

文章编号: 1000-5013(2013)02-0215-05

# 利用非参分位数回归模型分析 金融市场的风险传染

陈燕武<sup>1</sup>, 黄静菲<sup>2</sup>

(1. 华侨大学 数量经济研究院, 福建 泉州 362021;

2. 华侨大学 经济与金融学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 基于市场风险的角度, 采用非参分位数回归模型, 结合中国、美国、英国和日本 4 个国家股票市场的数据进行实证分析. 实证结果表明: 4 个国家的金融市场存在着风险传染效应, 而且这种传染是非线性的; 风险产生国的金融市场首先受到影响, 进而再传染到其他 3 个国家的金融市场, 而且这种风险传染对于不健全的金融市场的影响程度要大于相对比较健全的金融市场.

**关键词:** 非参分位数回归; 金融市场; 交错鉴定法; 风险传染; 风险价值

**中图分类号:** O 212; F 830. 9

**文献标志码:** A

金融市场风险传染效应, 是指一个国家的金融市场风险的发生, 导致其他国家产生金融市场风险的可能性, 它强调的是两个国家发生金融危机的因果关系<sup>[1]</sup>. 最初关于金融传染的检验方法主要是利用两市场的标的资产收益, 对两个金融市场的相关性进行研究, 比较危机期间和正常时期金融市场间的相关系数及其显著性情况的变化. 如果危机期间相关系数变得较大且显著, 则说明存在金融市场的风险传染效应<sup>[2-7]</sup>. 从本质上说, 金融市场的风险传染问题是一个市场的风险问题, 不能单单从价格上的相关性进行研究, 而应该从金融市场风险的相关性进行研究. 叶五一等<sup>[8]</sup>利用分位数回归模型的变点检测, 结合亚洲各国的股票指数, 研究了由 1997 年泰国股市产生的风险传染到其他各国股市的传染效应. 但在该文献中, 所提及的分位数回归模型是采用线性回归模型. 风险价值(value at risk, VaR)是收益率的置信值, 可以度量金融市场风险, 传统的 VaR 估计都要求事先知道收益率的分布情况, 再确定置信值. 1978 年, Koenker 等<sup>[9]</sup>提出的分位数回归模型避免了分布的估计, 可直接得到分位数的值. 但是, 经济理论中很多经济现象都是难以用线性形式来描述的, 而非线性的形式来描述经济现象存在着一个问题, 即采用何种非线性形式. 非参估计解决了采用何种非线性形式的难题, 它并不要求了解待估函数为何种非线性形式, 而是通过一种加权的方法来估计这种非线性形式. 本文先对分位数回归模型及非参估计模型进行分析, 再结合国外对非参回归模型的研究, 从风险的角度分析金融风险的传染问题.

## 1 非参分位数回归模型基本内容<sup>[8-11]</sup>

对于任意随机变量  $Y$ , 其分布函数可表示为

$$F(y) = \Pr(Y \leq y). \quad (1)$$

对于任意的实数  $\tau, 0 < \tau < 1$ , 则定义随机变量  $Y$  的  $\tau$  分位数函数  $Q(\tau)$ <sup>[12]</sup> 为

$$Q(\tau) = \inf\{y : F(y) \geq \tau\}. \quad (2)$$

式(2)揭示了随机变量  $Y$  的部分性质, 即存在比例为  $\tau$  的随机样本小于分位函数  $Q(\tau)$ , 比例为  $1 - \tau$  的

收稿日期: 2012-04-14

通信作者: 陈燕武(1971-), 女, 教授, 主要从事金融工程和金融计量的研究. E-mail: cywhelen@163.com.

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(JB-ZR1163); 福建省社科规划基金资助项目(2011B161); 福建省泉州市科技计划项目(2012Z100)

随机样本大于分位函数  $Q(\tau)$ .

