第 35 卷　第 4 期　　华侨大学学报(自然科学版)　　Vol.35　No.4
2014 年 7 月　　Journal of Huaqiao University (Natural Science)　　Jul. 2014

文章编号:1000-5013(2014)04-0476-05　　**doi:**10.11830/ISSN.1000-5013.2014.04.0476

解析函数的复合边值逆问题

武模忙,林峰,李锦成

(华侨大学 数学科学学院,福建 泉州 362021)

摘要:　给出解析函数的复合边值逆问题的数学提法.利用已有的复合边值问题的结果,讨论此边值逆问题的可解性,并给出其可解条件和解的积分表达式.

关键词:　复合边值;逆问题;Riemann 边值逆问题;Hilbert 边值逆问题;复合边值问题

中图分类号:　O 175.8　　**文献标志码:**　A

文献[1-2]给出一类解析函数的 Riemann 边值逆问题的提法,讨论了该边值逆问题的正则型和非正则型情况的解法.文献[3]给出解析函数的 Hilbert 边值逆问题的提法,讨论了此边值逆问题的可解性,给出其可解条件和解的表达式.文献[4-5]给出了半平面中解析函数的 Hilbert 边值逆问题的提法,得到了该边值逆问题的可解条件和解的积分表达式.文献[6-8]分别研究了广义解析函数的 Riemann 边值问题、一类 Dirichlet 边值逆问题及半平面中的 Dirichlet 边值逆问题.文献[9-11]分别讨论了解析函数的非正则型 Riemann Hilbert 边值逆问题、解析函数在开口弧段上的 Riemann 边值逆问题,以及双解析函数在开口弧段上的 Riemann 边值逆问题.本文将讨论解析函数的复合边值逆问题.

1　问题的提法

设 L 为复平面中的一单位圆 $|t|=1$ 且已取定逆时针向为其正向,其内域记为 D. 在 D 内又有一组互相外离的封闭光滑曲线 $\Gamma_1,\Gamma_2,\cdots,\Gamma_n$,均已取定顺时针向为其正向. 记 $\Gamma=\sum\limits_{j=1}^{n}\Gamma_j$,$\Gamma_j$ 所围内域记为 D_j^-,而 L 与 Γ 间所围区域记为 D_0^+.

求函数组($\Phi(z)$,$\Psi_1(\tau)$,$\Psi_2(\tau)$). 其中:$\Phi(z)$为 D 中以 Γ 为跳跃曲线的分区全纯函数;$\Psi_1(\tau)$为 Γ 上的 H 类函数;$\Psi_2(\tau)$为 L 上的 H 类实函数. 满足下列边值条件,即

$$\left.\begin{aligned}G_{1,1}(\tau)\Phi^+(\tau)&=G_{1,2}(\tau)\Phi^-(\tau)+g_1(\tau)\Psi_1(\tau)+h_1(\tau),\qquad \tau\in\Gamma,\\ G_{2,1}(\tau)\Phi^+(\tau)&=G_{2,2}(\tau)\Phi^-(\tau)+g_2(\tau)\Psi_1(\tau)+h_2(\tau),\qquad \tau\in\Gamma,\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{Re}[\overline{\lambda_1(t)}\Phi^+(t)]&=r_1(t)\Psi_2(t)+c_1(t),\qquad t\in\Gamma,\\ \mathrm{Re}[\overline{\lambda_2(t)}\Phi^+(t)]&=r_2(t)\Psi_2(t)+c_2(t),\qquad t\in\Gamma.\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

式(1),(2)中:$G_{pq}(\tau)$,$g_p(\tau)$,$h_p(\tau)$,$p=1,2$;$q=1,2$ 都是 Γ 上的已知 H 类函数;$\lambda_p(t)=a_p(t)+ib_p(t)$,$a_p(t)$,$b_p(t)$,$r_p(t)$,$c_p(t)$,$p=1,2$ 都是 L 上的已知 H 类实函数,且 $r_1(t)\neq r_2(t)$.

