

文章编号: 1000-5013(2012)05-0484-06

用改良单反馈法实现 损耗型变形耦合发电机系统的混沌控制

孙娜燕, 郝建红

(华北电力大学 电气与工程学院, 北京 102206)

摘要: 采用常规线性反馈法对一个考虑机械阻尼损耗的耦合发电机系统实施混沌控制, 从操作性强、利于实现和降低控制功率等方面考虑, 提出一种改良线性反馈法. 即仅当运动轨道接近控制目标时才实施控制, 最大限度地维持系统动力学特性不变. 此方法具有滑模控制作用, 可以调整极限环半径等系统状态. 基于 Lyapunov 指数和 Routh-Hurwitz 判据, 讨论受控系统的混沌轨道达到不稳平衡点或极限环的条件, 给出理论上的证明. 最后, 通过数值模拟验证方法的有效性.

关键词: 机械阻尼损耗; 耦合发电机系统; 线性反馈法; 混沌控制

中图分类号: TM 310.12; O 415.5

文献标志码: A

自 1990 年著名的 OGY(E. Ott, C. Grelogi, J. A. Yorke)混沌控制法^[1]被提出之后, 人们相继提出了很多混沌控制方法^[2-4]. 反馈控制法是其中一种极易实现的有效方法^[5], 它的核心是目标轨道的局域稳定性问题, 以原系统的固有状态为控制的目标状态, 可以保留系统原有的动力学性质. 耦合发电机系统是从工程实践中抽象提炼出的一种非线性系统模型, 其混沌动力学和控制行为的研究对机电工程的实际运用具有重要的指导意义, 已有不少工作对其进行了综合性研究^[6-8]. 然而, 以往的工作都不考虑机械阻尼损耗, 但实际工程中, 尤其随着高性能电机技术的发展, 电机运行速度越来越高, 机械阻尼损耗对电机系统的影响也变得明显. 本文利用线性反馈法将损耗型耦合发电机系统镇定到不稳平衡点和极限环上, 并在此基础上提出一种改良单反馈法控制混沌系统.

1 损耗型变形耦合发电机系统

损耗型耦合发电机系统的混沌数学模型为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\mu x + y(z + \alpha), \\ \dot{y} &= -\mu y + x(z - \alpha), \\ \dot{z} &= \epsilon z - xy. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中: α, μ 和 ϵ 均为系统的控制参数, μ 和 ϵ 分别表征电机的电流损耗和机械阻尼损耗.

选取系统参数 $\alpha=3, \mu=2, \epsilon=0.75$, 初始条件为 $(1, -1, 2)$ 时, 系统(1)的相轨迹图如图 1 所示. 图 2 是图 1 在 $x-y$ 平面上的投影. 系统(1)的散度为

$$\nabla \cdot F = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} = -2\mu + \epsilon.$$

上式中: $F=(F_1, F_2, F_3)=(-\mu x + y(z + \alpha), -\mu y + x(z - \alpha), \epsilon z - xy)$.

当 $-2\mu + \epsilon < 0$ 时, 系统(1)是耗散的, 系统按 $\frac{dF}{dt} = \exp(-(2\mu - \epsilon)t)$ 的形式收敛. 即当 $t \rightarrow \infty, F =$

收稿日期: 2012-02-12

通信作者: 郝建红(1960-), 女, 教授, 主要从事非线性动力学的研究. E-mail: jianhonghao@ncepu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10775018); 华北电力大学博士科研基金和国际科技合作项目(2011DFR00780)