定义检验函数  $\rho_\tau(u)^{[9]}$  为

$$\rho_\tau(u) = (\tau - I_{(u < 0)})u = \begin{cases} \tau u, & u \geq 0, \\ (\tau - 1)u, & u < 0. \end{cases} \tag{3}$$

式(3)中:  $I_{(u < 0)}$  为示性函数. 在式(3)中, 若当  $u$  取  $y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau)$  时, 则有

$$\rho_\tau(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau)) = (\tau - I_{(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau) < 0)})(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau)). \tag{4}$$

式(4)中:  $\mathbf{x}$  为任意随机变量向量;  $\boldsymbol{\beta}(\tau)$  为依赖于分位数  $\tau$  的系数矩阵;  $I_{(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau) < 0)}$  为示性函数.

随机变量  $Y$  的  $\tau$  分位数回归, 就是要找到  $\boldsymbol{\beta}(\tau)$ , 使得  $E[\rho_\tau(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau))]$  达到最小, 即求满足

$$\min_{\boldsymbol{\beta}(\tau) \in \mathbf{R}} E[\rho_\tau(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau))] = \min_{\boldsymbol{\beta}(\tau) \in \mathbf{R}} E[(\tau - I_{(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau) < 0)})(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau))]. \tag{5}$$

式(5)中:  $y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau)$  为离差, 受到示性函数  $I_{(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau) < 0)}$  的约束, 使得  $(\tau - I_{(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau) < 0)})(y - \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}(\tau))$  不可能为负数. 因此, 其表示的意义是加权误差绝对值之和最小, 权重分别为  $\tau$  和  $1 - \tau$ , 而这种加权表现为纵向加权(和非参估计的横向加权相区别).

由于在实证过程中, 采用的是随机变量的样本, 故必须将式(5)离散化, 其表示形式为

$$\min_{\boldsymbol{\beta}(\tau) \in \mathbf{R}} \left[ \sum_{(i: y_i \geq x_i \boldsymbol{\beta}(\tau))} \tau |y_i - x_i \boldsymbol{\beta}(\tau)| + \sum_{(i: y_i < x_i \boldsymbol{\beta}(\tau))} (1 - \tau) |y_i - x_i \boldsymbol{\beta}(\tau)| \right], \quad \tau \in (0, 1). \tag{6}$$

式(6)中:  $y_i$  为变量  $Y$  的样本;  $x_i$  为随机变量向量  $\mathbf{X}$  的样本.

在线性条件下, 给定  $\mathbf{x}$  后,  $Y$  的分位函数为

$$Q_y(\tau/\mathbf{x}) = x_i \boldsymbol{\beta}'(\tau), \quad \tau \in (0, 1). \tag{7}$$

在不同的  $\tau$  下, 就能得到不同的分位数函数. 随着  $\tau$  由 0 至 1, 就能得到所有  $y$  在  $\mathbf{x}$  上的条件分布的轨迹, 即一簇曲线.  $\tau$  在不同的经济模型中, 有着不同的经济意义.

2 非参估计模型分析

假定有一组关于两变量  $X$  和  $Y$  的数据  $\{(x_i, y_i), i = 1, \cdots, n\}$ , 如果认为这两个变量有一个近似的函数关系  $y \approx m(x)$ , 则可表示为

$$y_i = m(x_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, \cdots, n. \tag{8}$$

式(8)中:  $m(x)$  为未知的函数形式;  $\epsilon_i$  是残差项. 如何估计  $m(x)$  是计量理论所要解决的首选问题. 非参估计的思想是不假定也不固定  $m(x)$  的函数形式, 也不设置参数. 函数在每一点的值都由样本数据决定, 在  $x_i$  处的估计值  $m(\hat{x}_i)$  由样本  $y_i$  的加权值决定.

