

文章编号: 1000-5013(2012)06-0667-04

小麦抗倒伏的力学分析

徐启程¹, 孙常春¹, 徐立辉²

(1. 沈阳建筑大学 理学院, 辽宁 沈阳 110168;
2. 沈阳建筑大学 信息与控制工程学院, 辽宁 沈阳 110168)

摘要: 建立一个具有四自由度的力学模型,利用多自由度系统振动的理论,分析典型风荷载对小麦的影响,推导出小麦的倒伏弯矩计算公式.考虑土壤特性和小麦根须分布情况,在郎肯土压力理论上推导出小麦的抗倒伏弯矩.比较两种弯矩,可对小麦的抗倒伏能力进行综合评价和预测.通过所提出的模型进行多种小麦的数值试验,发现各质点的质量大小对各振型形状的影响很显著,尤其是可以改变第二振型的弯曲方向,以及解释不同品种的小麦的抗风差异现象.

关键词: 抗倒伏; 小麦; 力学模型; 多自由度系统; 固有频率; 模态分析
中图分类号: Q 947.6; S 512.1 **文献标志码:** A

小麦倒伏是制约小麦高产和优质的重要因素之一.有研究表明:小麦乳熟期倒伏会减产 10%左右,灌浆期倒伏会减产 25%~35%,而开花后倒伏减产可达 40%~50%,严重时甚至绝收^[1].随着产量的增加,小麦的单茎穗重不断增加,但穗重的增加同时使茎秆的负荷增大,导致易倒伏.倒伏不但造成小麦的减产,而且影响小麦的籽粒品质,因此要实现小麦高产优质的跨越,就必须解决或尽量减少小麦的倒伏问题.通过力学研究农作物抗倒伏性是一个新方向,应用生物力学性能指标可以表达茎秆作物的抗倒伏特性.国内外学者对小麦、水稻、玉米等主要粮食作物的抗倒伏及其副产品的开发利用进行了研究^[2-4],对小麦茎秆的进行了力学性质试验研究,获得了各节间的拉、压强度极限、弹性模量、泊松比以及不同含水率情况下的强度极限^[5].文献[6]将茎秆质量的四分之一折算到上部重心处,将茎秆简化为无重的等截面弹性杆,建立了茎秆的单自由度力学模型,本文建立一个具有四自由度的力学模型,利用多自由度系统振动的理论,分析典型风荷载对小麦的影响,推导出小麦的倒伏弯矩计算公式,考虑土壤特性、小麦根须分布情况,在郎肯土压力理论上推导出小麦的抗倒伏弯矩,与小麦的倒伏弯矩比较,可对小麦的抗倒伏能力进行综合评价和预测.

1 小麦的力学模型

运用单自由度系统理论对小麦建模时,将小麦的全部质量都集中到质点上,忽略麦秆的质量,只考虑了其弹性.对 2007 年矮抗 58、平安 6、周麦 18、郑麦 9023 等多个品种的茎秆质量和穗质量数据分析可知,平均茎秆质量均大于穗质量二倍,因此实际的小麦可以看成弹性体或多自由度系统.

图 1 为所建立四自由度系统.将每节麦秆从中间分为两段,麦穗与穗下第一节上半部分质量集中到质点 m_1 上,穗下第一节下半部分和穗下第二节上半部分质量集中到质点 m_2 ,穗下第二节下半部分和穗下第三节上半部分质量集中到质点 m_3 ,以此类推,可建立多自由系统的动力模型为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(t).$$

(1)

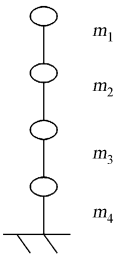


图 1 四自由度系统
Fig. 1 Four degree systems

在动力模型中,系统质量矩阵 \mathbf{M} 、刚度矩阵 \mathbf{K} 和风荷载列阵 $\mathbf{F}(t)$ 的计算式分别为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & m_3 & \\ & & & m_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & & \\ k_{1,2} & k_{2,2} & k_{2,3} & \\ & k_{2,3} & k_{3,3} & k_{3,4} \\ & & k_{3,4} & k_{4,4} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cos pt.$$

其中: m_1, m_2, m_3, m_4 分别为集中质量; p 为风荷载的频率,考虑实际麦田情况,设风力仅对单穗穗头起作用,暂时忽略风力对小麦茎秆作用.