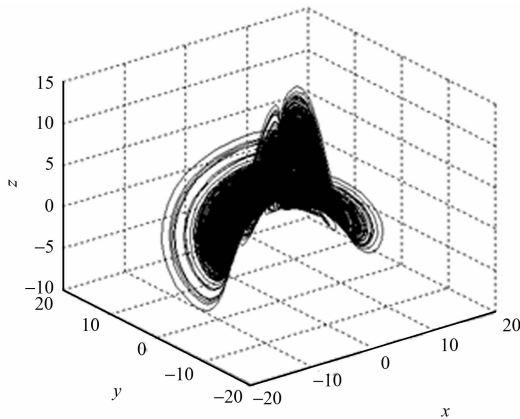


图 1 系统混沌吸引子

Fig.1 Chaotic attractor of the system

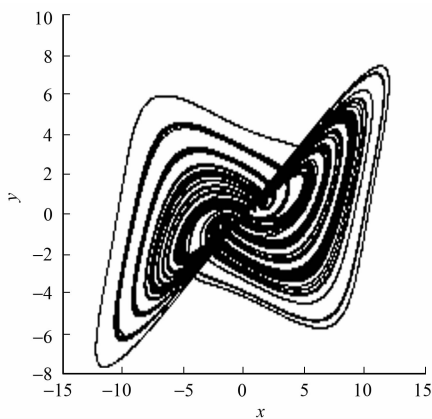


图 2 吸引子在 x - y 平面上的投影

Fig.2 Projection of the attractor on the plane x - y

$F_0 \exp(-(2\mu - \epsilon)t)$ ，所以当 $t \rightarrow \infty$ 时，系统的每个体积元以指数速度收敛为 0，系统轨迹最终都会被限制在一个体积为 0 的点集合上，即吸引子上。

系统(1)有 5 个平衡点，即

$$\begin{aligned} S_0 &= (0, 0, 0), & S_1 &= (\beta_1, \beta_2, \gamma), & S_2 &= (-\beta_1, -\beta_2, \gamma), \\ S_3 &= (-\beta_2, \beta_1, -\gamma), & S_4 &= (\beta_2, -\beta_1, -\gamma). \end{aligned}$$

其中： $\beta_1 = \sqrt{\frac{\epsilon\gamma(\gamma + \alpha)}{\mu}}$ ， $\beta_2 = \sqrt{\frac{\epsilon\gamma(\gamma - \alpha)}{\mu}}$ ， $\gamma = \sqrt{\mu^2 + \alpha^2}$ 。设其中一个平衡点的坐标为 $S_i(x_i, y_i, z_i)$ ，则系统在该平衡点处的 Jacobian 矩阵为

$$J(S_i) = \begin{bmatrix} -\mu & z_i + \alpha & y_i \\ z_i - \alpha & -\mu & x_i \\ -y_i & -x_i & \epsilon \end{bmatrix},$$

特征方程为

$$\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0,$$

且有

$$b = 2\mu - \epsilon,$$

$$c = \mu^2 + \alpha^2 - 2\mu\epsilon + x_i^2 + y_i^2 - z_i^2 = \frac{2\epsilon\alpha^2}{\mu},$$

$$d = 2x_i y_i z_i + \mu x_i^2 + \mu y_i^2 - \mu^2 \epsilon + z_i^2 \epsilon - \epsilon \alpha^2 = 4\epsilon(\mu^2 + \alpha^2).$$

由特征方程可求得系统在平衡点 $J(S_0)$ 的特征根为 $\lambda_1 = -2 + 3i$ ， $\lambda_2 = -2 - 3i$ ， $\lambda_3 = 0.75$ ，则 S_0 存在一个实部为正的根，因而 S_0 是不稳定的鞍点。对于平衡点 S_1 ，由系统特征方程可求得其特征根为 $\lambda_1 = -4.0000$ ， $\lambda_2 = 0.375 + 3.0999i$ ， $\lambda_3 = 0.375 - 3.0999i$ ， S_1 存在正实部，所以 S_1 是不稳定点。同理，可证明平衡点 S_2, S_3, S_4 也是不稳定的。

2 改良线性反馈法对系统进行混沌控制

线性反馈是一种简单易行的控制方法，现用单反馈和双反馈对损耗型变形耦合发电机系统进行混沌控制，系统变为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\mu x + y(z + \alpha) - u_1, \\ \dot{y} &= -\mu y + x(z - \alpha) - u_2, \\ \dot{z} &= \epsilon z - xy - u_3. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

1) 当利用单反馈法时，控制器设为

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= k_1(x - x_i), \\ u_2 &= k_2(y - y_i), \\ u_3 &= k_3(z - z_i). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2),可得到受控系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\mu x + y(z + \alpha) - k_1(x - x_i), \\ \dot{y} &= -\mu y + x(z - \alpha) - k_2(y - y_i), \\ \dot{z} &= \varepsilon z - xy - k_3(z - z_i). \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

2) 当利用双反馈法时,将电流量作为控制量,控制器设为

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= k_1[-\mu y + x(z - \alpha)] + k_2(z - z_i), \\ u_2 &= u_3 = 0. \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

将式(5)代入式(2),可得到受控系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\mu x + y(z + \alpha) - k_1[-\mu y + x(z - \alpha)] - k_2(x - x_i), \\ \dot{y} &= -\mu y + x(z - \alpha), \\ \dot{z} &= \varepsilon z - xy. \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

式(6)中: (x_i, y_i, z_i) 是系统(1)的不稳定平衡点, k_1, k_2 和 k_3 是正反馈增益.