2.1 非参模型的核估计

考虑  $y_i = m(x_i) + \epsilon_i, i = 1, \cdots, n$ . 假定  $E(\epsilon_i) = 0, E(\epsilon_i^2) = \sigma^2 < \infty$ , 以及对  $i \neq j, \epsilon_i$  和  $\epsilon_j$  是不相关的, 如果假设变量  $X$  和  $Y$  都是随机的, 它们有联合分布  $F(x, y)$ , 而  $X$  的边缘分布为  $F_y(x)$ , 则  $m(x)$  可认为是  $Y$  在给定了  $X = x$  之后的条件期望<sup>[13]</sup>, 即

$$m(x) = E(Y | X = x) = \int y f(y | x) dy = (\int y f(y, x) dy) / f(x). \tag{9}$$

式(9)中:  $f(y, x)$  为联合分布密度函数;  $f(y | x)$  为边缘密度函数.

1964 年, Nadaraya 和 Watson 用式(9)来估计  $m(x)$ , 称为 Nadaraya-Watson 估计, 即

$$m(\hat{x}_i) = \left[ \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) y_i \right] / \left( \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \right). \tag{10}$$

式(10)中:  $n$  为样本数;  $h$  为窗宽, 其经济意义表示加权的样本宽度, 宽度越大表示参与加权的样本越多;  $K(\cdot)$  为核函数, 即加权平均函数, 且要求  $\int K(u) du = 1, \int K(u) u du = 0, K(u) \geq 0$ . 这种加权表现为横向加权, 权重为  $\frac{1}{nh} K(\frac{x - x_i}{h}) / (\frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K(\frac{x - x_i}{h}))$ . 文中采用高斯核, 其核函数为

$$K(u) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp(-\frac{1}{2} u^2).$$

## 2.2 样本窗宽的选择(交错鉴定法)

在非参核估计中, 已知核函数后最关键的因素是窗宽的选择. 一方面, 窗宽不应过大, 太大的窗宽得到的曲线过于光滑, 接近于直线; 另一方面, 窗宽也不应过小, 太小的窗宽意味着参与加权的样本数太小, 使得估计的误差较大. 交错鉴定法的基本思路是: 在每个局部观察点  $x_i$  处, 剔除样本中  $(x_i, y_i)$  观察点样本, 将剩下的  $n-1$  个观察点在  $x=x_i$  处进行核估计<sup>[14]</sup>. 其表达式为

$$m_{n,-i}(\hat{x}) = \left[ \frac{1}{nh} \sum_{j \neq i} K\left(\frac{x-x_j}{h}\right) y_j \right] / \frac{1}{nh} \sum_{j \neq i} K\left(\frac{x-x_j}{h}\right). \quad (11)$$

通过比较, 其平方拟合误差

$$CV(h) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) (Y_i - m_{n,-i}(\hat{x}))^2 / \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right). \quad (12)$$

因此, 选择使平方拟合误差达到最小的窗宽  $h$ , 即可得到  $\hat{h}$ .

## 3 非参分位数回归模型分析

非参分位数回归模型是参样本的横向加权与纵向加权的有效结合, 当前比较常用的 3 种对该模型的估计方法: 一种是 Abberger 提出的泰勒多项式扩展法<sup>[15]</sup>, 另两种分别是正交序列近似法(orthonormal series approximation)和样条平滑(spline smoothing)估计法. 泰勒多项式扩展法的基本过程是, 首先估计变化  $Y$  的条件累积分布函数  $F_n(y/x)$ , 有

$$F_n(y/x) = \sum_{i=1}^n I_{(-\infty, y]}(y_i) K\left(\frac{x_i-x}{h}\right) / \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i-x}{h}\right). \quad (13)$$

式(13)中:  $I_{(-\infty, y]}$  为检验函数.