在计算一般外力作用下系统的动力响应时,阻尼对系统的最大响应起控制作用,因此必须考虑阻尼的影响. 文中采用比例阻尼,即阻尼矩阵 $\mathbf{C} = \mathbf{M}\Phi\mathbf{C}^*\Phi^{-1}$. 其中, $\mathbf{C}^* = \text{diag}[2\zeta\omega_1, 2\zeta\omega_2, 2\zeta\omega_3, 4\zeta\omega_4]$; ζ 为小麦秆的阻尼比; ω_i 为固有频率.

2 振动分析

2.1 固有频率和固有振型

考虑多自由度系统自由振动的方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0. \tag{2}$$

设自由振动的解 $\mathbf{x} = \mathbf{A}\sin(\omega t + \varphi)$. 其中: \mathbf{A} 为振幅矢量; ω 为固有频率; φ 为相位角. 代入多自由度系统自由振动的方程(2),可得

$$(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{A} = 0. \tag{3}$$

式(3)中: ω 是只取决于系统的动力学参数 \mathbf{M} 和 \mathbf{K} 的特征参量,求此方程可以得到 ω^2 的 n 个正的实根,从而得到系统的 n 个固有频率. 将 $\omega = \omega_i$ 代入方程(3),可得到与 ω_i 相对应的固有振型 φ_i .

2.2 模态分析法求简谐荷载激励引起的稳态响应

如果在运动方程中,各自由度上受同频率的简谐荷载激励,用复数形式表示为 $F_i(t) = F_i \exp(jpt)$,则原系统的响应^[7]为

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi_i \varphi_i^T \mathbf{F}(t)}{k_i^* (1 - v_i^2 + j2\xi_i v_i)}. \tag{4}$$

其中: φ_i 为与 ω_i 对应的固有振型; k_i^* 为模态刚度; ξ_i 为阵型阻尼比; $v_i = p/\omega_i$ 为第 i 阶的频率比.

若系统只在第 1 个集中质量处施加激振 $F_1(t) = F_1 \exp(jpt)$,相当于振动试验中的单点激振,自上而下,依次得到第 s 个集中质量处的响应为

$$x_{s,1} = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi_i \varphi_i^T F_r}{k_i^* (1 - v_i^2 + j2\xi_i v_i)}. \tag{5}$$

结构体系的低阶振型主要描述系统的整体变形,因此只需要考虑少数几个低阶振型就足够了. 文中计算取 $n=2$,已具有足够高的精度,高阶振型具有局部变形的性质,对小麦的总体变形影响不大.

由式(5)计算各质点的水平位移分别为

$$\left. \begin{aligned} x_{1,1} &= \sum_{i=1}^2 \frac{\varphi_{1,i} \varphi_{1,i} F_1}{k_i^* (1 - v_i^2 + j2\xi_i v_i)}, & x_{2,1} &= \sum_{i=1}^2 \frac{\varphi_{1,i} \varphi_{2,i} F_1}{k_i^* (1 - v_i^2 + j2\xi_i v_i)}, \\ x_{3,1} &= \sum_{i=1}^2 \frac{\varphi_{1,i} \varphi_{3,i} F_1}{k_i^* (1 - v_i^2 + j2\xi_i v_i)}, & x_{4,1} &= \sum_{i=1}^2 \frac{\varphi_{1,i} \varphi_{4,i} F_1}{k_i^* (1 - v_i^2 + j2\xi_i v_i)}. \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

其中: $x_{i,1}$ 为风荷载作用在小麦麦穗处时,其他各节的水平位移.

