第 33 卷　第 3 期　　华侨大学学报(自然科学版)　　Vol. 33　No. 3
2012 年 5 月　　Journal of Huaqiao University (Natural Science)　　May. 2012

文章编号： 1000-5013(2012)03-0337-05

两企业竞争与合作的离散动力学模型的周期解

徐昌进

(贵州财经大学 贵州省经济系统仿真重点实验室，贵州 贵阳 550004)

摘要： 研究一个两企业竞争与合作的离散动力学模型：$x_1(k+1)=x_1(k)\exp\{r_1(k)-a_1(k)x_1(k)-b_1(k)\times(x_2(k)-c_2(k))^2\}$，$x_2(k+1)=x_2(k)\exp\{r_2(k)-a_2(k)x_2(k)+b_2(k)(x_1(k)-c_1(k))^2\}$，$k\in Z$ 的动力学行为. 运用重合度及相关的延拓定理和先验估计，得到系统存在正周期解的易于检验的充分条件.

关键词： 企业竞争；企业合作；离散系统；动力学模型；周期解；重合度

中图分类号： O 175.12；F 272　　**文献标志码：** A

企业全面分析其所处的商业生态系统中与其他企业之间的互动关系，对于企业认识和把握自己的定位是至关重要的. 然而，国内外学者对于商业生态系统中企业互动关系的研究还处于起步阶段. 目前，这一领域仍缺乏有力的理论模型予以支持. 田秀华等[1]以新古典经济学和演化经济学的理论范式，尝试对商业生态系统中企业之间的关系进行模型构建. 在现实世界中，自然环境并不是一成不变的，而是经常受到各种干扰，所以更具有现实意义的是假设系统的所有系数都依赖于时间. 诸多学者认为由于生态系统本身是离散的，用差分方程表达的离散模型来更符合实际，而且离散模型也能更好有效地对连续系统进行数值模拟. 因此，研究离散系统有着重要的现实意义[2-5]. 本文主要研究离散模型[6-7]

$$\left.\begin{aligned}x_1(k+1)&=x_1(k)\exp\{r_1(k)-a_1(k)x_1(k)-b_1(k)(x_2(k)-c_2(k))^2\}, & k\in Z,\\ x_2(k+1)&=x_2(k)\exp\{r_2(k)-a_2(k)x_2(k)+b_2(k)(x_1(k)-c_1(k))^2\}, & k\in Z\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

的动力学行为. 即运用 Mawhin 的连续性定理研究其正周期解的存在性.

1　预备知识

为了讨论的方便，引入如下记号：$I_\omega:=\{0,1,2,\cdots,\omega-1\}$；$\bar{f}:=\dfrac{1}{\omega}\sum\limits_{k=0}^{\omega-1}f(k)$；$f^L:=\min\{f(k)\}$；$f^M:=\min\{f(k)\}$. 其中：$k\in Z$，$f(k)$ 为一个严格正的连续的 ω-周期函数列.

设 $r_i(t)$，$a_i(t)$，$b_i(t)$，$c_i(t)(i=1,2)$：$Z\to R^+$ 为严格正 ω-周期序列，即对任意的 $k\in Z$，则有 $a_i(k+\omega)=a_i(k)$，$b_i(k+\omega)=b_i(k)$，$c_i(k+\omega)=c_i(k)$，$r_i(k+\omega)=r_i(k)$.

为了有效地研究系统的周期解的存在性及方便读者，首先介绍几个基本概念和结果[8].

设 X，Z 是赋范向量空间，L：$\mathrm{Dom}\,L\subset X\to Z$ 为线性映射，N：$X\to Z$ 为连续映射. 若 $\dim\operatorname{Ker}L=\operatorname{co}\dim\operatorname{Im}L<+\infty$ 且 $\operatorname{Im}L$ 为 Z 中的闭子集，则称映射 L 为指标为 0 的 Fredholm 映射. 若 $\operatorname{Im}L$ 是指标为 0 的 Fredholm 映射且存在连续投影 P：$X\to X$ 及 Q：$Z\to Z$，使得 $\operatorname{Im}P=\operatorname{Ker}L$，$\operatorname{Im}L=\operatorname{Ker}Q=\operatorname{Im}(I-Q)$，则 $L|_{\mathrm{Dom}\,L\cap\operatorname{Ker}L}(I-P)X\to\operatorname{Im}L$ 可逆，设其逆映射为 K_p.