然后, 根据式(13)的分布函数, 结合分位数回归的估计方程, 可将分位数回归模型的估计<sup>[9]</sup>表示为

$$q_{n,\alpha}(x) = \inf\{y \in \mathbf{R} \mid F_n(y/x) \geq \alpha\}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (14)$$

式(14)包含了非参估计和分位数回归. 对于式(14)的估计, Abberger 提出了泰勒多项式扩展法, 整个参数估计过程可描述为

$$\arg \min \left\{ \sum_{i=1}^n \rho_{\alpha}(y_i - \sum_{j=0}^r (x_i - x_0)^j \hat{\beta}_j(x)) K\left(\frac{x_i - x_0}{h}\right) \right\}. \quad (15)$$

式(15)中:  $\hat{q}_{\alpha}(x) = \hat{\beta}_0(x)$ ,  $\hat{q}_{\alpha}^{(j)}(x) = j! \hat{\beta}_j(x)$ ;  $r$  表示泰勒展开式的项数;  $x_0$  为扩展的点;  $h$  为窗宽. 因此, 通过求解式(15), 可得非参分位数回归模型的估计值, 让式(15)达到最小, 即可得估计结果.

## 4 实证分析

针对次贷危机前后美国的道琼斯指数、中国的上证指数、日本的日经指数和英国的金融时报指数的收益率, 用非参分位数回归模型进行金融市场风险传染的分析. 分析数据从 2007 年 1 月 1 日到 2011 年 12 月 31 日. 采用在险价值(VaR)的方法, 分析某国的市场风险与美国道琼斯指数收益率的风险之间的关系, 从市场风险的角度来考虑金融风险的传染. 由于 4 个国家的交易日受各自的风俗习惯及时区的影响, 会出现样本的数据期间不一致的情况, 因此, 把这种交易日的数据进行了配对. 为了把日期引入到回归方程, 应对日期进行处理, 即把 2007 年的第一个交易日设为 1, 其他的以此类推.

根据传统在险价值的计算方法, 引入非参分位数回归模型后, 只要给定一定的置信水平, 就可得到相应的在险价值, 这种在险价值也称条件市场风险值( $C_{VaR}$ ). 假定某国的收益率为  $r_i$ , 则用非参分位数回归模型可表示为

$$C_{VaR_i} = -q_{n,\alpha}(D_i) = -\inf\{r_i \in \mathcal{R} \mid F_n(r_i/D_i) \geq \alpha\}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (16)$$

式(16)中:  $D_i$  为第  $i$  个交易日;  $C_{VaR_i}$  为第  $i$  个交易日的条件在险价值;  $\alpha$  为分位数(1 为置信水平).

因为在估计过程中涉及到窗宽的估计, 故先利用样本数据, 根据交错鉴定法估计各国股市的窗宽. 对于条件在险价值的估计, 即对非参分位数回归模型的估计, 涉及到置信水平(分位数  $\alpha$ )的选择问题, 很多文献都设 90% 或是 95% 的置信水平(10% 或 5% 分位数水平), 文中实证采用 90% 的置信水平(采用 95% 的置信水平结果一致). 利用泰勒多项式扩展法, 对以上 3 个国家的股票指数进行估计, 可得到 4

个国家股市在此区间内的条件在险价值  $C_{VaR}$ , 如图 1 所示.