风力及茎秆重力产生的倒伏力矩为

$$\mathbf{M} = F_1 \mathbf{H} + \sum_{i=1}^4 m_i g x_{i,1} = F_1 \mathbf{H} + g \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 \frac{m_i \varphi_{1,j} \varphi_{i,j}}{k_j^* (1 - v_j^2 + j2\xi_j v_j)}. \tag{7}$$

3 抗倒伏分析

风荷载作用下小麦茎秆的受力简图,如图 2 所示. 根据郎肯土压力理论 $\sigma_a = \gamma z \tan^2(45 - \varphi/2)$. 其中: δ_a 主动土压力强度; γ 为土的重度; z 为所计算的点离地面的深度; φ 为土的内摩擦角. 则土压力为

$E_a = (1/2)\gamma H^2 \tan^2(45 - \varphi/2) + 2c^2/\gamma$, 临界深度 $z_0 = 2c/\gamma \sqrt{K_a}$, K_a 为郎肯主动土压力系数. 由此可得土壤使根部产生的抗倒伏力矩为

$$\boldsymbol{M}^* = E_a (\frac{2\boldsymbol{H} + z_0}{3})^2. \tag{8}$$

若倒伏力矩 \boldsymbol{M} 大于抗倒伏弯矩 \boldsymbol{M}^* , 小麦在风作用下倒伏, 反之则不倒伏.

4 算例数值模拟

以矮抗 58 的一株为例, 于 2007 年测得各节长度和质量: 穗长为 8.4 cm, 穗鲜质量 1.95 g; 穗下第 1 节长为 21.1 cm, 鲜质量为 1.25 g; 穗下第 2 节长为 14.95 cm, 鲜质量为 1.6 g; 穗下第 3 节长为 8.05 cm, 鲜质量为 1.20 g; 穗下第 4 节长为 6.75 cm, 鲜质量为 1.01 g.

4.1 质量矩阵的计算

自上至下, 依次为 $m_1 = 2.575, m_2 = 1.425, m_3 = 1.4, m_4 = 1.105$, 由质量分配方法得到系统的质量矩阵 \boldsymbol{M} 为

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 2.575 & & & \\ & 1.425 & & \\ & & 1.4 & \\ & & & 1.105 \end{bmatrix}.$$

4.2 刚度矩阵的计算

假设各节抗弯刚度一致, $EI = 450$ Pa, 由刚度法求得系统的刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 450 & -450 & & \\ -450 & 900 & -450 & \\ & -450 & 900 & -450 \\ & & -450 & 900 \end{bmatrix}.$$

4.3 各阶模态质量和模态刚度的计算

系统的固有频率和固有振型分别为

$$\omega = \begin{bmatrix} 5.321\ 3 \\ 16.765\ 4 \\ 27.629\ 7 \\ 34.514\ 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi = \begin{bmatrix} 1 & -0.597\ 2 & -0.296\ 9 & -0.099\ 4 \\ 0.838\ 2 & 0.362\ 8 & 1 & 0.578\ 1 \\ 0.601\ 3 & 1 & -0.120\ 1 & -0.925\ 1 \\ 0.311\ 4 & 0.763\ 3 & -0.955\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

由此可求出各阶模态质量 $m_i^* = \varphi_i^T \boldsymbol{M} \varphi_i$ 和模态刚度 $k_i^* = \varphi_i^T \boldsymbol{K} \varphi_i$. 将有关数值代入, 可以得到 $m_1^* = 4.189\ 5, m_2^* = 3.148\ 7, m_3^* = 2.68, m_4^* = 2.804\ 8, K_1^* = 118.5, K_2^* = 884.8, K_3^* = 2\ 045.5, K_4^* = 3\ 341.1$.

4.4 阻尼矩阵的计算

计算阻尼矩阵 \boldsymbol{C} 和各阶阵型阻尼比 ξ_i . 根据 $\boldsymbol{C}^* = \text{diag}[2\zeta\omega_1, 2\zeta\omega_2, 2\zeta\omega_3, 2\zeta\omega_4]$, 小麦秆阻尼比 $\zeta = 0.05$, 即 $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{M} \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{C}^* \boldsymbol{\varphi}^{-1}$, 则有

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 27.842\ 6 & -14.151\ 5 & -3.302\ 2 & -0.940\ 3 \\ -14.152\ 8 & 32.5197 & -10.469\ 0 & 1.459\ 0 \\ -3.303\ 4 & -10.469\ 1 & 32.264\ 8 & -9.128\ 5 \\ -0.938\ 1 & -1.458\ 2 & -9.128\ 0 & 30.443\ 4 \end{bmatrix}.$$

由于阵型阻尼比 $\zeta_i = \frac{C^*}{2\omega_i m_i^*}$, 可得 $\zeta_1 = 0.500\ 0, \zeta_2 = 1.575\ 8, \zeta_3 = 2.596\ 1, \zeta_4 = 3.243\ 0$.

