

文章编号: 1000-5013(2012)04-0388-04

未知噪声背景下的改进型 MMUSIC 算法

王科文, 谭鸽伟

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 针对不能确知被估计信号源的相关性和非平稳且噪声功率未知的高斯噪声环境, 提出一种改进型的修正多重信号分类(MMUSIC)算法. 用协方差差分法消除阵列协方差矩阵中的未知噪声矩阵, 再用 MMUSIC 算法对得到的协方差差分矩阵进行解相关或解相干处理. 该算法只要求阵元数为不少于 $2L+1$, 即可在不影响相干信号源估计的同时, 保证不相关信号源的估计性能. 仿真结果表明: 算法能够在不能确知信号源相关性和低信噪比的未知噪声环境下, 对信号源进行有效的波达方向估计, 获得很高的估计精度和角度分辨率.

关键词: 波达方向; 未知噪声; 修正多重信号分类算法; 协方差差分法

中图分类号: TN 911.7 **文献标志码:** A

波达方向(direction of arrival, DOA)估计作为智能天线的一项核心技术, 在无线通信、雷达、导航和声纳超分辨等领域有着广泛的应用. Schmidt 等^[1]提出的多重信号分类(MUSIC)算法是最经典的 DOA 估计算法之一, 它具有良好的估计性能, 且计算量适中. 但是, MUSIC 算法仅适用非相关信号源的环境下, 对于相关或相干信源, 其能完全恶化甚至失效. 对此文献[2]提出一种修正的 MUSIC 算法, 即修正多重信号分类(MMUSIC)算法. 它可以在不影响算法对非相关信号源正常估计的前提下, 提高对相关和相干信号源估计的性能, 相当于减小相关信号源间的相关系数. 然而, 无论是 MUSIC 算法还是 MMUSIC 算法都是假定噪声环境为理想的平稳高斯白噪声, 但实际生活中的噪声环境往往是未知的, 所以如何在未知噪声环境下进行有效的 DOA 估计成为 DOA 研究的一个热点问题. 文献[3-4]提出针对非平稳且功率未知的高斯噪声的协方差差分法消除噪声, 但只能针对估计不相关信号. 文献[5]提出的一种针对未知噪声环境下估计相干信号的算法, 但对 L 个相干信号源要求阵元数不少于 $5/2L$ 个; 而且, 尽管它也可以估计不相关信号, 但算法结合了前后向空间平滑算法, 会减小阵列有效孔径和影响不相关信号源的估计性能^[6]. 基于此, 本文提出一种改进型的修正多重信号分类算法.

1 阵列信号模型

假定一个 M 元均匀直线阵列, 有 L 个窄带远场信号源平面波分别以 θ_i 辐射到阵列上, 得到阵列接收信号矢量为

$$\mathbf{X}(n) = \mathbf{A}\mathbf{S}(n) + \mathbf{N}(n).$$
 (1)

式(1)中: $\mathbf{X}(n)=[x_1(n), x_2(n), \cdots, x_M(n)]^T$; $\mathbf{S}(n)=[s_1(n), s_2(n), \cdots, s_L(n)]^T$ 为入射信号矢量; $\mathbf{A}=[a(\theta_1), a(\theta_2), \cdots, a(\theta_L)]^T$ 为导向矩阵; $a(\theta_i)=[1, \exp(-j\omega_i), \cdots, \exp(-j(M-1)\omega_i)]^T$; $\omega_i=(2\pi d/\lambda)\sin\theta_i (i=1, \cdots, L)$; λ 为载波波长; d 为阵元间距; $\mathbf{N}(n)=[n_1(n), n_2(n), \cdots, n_M(n)]^T$ 为噪声矢量; $n_k(n) (k=1, \cdots, M)$ 为零均值、方差为 σ_n^2 的高斯白噪声.

假定信号与阵元噪声之间, 以及阵元噪声之间都是不相关的, 则阵列接收信号的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}.$$
 (2)

式(2)中: $\mathbf{R}_s=E[\mathbf{S}(n)\mathbf{S}^H(n)]$ 为入射信号的协方差矩阵; σ_n^2 是单位阵元上的噪声方差.