记 $G_1(\tau)=\begin{vmatrix}G_{1,1}(\tau) & g_1(\tau)\\ G_{2,1}(\tau) & g_2(\tau)\end{vmatrix}$,$G_2(\tau)=\begin{vmatrix}G_{1,2}(\tau) & g_1(\tau)\\ G_{2,2}(\tau) & g_2(\tau)\end{vmatrix}$,$G_3(\tau)=\begin{vmatrix}G_{1,1}(\tau) & G_{12}(\tau)\\ G_{2,1}(\tau) & G_{2,2}(\tau)\end{vmatrix}$,$G_4(\tau)=\begin{vmatrix}h_1(\tau) & G_{1,2}(\tau)\\ h_2(\tau) & G_{2,2}(\tau)\end{vmatrix}$,$\tilde{h}(\tau)=\begin{vmatrix}h_1(\tau) & g_1(\tau)\\ h_2(\tau) & g_2(\tau)\end{vmatrix}$,$\lambda(t)=\begin{vmatrix}\lambda_1(t) & r_1(t)\\ \lambda_2(t) & r_2(t)\end{vmatrix}$,$r(t)=\begin{vmatrix}1 & r_1(t)\\ 1 & r_2(t)\end{vmatrix}$,$c(t)=\begin{vmatrix}c_1(t) & r_1(t)\\ c_2(t) & r_2(t)\end{vmatrix}$. 其中,$\tau,t\in\Gamma$.

收稿日期:　2013-05-02

通信作者:　林峰(1962-),男,副教授,主要从事函数论的研究. E-mail:lfeng@hqu.edu.cn.

上述问题称为解析函数的复合边值逆问题,简称为 RH^{-1} 问题,若 $G_1(\tau)\neq 0$,$G_2(\tau)\neq 0$,$\lambda(t)\neq 0$,则称该逆问题为正则型 RH^{-1} 问题,否则称为非正则型 RH^{-1} 问题. 以下讨论正则型 RH^{-1} 问题.

2 问题的转化

由式(1)的第一式两端乘以 $g_2(\tau)$,并与式(1)的第二式两端乘以 $g_1(\tau)$ 后相减,可得

$$\Phi^+(\tau) = G(\tau)\Phi^-(\tau) + h(\tau) \qquad \tau \in \Gamma. \tag{3}$$

式(3)中:$G(\tau)=\dfrac{G_2(\tau)}{G_1(\tau)}$,$h(\tau)=\dfrac{\tilde{h}(\tau)}{G_1(\tau)}$,$\tau\in\Gamma$.

由式(2)的第一式两端乘以 $r_2(t)$,并与式(2)的第二式两端乘以 $r_1(t)$ 后相减,可得

$$\mathrm{Re}[\overline{\lambda(t)}\Phi^+(t)] = c(t), \qquad r \in \Gamma. \tag{4}$$

这样,若求满足 RH^{-1} 问题边值条件的分区全纯函数 $\Phi(z)$,即求满足以下复合边值问题

$$\left.\begin{aligned} &\Phi^+(\tau) = G(\tau)\Phi^-(\tau) + h(\tau) \qquad \tau \in \Gamma, \\ &\mathrm{Re}[\overline{\lambda(t)}\Phi^+(t)] = c(t), \qquad t \in \Gamma \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

的分区全纯函数 $\Phi(z)$.

记 $\ln d_{\Gamma_j} G(\tau) = \dfrac{1}{2\pi}[\arg G(\tau)]_{\Gamma_j} = \kappa_j$, $\ln d_\Gamma G(\tau) = \kappa = \sum\limits_{j=1}^{n}\kappa_j$, $\ln d_L \lambda(t) = \dfrac{1}{2\pi}[\arg \lambda(t)]_\Gamma = k$, $K = k + \kappa$, 而把 $2K$ 称为所提 RH^{-1} 问题的指标.