4.5 各质点的水平位移的计算

在风荷载 $F_1 \cos pt = 2 \cos 0.5\omega_1 t$ 激励下, 可得到各质点位移(m)分别为 $x_{1,1} = 0.162, x_{2,1} = 0.127,$

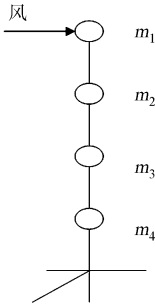


图 2 风载下小麦茎秆的受力简图
Fig. 2 Free body diagram of wheat subjected to wind load

$x_{3,1}=0.083, x_{4,1}=0.040$.

4.6 倒伏弯矩的计算

对不同的品种进行试验,计算其倒伏弯矩为

$$M=2H+\sum_{i=1}^4m_i g x_{i,1}=1.760\ 4\ (\text{kN}\cdot\text{m})$$

数值试验表明:各质点的质量大小对各振型形状的影响很显著,尤其在第二振型上,可以改变第二振型的弯曲方向,即麦秆各节的质量对倒伏弯矩的影响显著.

4.7 抗倒伏弯矩的计算

根据须长 $a=0.1(\text{m})$,根须与茎秆根部的夹角均为 $\varphi=\pi/6, c=10\ \text{kPa}^{[8]}, \gamma=18\ \text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$,代入式(7),计算得 $M^*=5.587\ 3\ \text{kN}\cdot\text{m}, M^*>M$,故整株小麦不倒伏.

5 结论

- 1) 建立了一个具有四自由度的力学模型,利用多自由度系统振动的理论,分析了典型风荷载对小麦的影响,推导出小麦的倒伏弯矩计算公式.
- 2) 对所提出的模型进行多种小麦的数值试验,发现各质点的质量大小对各振型形状的影响很显著,尤其在第二振型上,可以改变第二振型的弯曲方向,解释了不同品种的小麦的抗风差异现象.
- 3) 考虑土壤特性、小麦根须的分布情况,在郎肯土压力理论上推导出小麦的抗倒伏弯矩计算公式.数值试验验证了模型的合理性和实用性.

参考文献:

[1] 郭维俊,王芬娥,黄高宝,等.小麦茎秆力学性能与化学组分试验[J].农业机械学报,2009,40(2):123-127.
[2] 吴子岳,高焕文,张晋国.玉米秸秆切断速度和切断功耗的试验研究[J].农业机械学报,2001,32(2):38-41.
[3] 高梦祥,郭康权,杨中平.玉米秸秆的力学特性测试研究[J].农业机械学报,2003,34(4):47-52.
[4] 王勇,李朝恒.小麦品种抗倒性的研究进展[J].山东农业大学学报,1996,27(4):503-508.
[5] 胡婷,焦群英,付志一,等.小麦茎秆的抗弯复合材料力学模型[J].应用力学学报,2007,24(1):279-283.
[6] 袁志华,赵安庆,苏宗伟,等.水稻茎秆抗倒伏的力学分析[J].生物数学学报,2003,18(2):234-237.
[7] 盛宏玉.结构动力学[M].合肥:合肥工业大学出版社,2005.
[8] 张克恭.土力学[M].北京:中国建筑工业出版社,2005.

Mechanical Analysis of Wheat Lodging-Resistance

XU Qi-cheng¹, SUN Chang-chun¹, XU Li-hui²

(1. School of Science, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China;
2. School of Information and Control Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

Abstract: A mechanical model with four degrees of freedom was established. Using the multi-freedom vibration systems theory, the effect of the wind load on wheat was analyzed and the wheat lodging moment formula was derived. Based on Rankine earth pressure theory, considering soil properties and root distributions, the lodging-resistance moment of wheat was obtained. Comparing two bending moments, the ability of wheat lodging-resistance can be predicted. The wheat numerical results show: the impact of particle mass on the each vibration mode shape is significant, especially the particle mass can change the bending direction of the second vibration mode; the difference of lodging-resistance for difference wheat is also explained.

Keywords: lodging-resistance moment; wheat; mechanical mode; multi-degree systems; natural frequency; modal analysis