受控系统(4)在平衡点 S_i 处的 Jacobian 矩阵为

$$J(S_i) = \begin{bmatrix} -\mu - k_1 & z_i + \alpha & y_i \\ z_i - \alpha & -\mu - k_2 & x_i \\ -y_i & -x_i & \varepsilon - k_3 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

特征方程为

$$\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0, \tag{8}$$

且有

$$\left. \begin{aligned} b &= 2\mu - \varepsilon + k_1 + k_2 + k_3, \\ c &= \mu^2 + \alpha^2 - 2\mu\varepsilon + x_i^2 + y_i^2 - z_i^2 + \mu(k_1 + k_2 + 2k_3) - \\ &\quad \varepsilon(k_1 + k_2) + k_1k_2 + k_2k_3 + k_1k_3, \\ d &= 2x_iy_iz_i + \mu x_i^2 + \mu y_i^2 - \mu^2\varepsilon + z_i^2\varepsilon - \varepsilon\alpha^2 + x_i^2k_1 + y_i^2k_2 - z_i^2k_3 + \\ &\quad \mu^2k_3 + (\mu k_3 - \mu\varepsilon)(k_1 + k_2) - \varepsilon k_1k_2 + k_1k_2k_3. \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

根据 Routh-Hurwitz 准则,当 $b>0, c>0, bc>d$ 时,系统(4)的所有特征根均有负实部^[9],系统(1)不再做混沌运动,而将收敛到原来不稳平衡点 S_i . 当 $b>0, c>0, bc=d$ 时,系统(4)的特征根中有一个负实数和一对共轭虚数,此时系统将收敛到围绕点 S_i 的极限环.

当系统参数为 $\alpha=3, \mu=2, \varepsilon=0.75$,初始值为 $x(0)=1, y(0)=-1, z(0)=2$ 时,利用单反馈法将系统镇定到平衡点和极限环的情况,如图 3 所示. 图 3 中:正反馈增益分别为 $k_1=1, k_2=1, k_3=1$ 和 $k_1=2.6, k_2=k_3=0$.

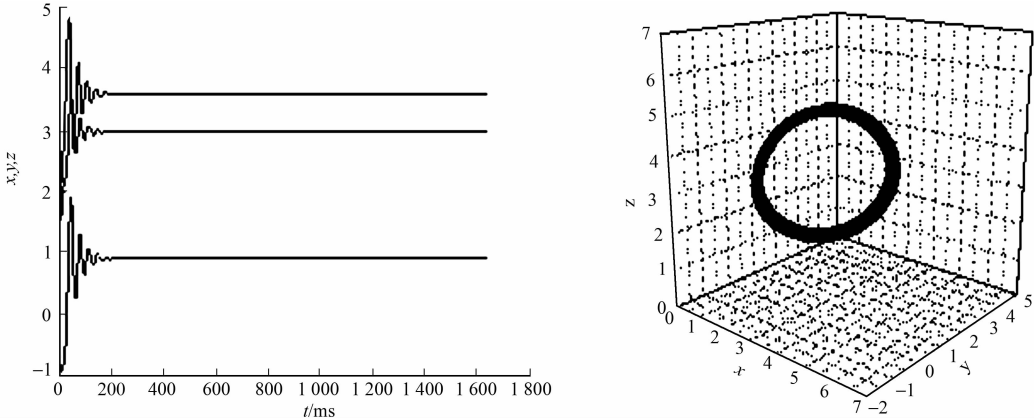


图 3 利用单反馈法将系统镇定到不稳平衡点 S_1 和围绕 S_1 的极限环

Fig. 3 Stabilization of unstable saddle point S_1 and the limit cycle around S_1 by single-feedback

