方案及其应用研究[J]. 机械设计与制造,2008(6):193-194.

[6] BADAR M A, RAMAN S,PULAT P S. Intelligent search-based selection of sample points for straightness and flatness estimation[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2003,125:263-271.

[7] 罗国勋,罗昕,蒋天颖. 系统建模与仿真[M]. 北京:高等教育出版社,2011:125-142.

[8] 董兆鹏. 蒙特卡罗法在圆度误差提取点数确定问题中的应用[D]. 厦门:华侨大学,2012:51-53.

[9] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,2007:109-153.

[10] 黄丽玲,黄富贵. 直线度误差统计模型识别的实验方法[J]. 华侨大学学报:自然科学版,2013,34(1):1-4.

[11] 俞钟行. D 检验法[J]. 地质与勘探,1990,26(2):45-46.

Experiment on Flatness Error Statistical Characterization

WANG Yu, HUANG Fu-gui, LI Xing-wang

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: To the characteristics of flatness error identification problem, a research idea is put forward by the plane to the line and then the plane based on conditional probability and the probability theory. The actual planes information of two parts is extracted by the experiments using a three coordinate machine. Through the analysis and processing of experimental data, the flatness error statistical characteristic is identified. After the verification of the test method, the results showed that flatness error of the work piece surface exhibited the characteristics of a normal distribution under the stable processing conditions.

Keywords: flatness error; conditional probability; total probability; normal distribution

(责任编辑:黄晓楠 英文审校:杨建红)