由文献[12]可知,复合边值问题(5)的一般解为

$$\Phi(z) = X(z) = \Phi_0(z) + \Phi_1(z), \tag{6}$$

且有

$$\Phi_1(z) = \frac{X(z)}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{h(\zeta)\,\mathrm{d}\,\zeta}{X^+(\zeta)(\zeta - z)} + X(z)F(z), \qquad z \notin \Gamma, \tag{7}$$

$$X(z) = \begin{cases} \dfrac{\exp(\Gamma(z))}{\prod(z)}, & z \in D_0^+ + L, \\ \exp(\Gamma(z)), & z \in \sum\limits_{j=1}^{n} D_j^-, \end{cases} \tag{8}$$

式(8)中:$\prod(z) = \prod\limits_{j=1}^{n}(z - z_j)^{\kappa_j}$;$\Gamma(z) = \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_\Gamma \frac{\log[\prod(\zeta)G(\zeta)]}{\zeta - z}\mathrm{d}\,\zeta$; z_j 为 D_j^- 内任意的点.

以下不妨取 $F(z)\equiv 0$,$\Phi_0(z)$ 由下式确定,即

$$\mathrm{Re}[\overline{\lambda(t)}X(t)\Phi_0^+(t)] = c^*(t), \qquad t \in \Gamma. \tag{9}$$

式(9)中:$c^*(t)=c(t)-\mathrm{Re}[\overline{\lambda(t)}X(t)\Phi_1(t)]$,$c^*(t)\in H$ 于 L 上,$\overline{\lambda(t)}X(t)\in H$ 于 L 上.

3 问题的求解

3.1 Hilbert 边值问题(9)的求解

考虑如下 Riemann 边值问题

$$\Omega^+(t) = G^*(t)\Omega^-(t) + g^*(t), \qquad t \in L. \tag{10}$$

式(10)中:$G^*(t)=\dfrac{\lambda(t)\overline{X(t)}}{\overline{\lambda(t)}X(t)}$,$g^*(t)=\dfrac{2c^*(t)}{\overline{\lambda(t)}X(t)}$,$t\in L$. Riemann 边值问题(10)的指标为

$$\begin{aligned}\kappa' &= \ln d_\Gamma G^*(t) = \ln d_\Gamma\left[\frac{\lambda(t)\overline{X(t)}}{\overline{\lambda(t)}X(t)}\right] = \ln d_\Gamma\left[\frac{\lambda(t)}{\overline{\lambda(t)}}\right] + \ln d_\Gamma\left[\frac{\overline{X(t)}}{X(t)}\right] = \\ &2\ln d_\Gamma\lambda(t) - 2\ln d_\Gamma X(t) = 2k - 2\ln d_\Gamma\left[\prod_{j=1}^{n}(t - z_j)^{\kappa_j}\exp(\Gamma(t))\right] = \\ &2k - 2(-\kappa + \ln d_\Gamma \exp(\Gamma(t))) = 2(k + \kappa) = 2K.\end{aligned}$$

Ⅰ)当 $K\geqslant 0$ 时,Riemann 边值问题(10)在 R_0 中有一个特解,即

$$\Omega_0(z)=\frac{X_1(z)}{\pi i}\int_\Gamma\frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi-z)},\qquad z\notin L. \tag{11}$$

式(11)中：$X_1(z)=\begin{cases}C\exp(\Gamma_1(z)),\ |z|<1,\\ Cz^{-2K}\exp(\Gamma_1(z)),\ |z|>1;\end{cases}$ $\Gamma_1(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{\log[\xi^{-2K}G^*(\xi)]}{\xi-z}\mathrm{d}\ \xi$；$\overline{X_1^+(t)}=t^{2K}X_1^-(t)$. 这里已取 $C=\exp\left\{-\frac{i}{4\pi}\int_0^{2\pi}\arg\left[-t^{-2K}\frac{\lambda(t)\ \overline{X(t)}}{\overline{\lambda(t)}X(t)}\right]\mathrm{d}\theta\right\},t=\exp(\mathrm{i}\theta)$.