设 Ω 为 X 中的有界开集，如果 $QN\bar{\Omega}$ 有界且 $K_p(I-Q)N$：$\bar{\Omega}\to X$ 是紧的，则称 N 在 $\bar{\Omega}$ 为 L-紧. 又因为 $\operatorname{Im}Q$ 与 $\operatorname{Ker}L$ 同构，所以存在同构映射 J：$\operatorname{Im}Q\to\operatorname{Ker}L$.

收稿日期： 2011-09-20

通信作者： 徐昌进(1970-)，男，副教授，博士，主要从事泛函微分方程理论及其应用的研究. E-mail：xcj403@126.com.

基金项目： 国家自然科学基金资助项目(60902044)；湖南省教育厅科研基金资助项目(10C0560)；贵州省科技厅软科学基金资助项目(黔科合 R 字[2011]LKC2030)；贵州省科学技术基金资助项目(黔科合 J 字[2012]2011)；贵州财经大学博士科研启动项目(2010 年度)

引理1[8] (连续性定理)设 L 是指标为0的Fredholm映射，N 在 $\bar{\Omega}$ 为 L-紧的.

设a) 对任意的 $\lambda\in(0,1)$，$x\in\partial\Omega$,都有 $Lx\neq\lambda Nx$；b) 对任意的 $x\in\partial\Omega\cap\mathrm{Ker}\,L$ 并 $\deg\{JQN,\Omega\cap\mathrm{Ker}\,L,0\}\neq0$,则方程 $Lx=Nx$ 在 $\mathrm{Dom}\,L\cap\bar{\Omega}$ 内至少存在一个解.

引理2[6] 设 $g: Z\to R$ 的 ω-周期函数,即 $g(k+\omega)=g(t)$,则对任意给定的 $k_1,k_2\in I_\omega$ 和 $k\in Z$,有

$$g(k)\leqslant g(k_1)+\sum_{s=0}^{\omega-1}|g(s+1)-g(s)|,$$

$$g(k)\geqslant g(k_2)-\sum_{s=0}^{\omega-1}|g(s+1)-g(s)|.$$

定义 $l_2=\{z=\{z(k)\}: z(k)\in R^2,k\in Z\}$. 对 $a=(a_1,a_2)^{\mathrm{T}}\in R^2$,定义 $|a|=\max\{|a_1|,|a_2|\}$. 令 $l^\omega\subset l_2$ 表示所有 ω-周期函数序列构成的子空间，在 l^2 上定义范数 $\|\cdot\|$,即对任意的 $y=\{y(k): k\in Z\}\in l^\omega$，$\|y\|=\max\limits_{k\in l^\omega}|y(k)|$. 显然,$l^\omega$ 是有限维Banach空间. 令 $l_0^\omega=\{y=\{y(k)\}\in l^\omega: \sum\limits_{k=0}^{\omega-1}y(k)=0\}$,$l_c^\omega=\{y=\{y(k)\}\in l^\omega: z(k)=h\in R^2,k\in Z\}$,则 l_0^ω 和 l_c^ω 为 l^ω 的闭的线性子空间,且 $l^\omega=l_0^\omega+l_c^\omega$,$\dim l_c^\omega=2$.

2 正周期解的存在性

为了得到文中的主要结果,假设条件 $r_i(t)$,$b_i(t)$,$c_i(t)(i=1,2)$ 均为正的 ω-周期函数成立.

定义1 $l^\omega=\{(u_1,u_2)\in(T,R^2): u_i(t+\omega)=u_i(t),i=1,2,\forall t\in T\}$ 且有

$$\|(u_1,u_2)^{\mathrm{T}}\|=\sum_{i=1}^{2}\max|u_i(t)|,t\in I_\omega,(u_1,u_2)^{\mathrm{T}}\in I^\omega.$$

显然,l^ω 是Banach空间.

令 $I_0^\omega=\{(u_1,u_2)\in l^\omega: \bar{u}_i=0,i=1,2\}$,$l_c^\omega=\{(u_1,u_2)\in l^\omega: (u_1(t),u_2(t))\equiv(h_1,h_2)\in R^2,\forall t\in T\}$. 则 l_0^ω 和 l_c^ω 都是 l^ω 的闭线性子空间,$l^\omega=l_0^\omega+l_c^\omega$,$\dim l_c^\omega=2$.