同理,可分析利用双反馈法将系统(1)镇定到不稳定平衡点和极限环的条件. 即

$$\left. \begin{aligned} b &= 2\mu - \epsilon - \alpha k_1 + k_1 z_i + k_2, \\ c &= \mu^2 + \alpha^2 - 2\mu\epsilon + x_i^2 + y_i^2 - z_i^2 + \mu(k_2 - 4\alpha k_1) - \\ &\quad \epsilon(2k_1 z_i + k_2 - 2k_1 \alpha) - 2k_1 x_i y_i, \\ d &= \mu\epsilon(k_1 z_i + k_2 + \mu - \alpha k_2) - (x_i y_i + \epsilon z_i - \epsilon \alpha)(z_i + k_1 \mu + \alpha) + \\ &\quad (x_i \alpha - x_i z_i - \mu y_i)(y_i - x_i k_1). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

利用双反馈法将系统镇定到不稳定平衡点时, 稳定区域与不稳定区域由控制增益确定. 例如: 将 S_1 (2.988 5, 0.904 85, 3.605 55) 代入式(10)进行求解, 根据 Routh-Hurwitz 准则, 计算可得 k_1 和 k_2 确定的稳定和 不稳定区域, 如图 4 所示.

同理, 可讨论平衡点 S_0 , S_2 , S_3 和 S_4 的稳定区域分布.

若点 (k_1, k_2) 取自图 4 分界线上的值, 则系统(1)的运动轨道将趋于围绕点 S_1 的极限环. 当系统参数为 $\alpha=3, \mu=2, \epsilon=0.75$, 初始值为 $x(0)=1, y(0)=-1, z(0)=2$ 时, 利用双反馈法将系统镇定到平衡点和极限环的情况, 如图 5 所示. 图 5 中: 正反馈增益分别为 $k_1=3, k_2=30$ 和 $k_1=3.718, k_2=4$.

控制方法的选取应该以工程实现为目的, 将操作性强的可控量作为控制变量, 控制方法越简单易行, 工程实践性就越强. 基于上述考虑, 对线性反馈法进行改良. 耦合发电机处于混沌态时, 由于混沌系统具有遍历性, 使得系统在相空间的状态可以任意靠近(或远离)失稳的平衡点. 一旦靠近(或远离)平衡点时, 外界实施控制, 可以迫使轨道向不稳平衡点(或周期轨道)靠近, 从而实现对系统的控制. 改良单反馈控制法选择特定区域对系统实施不连续的脉冲控制, 其基本思想与 OGY 方法相似.

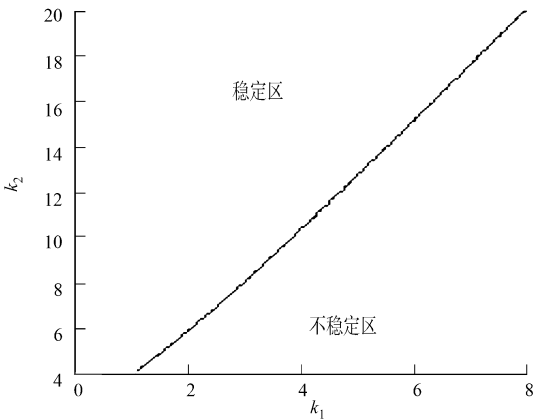


图 4 利用双反馈稳定系统(1)到平衡点 S_1 上时稳定区与不稳定区的分布
Fig. 4 Distribution of stable region and unstable region when stabilize the system (1) to stable point S_1 by dual-feedback

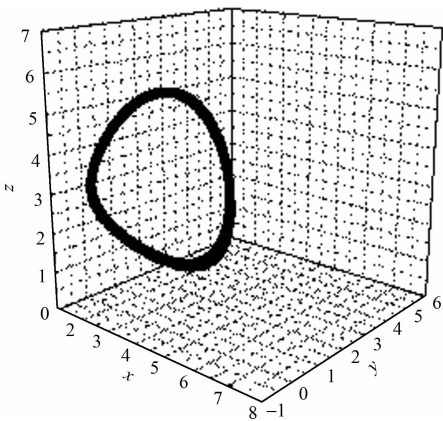
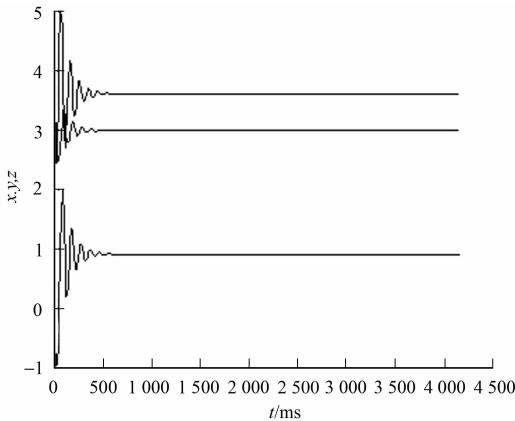