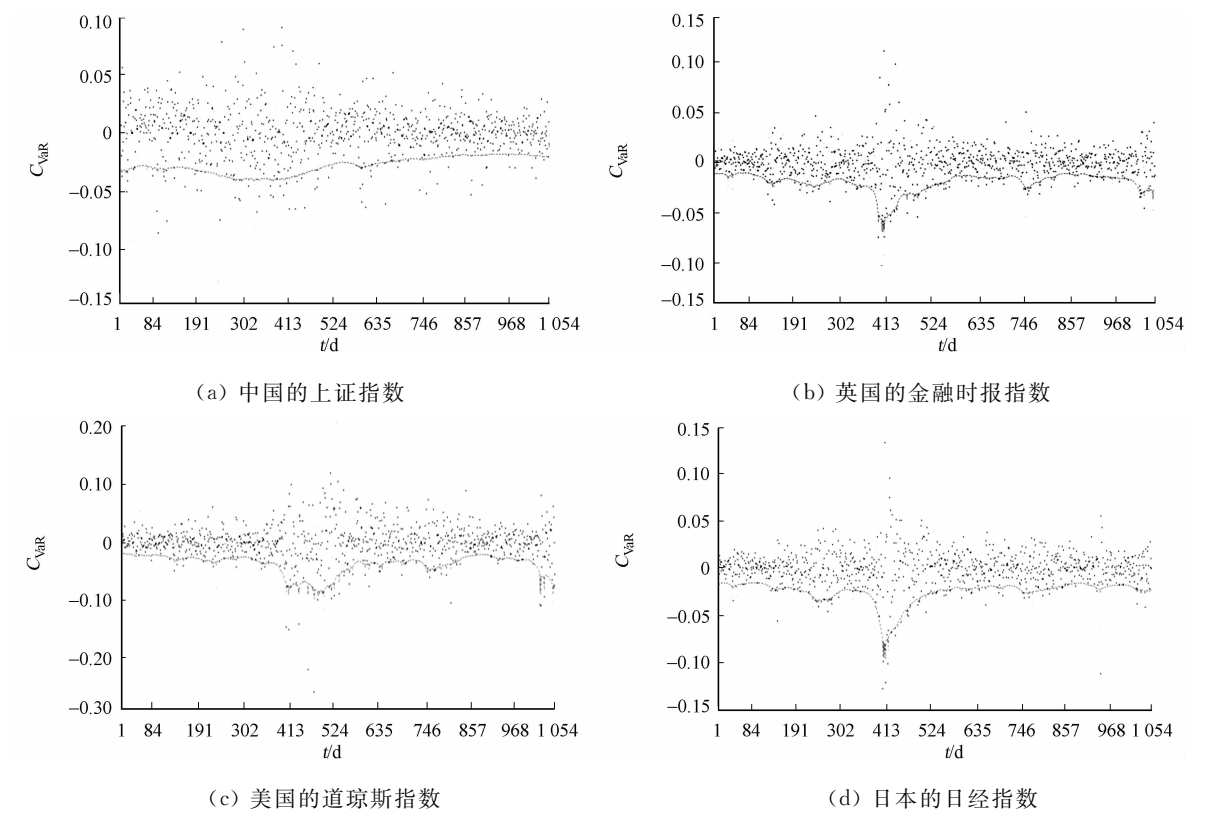


图 1 90%的置信度下股票指数的非参分位数回归估计

Fig. 1 Nonparametric quantile regression estimate of stock index under 90% confidence level

由图 1 可以看出:在次贷危机发生前期,美、英、日的在险价值都较小,中国的在险价值显然较大,即风险较大.这是由于美、英、日作为发达国家,其证券市场历史较为悠久,发展较充分,市场制度较完善,而中国证券市场仍处在成长阶段,需不断完善市场制度.

中国证券市场在第 130 个交易日左右的在险价值曲线开始逐渐缓慢下滑,在险价值开始增大;在第 290 个交易日左右的在险价值达到最大值,接近 0.05%,此时中国股票市场的风险最大.即中国证券市场受次贷危机影响在此时最大,之后曲线稳步回升,恢复到危机前风险水平,甚至低于初始风险水平.美、英、日股市在第 130 个交易日左右的在险价值曲线也出现小幅波动性下滑,在第 300 个交易日以后下滑幅度加剧,次贷危机对 3 国的影响日益深化,英国和日本两国在第 388 个交易日达到最大值在险价值分别为 0.07%和 0.1%,此后风险陡峭降低,在第 600 个交易日后分别稳定在 0.01%和 0.025%左右的水平,而美国则在第 388 至第 497 个交易日期间处在 0.01%在险价值水平间波动,在第 606 个交易日后回升到 0.2%.

综合以上分析可知,中国受次贷危机影响的时间较晚,受影响程度也较小,这是由于中国资本市场的开放程度不如英国资本市场的开放程度.中国在次贷危机初期就开始受其影响,也说明中国证券市场规范制度不完善,同时中国政府在危机初期没有引起足够重视,及时采取相关措施救市.

5 结论

以非线性的形式从风险的角度来分析金融市场的风险传染问题,应用非参分位数回归模型对世界上 4 个比较有影响力的股票指数进行实证研究.按照时间顺序,分别分析了 4 国股票指数收益在样本期间的在险价值,并且把各指数收益的在险价值都描绘于图形中,直观地反映出四国股票指数收益率在险价值的变化.