令

$$\Omega(z)=\frac{1}{2}[\Omega_1(z)+\Omega_{0*}(z)]=\frac{X_1(z)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi-z)}+\frac{z^{2K+1}X_1(z)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)\xi^{2K+1}(\xi-z)},\qquad z\notin L. \tag{12}$$

式(12)中，$\Omega_{0*}(z)$是 $\Omega_0(z)$关于$|t|=1$ 的对称扩张，则有 $\tilde{\phi}_0(z)=\Omega(z)$，$|t|<1$ 是 Hilbert 边值问题(9)的一个特解. 因此，Hilbert 边值问题(9)的一般解为

$$\Phi_0(z)=\tilde{\phi}_0(z)+X_1(z)\sum_{j=0}^{2K}C_jz^j. \tag{13}$$

式(13)中，$C_0,C_1,C_2,\cdots,C_{2K-1},C_{2K}$为任意常数，且须满足

$$C_0=\bar{C}_{2K},C_1=C_{2K-1},\cdots,C_{K-1}=\bar{C}_{K+1},C_K=\bar{C}_K. \tag{14}$$

Ⅱ) 当 $K<0$ 时，当且仅当条件

$$\int_\Gamma\frac{\xi^mc^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)}=0,\qquad m=0,1,\cdots,-2K-2 \tag{15}$$

成立时，Hilbert 边值问题(9)有唯一解为

$$\Phi_0(z)=\frac{X_1(z)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi-z)},\qquad |z|<1. \tag{16}$$

因此，复合边值逆问题的解中 Φ(z)的表达式为

$$\Phi(z)=X(z)\Phi_0(z)+\Phi_1(z). \tag{17}$$

式(17)中：当 $K\geqslant0$ 时，$\Phi_0(z)$由式(13)给出；当 $K<0$ 时，当且仅当条件式(15)满足，$\Phi_0(z)$由式(16)给出．此外，$\Phi_1(z)$，$X(z)$分别由式(7)和式(8)给出.

3.2　$\Psi_1(\tau)$的求解

将复合边值逆问题的解 $\Phi(z)$代入式(1)中，将其第一式两端乘以 $G_{2,2}(\tau)$并与与第二式两端乘以 $G_{1,2}(\tau)$后相减，可得

$$\Psi_1(\tau)=\frac{G_3(\tau)}{G_2(\tau)}\Phi^+(\tau)+\frac{G_4(\tau)}{G_2(\tau)}=-\frac{G_3(\tau)}{G_2(\tau)}[X^+(\tau)\Phi_0(\tau)\Phi_1^+(\tau)]+\frac{G_4(\tau)}{G_2(\tau)}. \tag{18}$$

式(18)中，当 $K\geqslant0$ 时，$\Phi_0(\tau)$由 τ 代入式(13)得到；当 $K<0$ 时，当且仅当条件式(15)满足时，$\Phi_0(\tau)$由 τ 代入式(16)得到. 由式(7)，(8)及 Cauchy 型积分 Plemelj 公式，可以得到

$$\Phi_1^+(\tau)=\frac{h(\tau)}{2}+\frac{X^+(\tau)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{h(\zeta)\mathrm{d}\ \zeta}{X^+(\zeta)(\zeta-\tau)},\qquad z\notin\Gamma, \tag{19}$$

$$X^+(\tau)=\frac{\exp(\Gamma^+(\tau))}{\prod(\tau)},\qquad \tau\in\Gamma. \tag{20}$$

3.3　$\Psi_2(t)$的求解

将复合边值逆问题的解 $\Phi(z)$代入式(2)中，两式相减可得

$$\mathrm{Re}[\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}\Phi^+(t)]=r(t)\Psi_2(t)+c_2(t)-c_1(t),\qquad t\in L, \tag{21}$$

$$2r(t)\Psi_2(t)=\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}\Phi^+(t)+(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\ \overline{\Phi^+(t)}-2(c_2(t)-c_1(t)),\qquad t\in L. \tag{22}$$

(Ⅰ) 当 $K\geqslant0$ 时，由于有

$$\Phi(z)=X(z)\tilde{\phi}_0(z)+X(z)X_1(z)\sum_{j=0}^{2K}C_jz^j+\Phi_1(z),\tag{23}$$

所以有

$$\begin{aligned}2r(t)\Psi_2(t)=&\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}X(t)\tilde{\phi}_0^+(t)+(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\overline{X(t)}\,\overline{\tilde{\phi}_0^+(t)}+\\&\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}X(t)X_0^+(t)\sum_{j=0}^{2K}C_jt^j+(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\overline{X(t)}\,\overline{X_1^+(t)}\,\overline{\sum_{j=0}^{2K}C_jt^j}+\\&\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}\Phi_1^+(t)+(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\overline{\Phi_1^+(t)}-2(c_2(t)-c_1(t))=\\&I_1+I_2+I_3+I_4.\end{aligned}\tag{24}$$

式(24)中:I_1 为和式中第1,2项之和,I_2 为第3,4项之和,I_3 为第5,6项之和,I_4 为第7项.

