

文章编号: 1000-5013(2012)01-0017-06

随机电磁涡旋光束传输过程中 斯托克斯参量和偏振度的变化

杨先才, 丁攀峰, 王燕飞

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要: 基于交叉谱密度矩阵理论及其传输规律, 推导随机电磁涡旋光束在自由空间中传输时的广义斯托克斯参量和偏振度的公式, 分析相干长度对广义斯托克斯参量和偏振度的影响. 研究结果表明: 相干长度越长, 即相干度越高, 光束的涡旋特性越容易保持; 随着相干长度的增加, 斯托克斯参量和偏振度增加的比较缓慢; 当相干长度远大于光斑尺寸时, 广义斯托克斯参量和偏振度基本保持不变.

关键词: 电磁涡旋光束; 广义斯托克斯参量; 偏振度; 交叉谱密度; 相干长度; 自由空间

中图分类号: O 436.1

文献标志码: A

部分相干高斯-谢尔模型光束在相干理论研究中起着非常重要的作用^[1-3]. 1992 年, Allen 等^[4]提出了涡旋光束, 其所携带的轨道角动量可以传递给微粒, 还可以实现对微米、亚微米微粒的俘获、平移, 因而在粒子囚禁与操控等方面具有很重要的用途^[5]. 另外, 涡旋光束在信息编码上也有较大的应用前景, 利用涡旋光束的轨角动量可对信息进行编码与传输^[6]. 研究表明, 偏振度在自由空间中传输时会发生变化. 1852 年, Stokes 提出了以他名字命名的 4 个斯托克斯参量, 每个参量都是位置的函数^[7]. Wolf 等^[7-8]提出了随机光束的相干和偏振的统一理论. 其重要的工具就是交叉谱密度矩阵, 而矩阵中的每个矩阵元都是取决于空间中可以测量的一对位置点^[8]. 不同于斯托克斯参量, 矩阵元严格遵守传播规律, 可用来研究光束在传输过程中的偏振变化. 此外, Korotkova 推导了随机电磁光束在自由空间中的传播守恒定律^[9]. 本文利用统一理论和交叉谱密度传输理论, 阐述并验证了随机电磁涡旋光束在自由空间中传输时广义斯托克斯参量和偏振度的行为特性.

1 理论分析与随机电磁光束公式推导

假设在源平面 $z=0$ 处, 一束随机电磁涡旋光束旁轴在近似条件下沿着 z 轴正方向传输. 在 $z=0$ 平面内, 光束的二阶相干特性用 2×2 交叉谱密度矩阵^[10]表述为

$$W^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \begin{bmatrix} W_{x,x}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) & W_{x,y}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \\ W_{y,x}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) & W_{y,y}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其矩阵元为

$$W_{i,j}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \langle E_i^*(\mathbf{r}_1, \omega) E_j(\mathbf{r}_2, \omega) \rangle, \quad i = x, y, \quad j = x, y. \quad (2)$$

式(2)中: $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 为光源平面的二维位置矢量; ω 为光束角频率; $E(\mathbf{r}, \omega)$ 为光源频率为 ω 的平面光束在 \mathbf{r} 处的电场分量; $*$ 表示空间-频率域内的复共轭; $\langle \rangle$ 表示空间-频率域内的系综平均.

讨论的光源光束是取一特定的波长作为研究对象, 故与角频率 ω 有关的方程不再显示 ω .

根据广义的惠更斯-菲涅耳原理, 光束在自由空间中传输一段距离 ($z > 0$) 后, 光场的交叉谱密度函数^[11]可以表示为

收稿日期: 2011-05-19

通信作者: 丁攀峰(1980-), 男, 副教授, 主要从事光束传输和偏振光学研究. E-mail: dingpf@hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金培育项目(JB-ZR1126); 福建省厦门市科技计划项目(3502Z20113017)

$$W_{i,j}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right) \iint_{z=0} W_{i,j}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z=0) \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(\mathbf{p}_1 - \mathbf{r}_1)^2 - (\mathbf{p}_2, \mathbf{r}_2)^2]\right\} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (3)$$

式(3)中: $k=2\pi/\lambda$, λ 为入射光的波长; $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ 为目标平面的二维位置矢量; z 为播距离.