2 修正多重信号分类算法

令 $\mathbf{Y}(n) = \mathbf{J}_M \mathbf{X}^*(n)$, $\mathbf{X}^*(n)$ 是 $\mathbf{X}(n)$ 的复共轭, \mathbf{J}_M 是 M 阶交换矩阵, 是除副对角线上为 1, 其他元素都为 0, 且有 $\mathbf{J}_M = \mathbf{J}_M^* = \mathbf{I}_M$, 可得 $\mathbf{Y}(n)$ 的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_Y = E[\mathbf{Y}(n)\mathbf{Y}^H(n)] = \mathbf{J}_M(\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H)^* \mathbf{J}_M + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{J}_M \mathbf{R}_X^* \mathbf{J}_M. \quad (3)$$

定义矩阵 $\mathbf{D} = \text{diag}[\exp(-j(M-1)\omega_1), \dots, \exp(-j(M-1)\omega_L)]$. 其中: M 是阵列的阵元数; $\omega_i = (2\pi d/\lambda) \sin \theta_i$ ($i=1, \dots, L$); λ 是载波波长; d 为阵元间距; θ_i 是第 i 个入射信号的到达角度.

对于不相关信源, 利用 $\mathbf{J}_M \mathbf{A}^* = \mathbf{A} \mathbf{D}^*$, $\mathbf{D} \mathbf{D}^* = \mathbf{I}$ 及对角矩阵乘积交换, 可得

$$\mathbf{R}_Y = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbf{R}_X, \quad (4)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_X + \mathbf{R}_Y = \mathbf{R}_X + \mathbf{J}_M \mathbf{R}_X^* \mathbf{J}_M. \quad (5)$$

在低信噪比、快拍数较少时, 由于 \mathbf{R}_X , \mathbf{R}_Y 是用有限次快拍的数据进行估值的, 存在估计误差. 此时, 用 \mathbf{R} 进行信号 DOA 估计, 具有平均的意义, 可提高信号 DOA 估计的性能, 这便是 MMUSIC 算法进行估计的原理. 所以对于不相关信源, MMUSIC 算法的精度要高于 MUSIC 算法^[7].

3 改进型修正多重信号分类算法

假定加性噪声是非平稳的高斯噪声, 各阵元噪声功率未知且不等, 信号与噪声之间不相关, 噪声之间也是不相关的. 此时, 阵列输入信号的协方差矩阵^[3-5]为

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n)] = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \mathbf{Q}. \quad (6)$$

式(6)中: \mathbf{Q} 为噪声协方差矩阵, 是一个对角阵, 且对角线上元素未知不相等. 若假定 $\mathbf{Q} = \sigma_n^2 \mathbf{I}$, 则式(6)便是式(2)的情况, 所以式(2)算是式(6)的一个特例.

令 $\mathbf{B} = \text{diag}[1, \rho, \rho^2, \dots, \rho^{M-1}]$, 假定 ρ 是一个非零的实数, 且 $|\rho| < 1$, 则构造一个协方差差分矩阵为

$$\Delta \mathbf{R} = j(\mathbf{B} \mathbf{R}_X \mathbf{B}^{-1} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{R}_X \mathbf{B}). \quad (7)$$

由于 \mathbf{Q} 是一个对角阵, 有 $\mathbf{B} \mathbf{Q} \mathbf{B}^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{B} = \mathbf{Q}$, 则式(7)可以展开为

$$\Delta \mathbf{R} = j(\mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{B} \mathbf{Q} \mathbf{B}^{-1} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{B} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{B}) = j(\mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{B}^{-1} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{B}). \quad (8)$$

此时, 协方差差分矩阵中消除了噪声矩阵. 然后, 利用 MMUSIC 算法对该矩阵进行解相关或解相关过程, 即有

$$\hat{\mathbf{R}} = \Delta \mathbf{R} + \mathbf{J}_M \Delta \mathbf{R}^* \mathbf{J}_M = j[\mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{B}^{-1} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{B} + \mathbf{J}_M \mathbf{B} \mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H \mathbf{B}^{-1} \mathbf{J}_M - \mathbf{J}_M \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H \mathbf{B} \mathbf{J}_M]. \quad (9)$$