研究表明:金融市场间存在着风险传染效应,但是这种传染具有滞后性,首先对风险发生国产生影响,接着再影响到其他金融市场.而且,这种风险的传染对各国金融市场的影响程度都不一样.一般来

说，金融市场比较健全、制度比较完善的金融市场的影响程度较小，而对处于发展初期的金融市场的影响程度较大。

由于非参分位数回归模型本身计算的复杂性，文中对于金融市场的风险传染分析，只是依据于估计结果产生的图形进行分析，并没有对估计过程所产生的系数进行检验，因此，还需要进一步研究。

参考文献：

[1] 王春峰,康莉,王世彤. 货币危机的传染：理论与模型[J]. 国际金融研究,1999(1):44-50.

[2] BEKAERT G,WU Guo-jun. Asymmetric volatility and risk in equity markets[J]. Review of Financial Studies,2000,13(1):1-42.

[3] LONGIN F M,SOLNIK B. Extreme correlations of international equity markets during extremely volatile periods [J]. Journal of Finance,2001,56(2):649-676.

[4] CORSETTI G,PERICOLI M,SBRACIA M. Some contagion, some interdependence: More pitfalls in tests of financial contagion[J]. Journal of International Money and Finance,2005,24(8):1177-1199.

[5] SERWA D,BOHL M T. Financial contagion vulnerability and resistance: A comparison of European stock markets [J]. Economic Systems,2005,29(3):344-362.

[6] CARAMAZZA F,RICCI L,SALGADO R. Trade and financial contagion in currency crises[R]. Washington D C: International Monetary Fund,2000:1-47.

[7] 樊智,张世英. 多元 GARCH 建模及其在中国股市分析中的应用[J]. 管理科学学报,2003,6(2):68-73.

[8] 叶五一,缪柏其,谭常春. 基于分位数回归模型变点检测的金融传染分析[J]. 数量经济技术经济研究,2007,24(10):151-161.

[9] KOENKER R W,Jr BASSETT G. Regression quantiles[J]. Econometrica,1978,46(1):33-50.

[10] 朱平芳,朱先智. 企业创新人力投入强度规模效应的分位数回归研究[J]. 数量经济技术经济研究,2007,24(3):69-80.

[11] 钱争鸣,郭鹏辉. 上海证券交易所市场量价关系的分位回归分析[J]. 数量经济技术经济研究,2007,24(10):141-151.

[12] 李育安. 分位数回归及应用简介[J]. 统计与信息论坛,2006,21(3):35-39.

[13] 张守一,葛新权,王斌. 非参数回归及应用[J]. 数量经济技术经济研究,1997,14(10):60-66.

[14] 叶阿忠. 非参数计量经济学[M]. 天津:南开大学出版社,2003:7.

[15] ABBERGER K. Cross-validation in nonparametric quantile regression[J]. Allgemeines Statistisches Archiv,1998,82(2):149-161.

Research on Risk Contagion of Financial Markets  
by Using Nonparametric Quantile Model

CHEN Yan-wu<sup>1</sup>, HUANG Jing-fei<sup>2</sup>

(1. Academy of Quantitative Economics, Huaqiao University, Fujian 362021, China;  
2. College of Economics and Finance, Huaqiao University, Fujian 362021, China)

**Abstract:** The case study has been done in this paper with the nonparametric quantile regression method connecting with the data of stock markets of four countries— China, America, Britain and Japan, from a view of market risk, which shows that there are risk contagion effects among the financial markets of the four countries. And this contagion is nonlinear. The financial market of the country resulting in the risk is firstly affected and then the effects are contaminated into the financial markets of other three countries. The degree of effects on unsound financial markets is bigger than that of relatively sound financial markets.

**Keywords:** nonparametric quantile regression; financial markets; interlaced appraisal method; risk contagion; value at risk