图 5 利用双反馈法将系统镇定到不稳平衡点 S_1 和围绕 S_1 的极限环

Fig. 5 Stabilization of unstable saddle point S_1 and the limit cycle around S_1 by dual-feedback
现将控制器(3)进行改良, 可得到

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_i \\ y - y_i \\ z - z_i \end{bmatrix} \Theta(r) \quad (11)$$

若将混沌系统控制到不稳定平衡点, 则 $\Theta(r)$ 为

$$\Theta(r) = \begin{cases} 0, & r \geq \zeta, \\ 1, & 0 < r < \zeta. \end{cases} \quad (12)$$

若将混沌系统控制到围绕平衡点的极限环,则 $\Theta(r)$ 为

$$\Theta(r) = \begin{cases} 1, & r \geq \zeta, \\ 0, & r < \zeta. \end{cases} \tag{13}$$

式(12),(13)中: ζ 为任意小正数; r 为控制半径,大小等于系统的状态点 (x,y,z) 与某一不稳定平衡点的距离,即有 $r = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2}$.

将控制器代入系统(2),得到受控系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\mu x + y(z + \alpha) - k(x - x_i)\Theta(r), \\ \dot{y} &= -\mu y + x(z - \alpha) - k(y - y_i)\Theta(r), \\ \dot{z} &= \epsilon z - xy - k(z - z_i)\Theta(r). \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

3 数值仿真

系统参数固定在 $\alpha=3, \mu=2, \epsilon=0.75$, 设定初始值为 $x(0)=1, y(0)=-1, z(0)=2$, 正数 $\zeta=1.5$, 反馈增益 $k=6$, 利用改良单反馈法将系统镇定到平衡点 S_0 和 S_1 时 x,y,z 的变化情况分别如图 6(a) 和 6(b) 所示; 将系统镇定到围绕平衡点 S_2 半径 ζ 为 1.5 时的极限环如图 6(c) 所示; 将系统镇定到围绕平衡点 S_2 半径 ζ 为 4.5 时的极限环如图 6(d) 所示.