由 $\mathbf{B} = \text{diag}[1, \rho, \rho^2, \dots, \rho^{M-1}]$ 和 $\mathbf{J}_M \mathbf{A}^* = \mathbf{A}^* \mathbf{D}$ 可知, $\mathbf{J}_M \mathbf{B} \mathbf{A}^* = \rho^{(M-1)} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{D}^*$, $\mathbf{J}_M \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^* = \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{D}^* / \rho^{(M-1)}$. 则式(9)经整理可得

$$\hat{\mathbf{R}} = [\mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}] \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -j(\mathbf{D}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{D}^*)^H - \mathbf{R}_s) \\ j(\mathbf{D}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{D}^*)^H - \mathbf{R}_s) & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}]^H. \quad (10)$$

从式(10)可以看出: $\hat{\mathbf{R}}$ 是一个 Hermite 矩阵. 另外, $\mathbf{B} \mathbf{a}_i = [1, \alpha_i, \alpha_i^2, \dots, \alpha_i^{M-1}]^T$, $\alpha_i = \rho \exp(-j\omega_i)$, $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}_i = [1, \gamma_i, \gamma_i^2, \dots, \gamma_i^{M-1}]^T$, $\gamma_i = 1/\exp(-j\omega_i)$. $[\mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}]$ 是一个 Vandermonde 矩阵, 且秩为 $2L$, 要满足 $M > 2L$. 所以, 对 $\hat{\mathbf{R}}$ 进行特征值分解得到 $M-2L$ 个零特征值, 相应的特征向量 \mathbf{u}_k ($k=2L+1, \dots, M$) 正交于 $\mathbf{B} \mathbf{a}(\theta_i)$ 和 $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}(\theta_i)$ ($i=1, 2, \dots, L$) 所张成的子空间.

由于 \mathbf{B} 是一个实对角阵, 所以可得 $[\mathbf{B} \mathbf{a}(\theta_i)]^H = \mathbf{u}_k = \mathbf{a}^H(\theta_i) (\mathbf{B} \mathbf{u}_k)^H = \mathbf{a}^H(\theta_i) (\mathbf{B} \mathbf{u}_k)$. 同理可得, $[\mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}(\theta_i)]^H = \mathbf{u}_k = \mathbf{a}^H(\theta_i) (\mathbf{B}^{-1} \mathbf{u}_k)$. 这样相应的 $\mathbf{a}^H(\theta_i)$ 正交于 $\mathbf{B} \mathbf{u}_k$ 和 $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{u}_k$ 张成的子空间. 即得到改进型 MMUSIC 算法的空间谱为

$$p(\theta) = \left[\sum_{k=2L+1}^M (|\mathbf{a}^H(\theta) (\mathbf{B} \mathbf{u}_k)|^2 + |\mathbf{a}^H(\theta) (\mathbf{B}^{-1} \mathbf{u}_k)|^2) \right]^{-1}. \quad (11)$$

4 仿真结果与分析

仿真模型采用阵元间距为半波长的 8 阵元均匀直线阵, 背景噪声是非平稳且噪声功率未知的高斯

噪声,信号与噪声之间不相关,噪声之间也不相关.在信噪比为-10 dB,快拍数是500次条件下,利用MMUSIC算法、改进型MMUSIC算法和文献[4]提出的基于变换矩阵的协方差差分法等3种算法,分别对不相关信号源($\theta_i=10^\circ, 11^\circ$)、相干信号源($\theta_i=-10^\circ, -9^\circ$)、相关信号源($\theta_i=5^\circ, 7^\circ; \rho=0.7$)和混合信号源(相干信号($\theta_i=-5^\circ, 9^\circ$)+不相关信号($\theta_i=10^\circ$))进行波达方向(DOA)估计,结果如图1所示.图1中: $|P(\theta_i)|=10\lg(|p(\theta_i)|/\max|p(\theta)|)$;矩阵 \mathbf{B} 的系数 $\rho=0.975$.