定理1 假设 P_1,P_3 分别由式(13)和式(21)定义. 若满足条件 i) $\bar{r}_1>\max\{\bar{b}_1\exp(M_3)+2\,\overline{b_1c_2}\cdot\exp(P_3)+\overline{b_1c_2^2},\overline{b_1c_1^2}\}$；ii) $\bar{r}_2+\overline{b_2c_1^2}>2\,\overline{b_2c_1}\exp(P_1)$,则系统(1)至少存在一个 ω-周期解.

证明 做变换 $x_i(k)=\exp(y_i(k))(i=1,2)$，则系统(1)变成

$$y_1(k+1)-y_1(k)=f_1(k),\qquad y_2(k+1)-y_2(k)=f_2(k).\tag{2}$$

式(2)中：$f_1(k)=r_1(k)-a_1(k)\exp(y_1(k))-b_1(k)(\exp(y_2(k))-c_2(k))^2$；$f_2(k)=r_2(k)-a_2(k)\cdot\exp(y_2(k))+b_2(k)(\exp(y_1(k))-c_1(k))^2$.

令 $X=Y=l^\omega$,$(Lt)(k)=y(k+1)-y(k)=\begin{pmatrix}y_1(k+1)-y_1(k)\\y_2(k+1)-y_2(k)\end{pmatrix}$,$(Ny)(k)=\begin{pmatrix}f_1(k)\\f_2(k)\end{pmatrix}$,$L$ 为有界线性算子且 $\mathrm{Ker}\,L=l_c^\omega$，$\mathrm{Im}\,L=l_0^\omega$,$\dim\mathrm{Ker}\,L=2=\mathrm{co}\dim\mathrm{Im}\,L$. 于是,$L$ 是指标为0的Fredholm映射. 定义 $Py=\dfrac{1}{\omega}\sum\limits_{s=0}^{\omega-1}y(s)$,$Qz=\dfrac{1}{\omega}\sum\limits_{s=0}^{\omega-1}z(s)$,$y,z\in Y$. 不难看出 P 和 Q 是连续投影且使得 $\mathrm{Im}\,P=\mathrm{Ker}\,L$，$\mathrm{Im}\,L=\mathrm{Ker}\,Q=\mathrm{Im}(I-Q)$,广义的逆影射(对 L)$K_P: \mathrm{Im}\,L\to\mathrm{Ker}\,L\cap\mathrm{Dom}\,L$ 存在,且有

$$K_P(z)=\sum_{s=0}^{\omega-1}z(s)-\frac{1}{\omega}\sum_{s=0}^{\omega-1}(\omega-s)z(s).$$

显然，QN 和 $K_P(I-Q)N$ 是连续的. 因为 X 有限维Banach空间，运用Ascoli-Arzela定理，不难证明对任何开的有界集 $\Omega\subset X$,$\overline{K_P(I-Q)N(\bar{\Omega})}$ 是紧的. 而且，$QN(\bar{\Omega})$ 为有界的. 因此,对任何的有界开集 $\Omega\subset X$,,N 在 $\bar{\Omega}$ 上是 L-紧的.

为了运用连续性定理,现在来寻找适当的有界开子集 Ω. 对应于算子方程 $Ly=\lambda Ny$,$\lambda\in(0,1)$,有

$$\left.\begin{aligned}y_1(k+1)-y_1(k)&=\lambda f_1(k),\\y_2(k+1)-y_2(k)&=\lambda f_2(k).\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

假设 $y(k)=(y_1(k),y_2(k))^{\mathrm{T}}\in X$ 是系统(3)对应于某个 $\lambda\in(0,1)$ 的解，式(3)两端对 k 从0到 $\omega-1$ 求和可得

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{k=0}^{\omega-1}[a_1(k)\exp(y_1(k))+b_1(k)(\exp(y_2(k))+c_2(k))^2]=\bar{r}_1\omega,\\&\sum_{k=0}^{\omega-1}[b_2(k)(\exp(y_1(k)+c_1(k))^2-a_2(k)\exp(y_2(k))]=\bar{r}_2\omega.\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

由式(3),(4)可得

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}|y_1(k+1)-y_1(k)|\leqslant\lambda\{\sum_{k=0}^{\omega-1}[r_1(k)+a_1(k)\exp(y_1(k))+$$
$$b_1(k)(\exp(y_2(k))-c_2(k))^2]\}=2\sum_{k=0}^{\omega-1}r_1(k)=2\bar{r}_1\omega,\tag{5}$$

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}|y_2(k+1)-y_2(k)|\leqslant\lambda\{\sum_{k=0}^{\omega-1}[r_2(k)-a_2(k)\exp(y_2(k))+$$
$$b_2(k)(\exp(y_1(k))-c_1(k))^2]\}=2\sum_{k=0}^{\omega-1}r_2(k)=2\bar{r}_2\omega.\tag{6}$$