注意到有

$$\tilde{\phi}_0^+(t)=\Omega^+(t),\qquad \overline{\tilde{\phi}_0^+(t)}=\Omega^-(t).$$

由Cauchy型积分Plemelj公式,可以得到

$$\begin{aligned}\tilde{\phi}_0^+(t)=\Omega^+(t)=&\frac{c^*(t)}{\overline{\lambda(t)}X(t)}+\frac{X_1^+(t)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi-t)}+\\&\frac{t^{2K+1}X_1^+(t)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{\overline{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)\xi^{2K+1}(\xi-t)},\end{aligned}\tag{25}$$

$$\begin{aligned}\overline{\tilde{\phi}_0^+(t)}=\Omega^-(t)=&-\frac{c^*(t)X_1^-(t)}{\overline{\lambda(t)}X(t)X_1^+(t)}+\frac{X_1^-(t)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi-t)}+\\&\frac{t^{2K+1}X_1^-(t)}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{\overline{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)\xi^{2K+1}(\xi-t)},\end{aligned}\tag{26}$$

所以有

$$\begin{aligned}I_1=&\frac{c^*(t)X_2(t)}{\overline{\lambda(t)}X(t)X_1^+(t)}+\frac{X_3(t)}{2\pi i}\times\\&\left[\int_\Gamma\frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi-t)}+t^{2K+1}\int_\Gamma\frac{\overline{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)\xi^{2K+1}(\xi-t)}\right].\end{aligned}\tag{27}$$

式中:$X_2(t)=\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}X(t)X_1^+(t)-(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\overline{X(t)}X_1^+(t)$;$X_3(t)=\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}X(t)\times X_1^+(t)-(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\overline{X(t)}X_1^+(t)$.

注意到$\overline{X_1^+(t)}t^{2K}X_1^-(t)$及式(14),可以得到

$$I_2=X_3(t)\sum_{j=0}^{2K}C_jt^j,\tag{28}$$

$$I_3=2\mathrm{Re}[\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}\Phi_1^+(t)],\tag{29}$$

$$I_4=-2(c_2(t)-c_1(t)),\tag{30}$$

所以有

$$\Psi_2(t)=(I_1+I_2+I_3+I_4)/2r(t).\tag{31}$$

式(31)中:I_1,I_2,I_3,I_4 分别由式(27)~(30)给出.

(Ⅱ)当 $K<0$ 时,当且仅当条件式(15)成立时,其唯一解为

$$\Phi(z)=X(z)\Phi_0(z)+\Phi_1(z).$$

其中,$\Phi_0(z)$由式(16)给出,所以有

$$\begin{aligned}2r(t)\Psi_2(t)=&\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}X(t)\Phi_0^+(t)+(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\overline{X(t)}\overline{\Phi_1^+(t)}+\\&\overline{(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))}\Phi_0^+(t)+(\lambda_2(t)-\lambda_1(t))\overline{\Phi_1^+(t)}-2(c_2(t)-c_1(t))=\\&I'_1+I_3+I_4.\end{aligned}\tag{32}$$

式(32)中,I'_1 为和式中第1,2项之和.注意到有

$$\Phi_1^+(t)=\Omega_0^+(t),\qquad \overline{\Omega_0^+(t)}=\Omega_0^-(t).$$

用上述同样的方法,可以得到

$$\Phi_1^+(t) = \frac{c^*(t)}{\overline{\lambda(t)}X(t)} + \frac{X_1^+(t)}{\pi i}\int_\Gamma \frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi - t)}, \tag{33}$$

$$\overline{\Phi_0^+(t)} = -\frac{c^*(t)X_1^-(t)}{\overline{\lambda(t)}X(t)X_1^+(t)} + \frac{X_1^-(t)}{\pi i}\int_\Gamma \frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi - t)}, \tag{34}$$