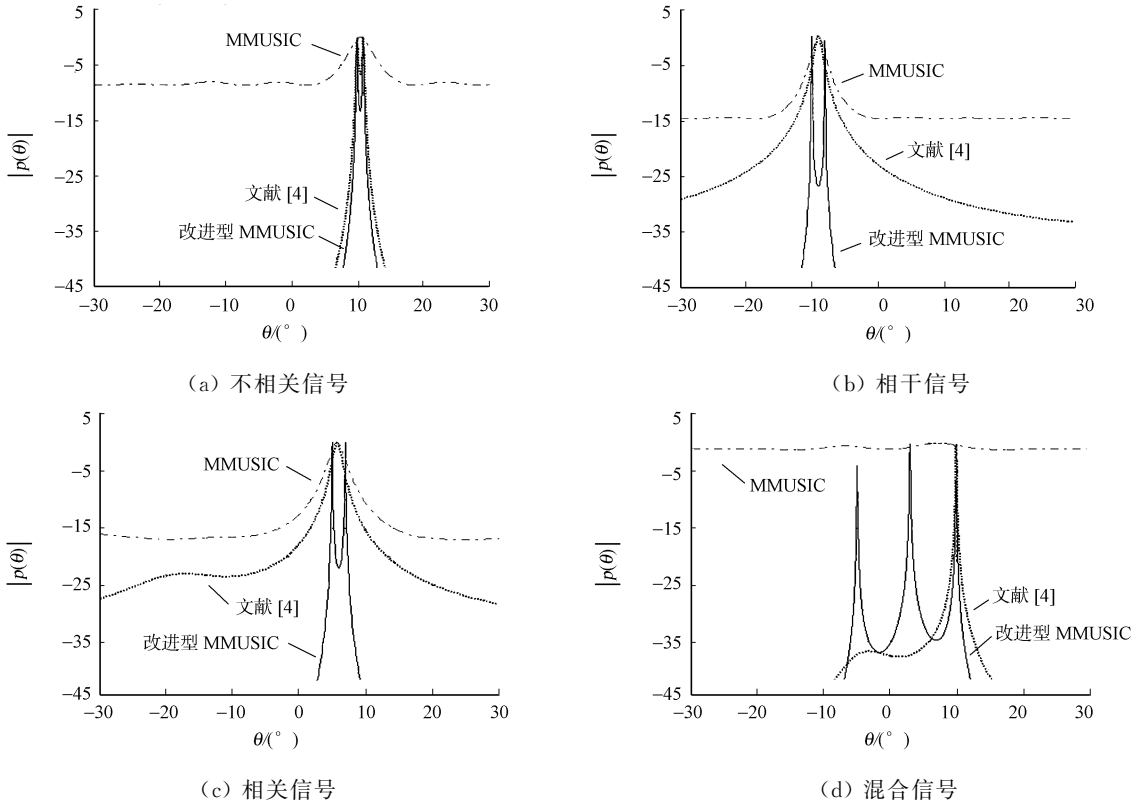


图1 不同算法对不同信号源的DOA估计仿真结果

Fig.1 DOA estimation simulation results of the different sources for the different algorithms

从图1(a)可知:对不相关信号源,MMUSIC算法不能分辨两个目标,而改进型MMUSIC算法和文献[4]的算法都能够清晰地区分两个目标,且两种算法对角度相隔 1° 的不相关信号仍能较准确的分辨.从图1(b)可知:MMUSIC算法和文献[4]的算法已不能分辨两个目标,而改进型MMUSIC算法能够清晰地区分两个目标,且改进型MMUSIC算法对角度相隔 2° 的相干信号仍能准确地分辨.从图1(c)可知:MMUSIC算法和文献[4]的算法已不能分辨两个目标,而改进型MMUSIC算法能够清晰地区分两个目标.从图1(d)可知:MMUSIC算法不能分辨出3个目标,文献[4]的算法仅只能分辨出其中的不相关信号而不能分辨出相干信号,而改进型MMUSIC算法能够清晰地区分3个目标.

在不同信噪比下,采用改进型MMUSIC算法和文献[4]中的算法对到达角分别为 $-10^\circ, 0^\circ$ 的不相关信号源的DOA估计方差比较,如图2所示.图2中:快拍数为500次,信噪比从-12 dB到20 dB变化,每2 dB计算一次,做100次Monte-Carlo实验.由图2可知:改进型MMUSIC算法在低信噪比的时候,估计方差比文献[4]的算法要小.