由假设 $y=\{y(k)\}\in X$,则存在 $\xi_i,\eta_i\in I_\omega$ 使得

$$y_i(\xi_i)=\min\{y_i(k)\},y_i(\eta_i)=\max\{y_i(k)\},\quad i=1,2,k\in I_\omega.\tag{7}$$

由式(4)的第 1 个方程可得

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}a_1(k)\exp(y_1(\xi_1))\leqslant\sum_{k=0}^{\omega-1}a_1(k)\exp(y_1(k))<\bar{r}_1\omega.$$

从而有

$$y_1(\xi_1)<\ln\left[\frac{\bar{r}_1}{\bar{a}_1}\right]:=A_1.\tag{8}$$

再由式(4)的第 1 个方程可得

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}[b_1(k)\exp(2y_2(\xi_2))-2b_1(k)c_2(k)\exp(y_2(\xi_2))]<\bar{r}_1\omega.$$

存在 $\gamma\in I_\omega$,使得

$$b_1(\gamma)\exp(2y_2(\gamma))-2b_1(\gamma)c_2(\gamma)\exp(y_2(\gamma))]<\bar{r}_1,$$

从而有

$$b_1^L\exp(2y_2(\gamma))-2b_1^Mc_2^M\exp(y_2(\gamma))]<\bar{r}_1,$$

容易得到

$$y_2(\gamma)<\ln\left[\frac{b_1^M+\sqrt{(b_1^M)^2+b_1^L\bar{r}_1}}{\bar{b}_1^L}\right],$$

因此有

$$y_2(\xi_2)\leqslant y_2(\gamma)<\ln\left[\frac{b_1^M+\sqrt{(b_1^M)^2+b_1^L\bar{r}_1}}{\bar{b}_1^L}\right]:=A_2.\tag{9}$$

接下来考虑两种情况.

a) 若 $y_1(\eta_1)\geqslant y_2(\eta_2)$,那么由式(4)的第 1 个方程可得

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}[a_1(k)\exp(y_1(\eta_1))+b_1(k)(\exp(y_1(\eta_1))+c_2(k))^2]>\bar{r}_1\omega.$$

从而有

$$y_1(\eta_1)>\ln\left[\frac{-(\bar{a}_1+2\,\overline{b_1c_2})+\sqrt{(\bar{a}_1+2\,\overline{b_1c_2})^2-4\bar{b}_1(\overline{b_1c_1^2}-\bar{r}_1)}}{2\bar{b}_1}\right]:=A_3.\tag{10}$$

由式(9), 式(10)及引理 2 得

$$y_1(k)\leqslant y_1(\xi_1)+\sum_{k=0}^{\omega-1}|y_1(s+1)-y_1(s)|\leqslant A_1+2\bar{r}_1\omega,\tag{11}$$

$$y_1(k)\leqslant y_1(\eta_1)-\sum_{k=0}^{\omega-1}|y_1(s+1)-y_1(s)|\leqslant A_3-2\bar{r}_1\omega,\tag{12}$$

因此有

$$|y_1(k)| \leqslant \max\{|A_1 + 2\bar{r}_1\omega|, |A_3 - 2\bar{r}_1\omega|\} := P_1. \tag{13}$$

根据式(4)的第2个方程及式(13),可得

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}[r_2(k) + b_2(k)c_1^2(k)] \leqslant \sum_{k=0}^{\omega-1}[a_2(k)\exp(y_2(\eta_2)) + 2b_2(k)c_1(k)\exp(P_1)],$$

于是有

$$y_2(\eta_2) \geqslant \ln\left[\frac{\bar{r}_2 + 2\,\overline{b_2c_1^2} + 2\,\overline{b_2c_1}\exp(P_1)}{\bar{a}_2}\right] := A_4. \tag{14}$$

由式(6),式(9)和式(14)得

$$y_2(k) \leqslant y_2(\xi_2) + \sum_{k=0}^{\omega-1}|y_2(s+1) - y_2(s)| \leqslant A_2 + 2\bar{r}_2\omega, \tag{15}$$

$$y_2(k) \leqslant y_2(\eta_2) - \sum_{k=0}^{\omega-1}|y_2(s+1) - y_2(s)| \leqslant A_4 - 2\bar{r}_2\omega, \tag{16}$$