所以有

$$I'_1 = \frac{c^*(t)X_2(t)}{\overline{\lambda(t)}X(t)X_1^+(t)} + \frac{X_3(t)}{\pi i}\int_\Gamma \frac{c^*(\xi)\mathrm{d}\xi}{\overline{\lambda(\xi)}X(\xi)X_1^+(\xi)(\xi - t)}, \tag{35}$$

即有

$$\Psi_2(t) = (I'_1 + I_3 + I_4)/2r(t), \tag{36}$$

式(36)中：I'_1，I_3，I_4 分别为式(35)，(29)，(30)给出.

定理 1　对于正则型 RH^{-1} 问题，当 $K\geqslant 0$ 时，其一般解为($\Phi(z)$，$\Psi_1(t)$，$\Psi_2(t)$)，其中 $\Phi(z)$，$\Psi_1(\tau)$，$\Psi_2(\tau)$分别由式(16)，(17)，(33)给出；而当 $K<0$ 时，当且仅当条件式(16)满足时，其有唯一解($\Phi(z)$，$\Psi_1(t)$，$\Psi_2(t)$)，其中 $\Phi(z)$，$\Psi_1(\tau)$，$\Psi_2(\tau)$分别由式(16)，(17)，(36)给出.

参考文献：

[1]　李星. 一类 Riemann 边值逆问题[J]. 数学杂志，1996，16(3)：303-306.

[2]　王明华. Riemann 边值逆问题与奇异积分方程组[J]. 数学杂志，1999，19(2)：175-180.

[3]　王明华. 一类 Riemann-Hilbert 边值逆问题[J]. 纯粹数学与应用数学，2006，28(2)：225-231.

[4]　王明华. 半平面中的 Hilbert 边值逆问题[J]. 四川师范大学学报：自然科学版，2011，34(2)：208-212.

[5]　鄢盛勇. 半平面中一类 Riemann-Hilbert 边值逆问题[J]. 贵州师范大学学报：自然科学版，2011，29(1)：52-57.

[6]　王明华. 广义解析函数的 Riemann 边值逆问题[J]. 宁夏大学学报：自然科学版，2006，27(1)：18-20.

[7]　王明华. 一类 Dirichlet 边值逆问题[J]. 系统科学与数学，2008，28(2)：225-231.

[8]　王明华. 半平面中的 Dirichlet 边值逆问题[J]. 四川师范大学学报：自然科学版，2006，29(6)：683-687.

[9]　鄢盛勇. 解析函数的非正则型 Riemann-Hilbert 边值逆问题[J]. 兰州理工大学学报，2011，37(2)：141-145.

[10]　YAN Sheng-yong. Inverse riemann boundary value problem along open arcs[J]. Journal of Yunan University of Nationalities：Natural Sciences Edition，2011，20(2)：107-112.

[11]　鄢盛勇. 双解析函数在开口弧段上的 Riemann 边值逆问题[J]. 云南民族大学学报：自然科学版，2012，21(2)：125-129.

[12]　路见可. 解析函数边值问题教程[M]. 武汉：武汉大学出版社，2009：97-102.

Inverse Compound Boundary Value Problem for Analytic Functions

WU Mu-mang，LIN Feng，LI Jin-cheng

(School of Mathematical Sciences，Huaqiao University，Quanzhou 362021，China)

Abstract：　The mathematical formulation of inverse compound boundary value problem for analytic functions is given. Based on the theory of compound boundary value problem in plane，the solvability of the inverse compound boundary value problem is discussed. The solvable conditions and the integral representations of the solutions are obtained.

Keywords：　compound boundary value problem；inverse problem；inverse Riemann boundary value problem；inverse Hilbert boundary value problem；compound boundary value problem

（**责任编辑**：陈志贤　　**英文审校**：黄心中）