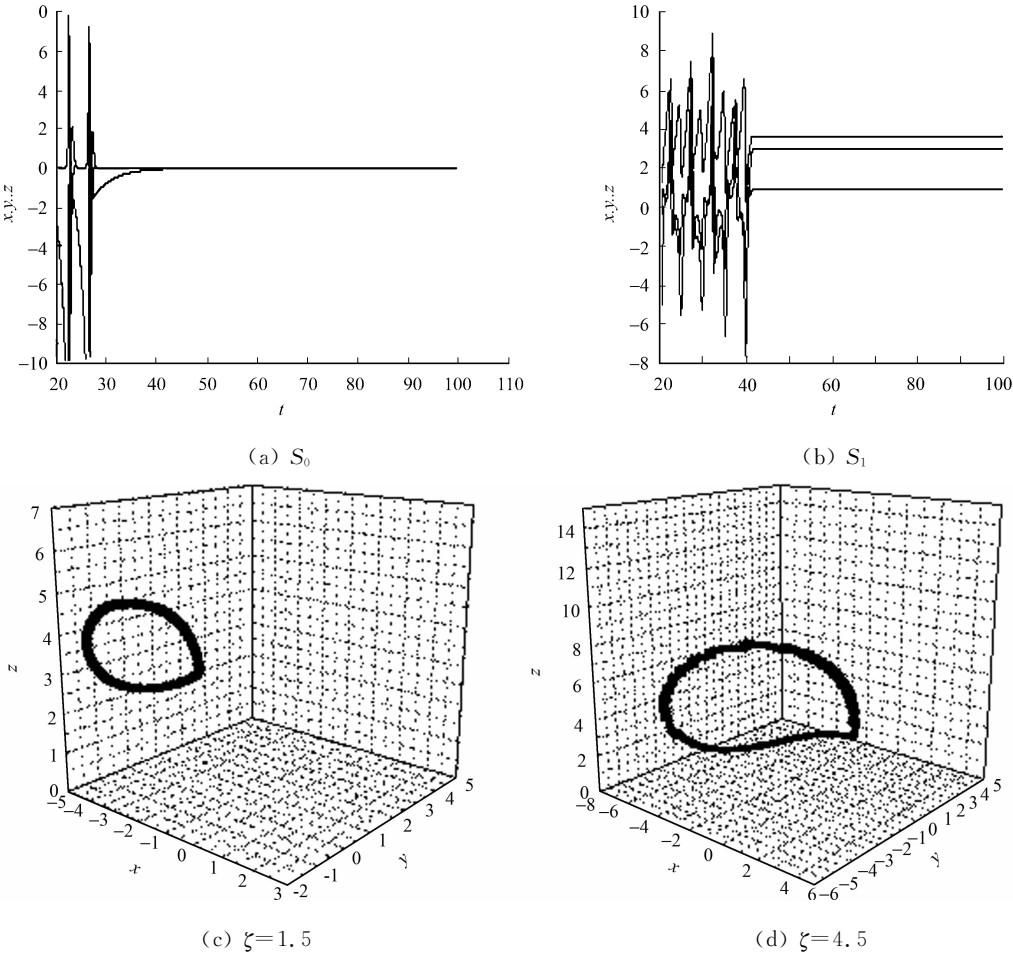


图 6 利用改良单反馈法将系统镇定到平衡点和围绕平衡点的极限环

Fig. 6 Stabilization of stable saddle point and the limit cycle around stable saddle point by improved linear feedback

4 结束语

反馈法具有操作简单、控制信号小等优点,在对混沌系统控制时,只需要很小的控制能量就能实现.

在运用单反馈和双反馈对损耗型耦合发电机系统进行控制的基础上,将控制方法进行改良,仅当系统轨道靠近(或远离)目标态时才对系统轨道实施控制,迫使系统轨道向目标轨道移动,并最终稳定到平衡点或极限环上.此方法利用很小的不连续的脉冲信号将耦合发电机系统控制到不稳平衡点或周期轨道上,不仅简单易行,而且对混沌系统施加控制不会改变系统的原有的动力学性质.另外,该方法可以很方便地调节极限环的半径和位置,对实际工程有较大的应用价值.

参考文献:

[1] OTT E,GREBOGI G,YORKE J. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett,1990,64:1196-1199.

[2] 李晓颖,陈至坤,宋雪梅. 混沌控制方法综述[J]. 中国科技信息,2009(7):41-42.

[3] AGIZA H N. Chaos synchronization of two coupled dynamos systems with unknown system parameters[J]. Int J Modern Phys C,2004,15(6):873-883.

[4] AGIZA H N. Controlling chaos for the dynamical system of coupled dynamos[J]. Chaos Solitons& Fractals,2002,13(2):341-352.

[5] CHEN Mao-yin,HAN Zheng-zhi. Controlling and synchronizing chaotic Genesio system via nonlinear feedback control[J]. Chaos, Solitons & Fractals,2003,17(4):709-716.

[6] 王兴元,武相军. 变形耦合发电机系统中的混沌控制[J]. 物理学报,2006,55(10):5083-5094.

[7] XANG Xing-yuan,WU Xiang-jun. Chaos control of a modified coupled dynamos system[J]. Phys Rev Lett,1995,52:3558.

[8] WU Shu-hua,HAO Jian-hong,XU Hai-bo. Controlling chaos to unstable periodic orbit and equilibrium stable solutions for the coupled dynamos system[J]. Chin Phys B,2010,19(2):149-156.

[9] 刘秉正,彭建华. 非线性动力学[M]. 北京:高等教育出版社,2001.

Controlling Chaos on a Loss Type of Modified Coupled Dynamos System by the Improved Linear Feedback Method

SUN Na-yan, HAO Jian-hong

(Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: The linear feedback method is adopted to implement chaos control for the coupled dynamos system which considered mechanical damping loss. An improved method is proposed, and the method is easy to operate, easy to implement and has low control power. It is only when the trajectory is close to the controlled objectives, the system is controlled. It can furthest maintain the dynamic characteristics of the system. This method has sliding mode control action which can adjust system state such as the limit ring radius. Based on the Lyapunov exponent and Routh-Hurwitz criterion, the conditions of the controlled system to steady equilibrium points and limit cycle are discussed. They are proved theoretically. The validity of this method has been verified by numerical simulations.

Keywords: mechanical damping loss; coupled dynamos system; linear feedback method; chaos control

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 杨建红)