因此有

$$|y_2(k)| \leqslant \max\{|A_2 + 2\bar{r}_2\omega|, |A_4 - 2\bar{r}_2\omega|\} := P_2. \tag{17}$$

b) 若 $y_1(\eta_1) < y_2(\eta_2)$,那么由式(4)的第1个方程可得

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}[a_1(k)\exp(y_2(\eta_2)) + b_1(k)(\exp(y_2(\eta_2)) + c_2(k))^2] > \bar{r}_1\omega,$$

从而有

$$y_2(\eta_2) > \ln\left[\frac{-(\bar{a}_1 + 2\,\overline{b_1c_2}) + \sqrt{(\bar{a}_1 + 2\,\overline{b_1c_2})^2 - 4\bar{b}_1(\overline{b_1c_1^2} - \bar{r}_1)}}{2\bar{b}_1}\right] := A_5. \tag{18}$$

由式(6),(9)和式(18)可得

$$y_2(k) \leqslant y_2(\xi_2) + \sum_{k=0}^{\omega-1}|y_2(s+1) - y_2(s)| \leqslant A_2 + 2\bar{r}_2\omega, \tag{19}$$

$$y_2(k) \leqslant y_2(\eta_2) - \sum_{k=0}^{\omega-1}|y_2(s+1) - y_2(s)| \leqslant A_5 - 2\bar{r}_2\omega, \tag{20}$$

因此有

$$|y_2(k)| \leqslant \max\{|A_2 + 2\bar{r}_2\omega|, |A_5 - 2\bar{r}_2\omega|\} := P_3. \tag{21}$$

由式(4)的第1个方程容易得到

$$\sum_{k=0}^{\omega-1}[a_2(k)\exp(y_1(\eta_1)) + b_1(k)(\exp(P_3) + c_2(k))^2] > \bar{r}_1\omega, \tag{22}$$

由式(5),式(8)和式(22)可得

$$y_1(k) \leqslant y_1(\xi_1) + \sum_{k=0}^{\omega-1}|y_1(s+1) - y_1(s)| \leqslant A_1 + 2\bar{r}_1\omega, \tag{23}$$

$$y_1(k) \leqslant y_1(\eta_1) - \sum_{k=0}^{\omega-1}|y_1(s+1) - y_1(s)| \leqslant A_6 - 2\bar{r}_1\omega. \tag{24}$$

因此有

$$|y_1(k)| \leqslant \max\{|A_1 + 2\bar{r}_1\omega|, |A_6 - 2\bar{r}_1\omega|\} := P_4. \tag{25}$$

显然,$P_i(i=1,2,3,4)$独立于$\lambda\in(0,1)$的选择. 取$M=\max\{P_1,P_4\}+\max\{P_2,P_3\}+P_0$,其中$P_0$充分大使得$\max\{|y_1^*|,|y_2^*|\}<P_0$,这里$(y_1^*,y_2^*)^{\mathrm{T}}$为方程组

$$\left.\begin{aligned}\bar{r}_1 - \bar{a}_1\exp(y_1) - \bar{b}_1[\exp(y_2) - \bar{c}_2]^2 &= 0,\\ \bar{r}_2 - \bar{a}_2\exp(y_2) + \bar{b}_2[\exp(y_1) - \bar{c}_1]^2 &= 0\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

的解. 现在已经证明了系统(2)在X中的任何解$y=\{y(k)\}=\{(y_1(k),y_2(k))^{\mathrm{T}}\}$满足$\|y\|<M, k\in Z$.

令$\Omega:=\{y=\{y(k)\}\in X: \|y\|<M\}$,则易得到$\Omega$为$X$中的有界开集且满足引理1的条件a). 当$\boldsymbol{y}\in\partial\Omega\cap\mathrm{Ker}\,L$,$\boldsymbol{y}=\{(y_1(k),y_2(k))^{\mathrm{T}}\}$为$R^2$中的常向量,且$\|\boldsymbol{y}\|=\max\{|y_1|,|y_2|\}=M$,则有

$$QN\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix}\bar{r}_1 - \bar{a}_1\exp(y_1) - \bar{b}_1[\exp(y_2) - \bar{c}_2]^2\\ \bar{r}_2 - \bar{a}_2\exp(y_2) + \bar{b}_2[\exp(y_1) - \bar{c}_1]^2\end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}. \tag{27}$$