综合图1可以看出:在非平稳且功率未知的高斯噪声的环境下,改进型MMUSIC对不相关信号源、相干信号源、相关信号源和混合的信号源都能进行准确的DOA估计,且具有很高的精度;文献[4]的算法只能对不相关信号源进行有效的DOA估计;MMUSIC算法则失效.由图1和图2比较可知:改进型MMUSIC算法和文献[4]的算法对不相关信号源都能

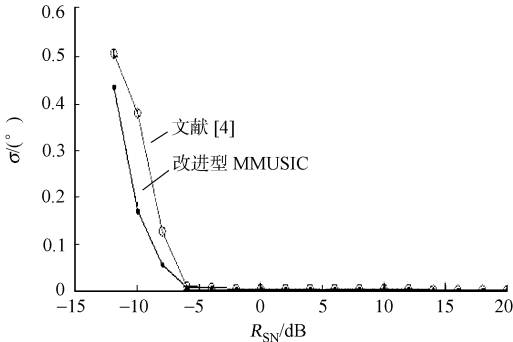


图2 不相关信号的DOA估计方差
Fig.2 DOA estimation variance of the uncorrelated signals

进行有效 DOA 估计,但是改进型 MMUSIC 算法的性能更好. 另外,从图 1(a),(b)可以看出:改进型 MMUSIC 算法能对到达角相差 10° 的不相关信号源和到达角相差 2° 的相干信号源能进行准确的估计,算法具有很高的角度分辨率.

5 结束语

提出的改进型 MMUSIC 算法结合了协方差差分方法和 MMUSIC 算法的优点,能够在不确定信号源相关性情况的背景下及在信噪比很低的非平稳且噪声功率未知的高斯噪声环境下,对角度间隔很小的不相关信号源、相关信号源、相干信号源和混合的信号源都能进行有效的 DOA 估计,并且具有很高的精度和角度分辨率.

参考文献:

[1] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans Antenna and Propagation,1986,34(3):276-280.

[2] KUNDU D. Modified MUSIC algorithm for estimating DOA of signals[J]. Signal Processing,1996,48(1):85-90.

[3] PAULRJA A,KAILATH T,PAULRJA A,et al. Eigen-structure methods for direction of arrival estimation in the presence of unknown noise fields[J]. IEEE Trans Acoust Speech Signal Processing,1986,34(1):13-20.

[4] MOGHADDAMJOO A. Transform-based covariance differencing approach to the array with spatially non-stationary noise[J]. IEEE Trans Signal Process,1991,39(1):219-221.

[5] SU Shu-jing,WANG Zeng-gang,YAN Jing-long. New method of DOA estimation for coherent sources under unknown noise field[C]// Proceedings of 9th International Conference on Electronic Measurement and Instruments, Beijing:IEEE Computer Society,2009:4569-4572.

[6] 魏凤梅. 前/后向空间平滑算法与修正 MUSIC 算法对相关信源 DOA 估计性能的比较[J]. 电子科技,2004(8):24-28.

[7] 何子述,黄振兴,向敬成,等. 修正 MUSIC 算法对相关信号源的 DOA 估计性能[J]. 通信学报,2000,21(10):14-17.

An Improved MMUSIC Algorithm in the Presence of Unknown Noise Field

WANG Ke-wen, TAN Ge-wei

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: Aimed at the problems of unknown the correlation of signal sources and the gauss noise environment which is nonstationary and unknown noise power, an improved modified multiple signal classification (MMUSIC) algorithm is proposed in this paper. Firstly, covariance differencing approach is used to eliminate unknown noise matrix from array covariance matrix. Then, the covariance differencing matrix is decorrelated or decoherenced by MMUSC algorithm. The algorithm only requires that the number of array elements isn't less than $2L+1$, it doesn't affect the estimation of coherent signal sources and simultaneously ensure the estimated performance of uncorrelated signal sources. Simulation results show that the method can effectively estimate the signals' direction of arrival (DOA) in the presence of unknown correlation of signal sources and unknown noise filed with low signal to noise ratio (SNR), and get very high estimation accuracy and angular resolution.

Keywords: direction of arrival; unknown noise; modified multiple signal classification algorithm; covariance differencing approach

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 吴逢铁)