考虑同伦映射 $\phi(y_1,y_2,\mu)=\mu QN\boldsymbol{y}+(1-\mu)G\boldsymbol{y},\mu\in[0,1]$. 其中，$G\boldsymbol{y}=\begin{pmatrix}\bar{r}_1-\bar{a}_1\exp(y_1)\\ \bar{r}_2-\bar{a}_2\exp(y_2)\end{pmatrix}$. 设 J 为单位映射. 直接计算可得到

$$\deg\{JQN(y_1,y_2)^{\mathrm{T}};\Omega\cap\operatorname{Ker}L;0\}=\deg\{QN(y_1,y_2)^{\mathrm{T}};\Omega\cap\operatorname{Ker}L;0\}=$$
$$\deg\{\phi(y_1,y_2,1);\Omega\cap\operatorname{Ker}L;0\}=\deg\{\phi(y_1,y_2,0);\Omega\cap\operatorname{Ker}L;0\}=$$
$$\operatorname{sign}\left\{\det\begin{bmatrix}-\bar{a}_1\exp(y_1^*) & 0\\ 0 & -\bar{a}_2\exp(y_2^*)\end{bmatrix}\right\}=\operatorname{sign}\{a_1a_2\exp(y_1^*y_2^*)\}=1\neq 0.$$

到此证明了 Ω 满足引理 1 的所有条件. 于是，方程 $L\boldsymbol{y}=N\boldsymbol{y}$ 在 $\operatorname{Dom}L\cap\bar{\Omega}$ 内至少存在一个周期解，即系统(2)在 $\operatorname{Dom}L\cap\bar{\Omega}$ 内至少存在一个 ω-周期解，设 $\boldsymbol{y}^*=\{y^*(k)\}=\{(y_1^*(k),y_2^*(k))^{\mathrm{T}}\}$. 令 $(x_1^*(k),x_2^*(k))^{\mathrm{T}}=(\exp(y_1^*(k),\exp(y_2^*(k))^{\mathrm{T}}$，则为系统(1)的一个正 ω 周期解.

参考文献：

[1] 田秀华，聂清凯，夏健明，等. 商业生态系统视角下企业互动关系模型构建研究[J]. 南方经济，2006(4)：50-57.

[2] XU Rui，CHEN Lan-sun，HAO Fei-long. Periodic solution of a discrete time Lotka-Volterra type food-chain model with delays[J]. Appl Math Comput，2005，171(1)：91-103.

[3] ZHANG Ke-jun，WEN Zhao-hui. Dynamics of a discrete three species food chain system[J]. Int J Comput Math Sci，2011，5(1)：13-15.

[4] ZHANG R Y，CHEN Y，WU J. Periodic solutions of a single species discrete population model with periodic harvest/stock[J]. Comput Math Appl，2000，39(1/2)：77-90.

[5] ZHANG Wei-ping，ZHU De-ming，BI Ping. Multiple positive periodic solutions of a delayed discrete predator-prey system with type Ⅳ functional responses[J]. Appl Math Lett，2007，20(10)：1031-1038.

[6] FAN Meng，WANG Ke. Periodic solutions of a discrete time nonautonomous ratio-dependent predator-prey system [J]. Math Comput Modelling，2002，35(9/10)：951-961.

[7] WIENER J. Differential equations with piecewise constant delays[M]. LAKSHMIKANTHAM V. Trends in Theory and Practice of Nonlinear Differential Equations：Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics. New York：CRC Press，1984.

[8] GAINES R E，MAWHIN J L. Coincidence degree and nonlinear differential equations[M]. New York：Springer-Verlag，1997.

Positive Periodic Solutions of Competition and Corporation Dynamical Model of Two Enterprises

XU Chang-jin

(Guizhou Key Laboratory of Economics System Simulation，
Guizhou University of Finance and Economics，Guiyang 550004，China)

Abstract： The dynamical behavior of a discrete competition and corporation dynamical model of two enterprises $x_1(k+1)=x_1(k)\exp\{r_1(k)-a_1(k)x_1(k)-b_1(k)(x_2(k)-c_2(k))^2\}$，$x_2(k+1)=x_2(k)\exp\{r_2(k)-a_2(k)x_2(k)+b_2(k)\times(x_1(k)-c_1(k))^2\}$，$k\in Z$ is investigated. By suing the coincidence degree and the related continuation theorem and prior estimates，we obtain an easily verifiable sufficient condition for the existence of positive periodic solutions.

Keywords： enterprise competition；enterprise corporation；discrete；dynamical model；periodic solution；coincidence degree

（责任编辑：钱筠　　英文审校：黄心中）