假设在源平面处, 随机电磁涡旋光束的电场矢量是带有涡旋项的拉盖尔-高斯模型^[12], 即有

$$E_i(\mathbf{r}, z=0) = E_{i,0} \left(\frac{r}{\sigma_{i,0}}\right)^{m_i} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_{i,0}^2}\right) \exp(i\beta_i), \quad i = x, y. \quad (4)$$

式(4)中: $E_{i,0}$ 和 $\sigma_{i,0}$ 分别为源平面上光束的场辐射和光斑大小; r 是位置矢量 \mathbf{r} 的模; β_i 为光束的初相位; m_i 为涡旋光束的拓扑电荷数, 为研究的方便取 $m_i=1$.

通过以上的假设和推导, 将式(4)代入式(2)中, 可以得到在源平面处交叉谱密度矩阵元, 即

$$W_{i,j}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z=0) = E_{i,0} E_{j,0} B_{i,j} \exp\left[-\left(\frac{r_1^2}{\sigma_{i,0}^2} + \frac{r_2^2}{\sigma_{j,0}^2}\right)\right] \exp[-i(\varphi_1 - \varphi_2)] \times \left(\frac{r_1}{\sigma_{i,0}}\right) \left(\frac{r_2}{\sigma_{j,0}}\right) \exp\left[-\frac{r_1^2 + r_2^2 - 2\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{\delta_{i,j}^2}\right], \quad i = x, y; \quad j = x, y. \quad (5)$$

式(5)中: φ_1, φ_2 和 $\delta_{i,j}$ 是方位角; $\delta_{i,j}$ 是相干长度. $E_{i,0}, B_{i,j}, \sigma_{j,0}$ 与 $\delta_{i,j}$ 位置无关, 但是与角频率 ω 有关, 与此同时, 其中的一些量满足文献[13]中公式. 把式(5)代入式(3), 并且利用如下公式^[14-15], 即

$$\left. \begin{aligned} \exp\left[\frac{ik\mathbf{r}}{z} \cos(\theta - \varphi)\right] &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l\left(\frac{k\mathbf{r}}{z} \exp(i\mathbf{l}(\theta - \varphi))\right), \\ \int_0^{2\pi} \exp[-i\varphi_1 + \frac{2\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2}{\delta^2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] d\varphi_1 &= 2\pi \exp(-i\varphi_2) I\left(\frac{2\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2}{\delta^2}\right), \\ \int_0^{2\pi} \exp(in\varphi) d\varphi &= \begin{cases} 2\pi, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0, \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

经过一系列的复杂的计算, 可以得到目标平面处部分相干涡旋光束的交叉谱密度矩阵元. 即

$$W_{i,j}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \theta_1, \theta_2, z) = E_{i,0} E_{j,0} B_{i,j} \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2\right] \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} \iint \left(\frac{r_1}{\sigma_{i,0}}\right) \left(\frac{r_2}{\sigma_{j,0}}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{r_1^2}{\sigma_{i,0}^2} + \frac{r_2^2}{\sigma_{j,0}^2}\right)\right] \exp\left(\frac{r_1^2 + r_2^2}{\delta_{i,j}^2}\right) \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 - r_2^2)\right] \times J_l\left(\frac{kr_1 \mathbf{p}_1}{z}\right) J_l\left(\frac{kr_2 \mathbf{p}_2}{z}\right) I_{l+1} \frac{2\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2}{\delta_{i,j}^2} \times \exp[-il(\theta_1 - \theta_2)] \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (7)$$

令 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}, \theta_1 = \theta_2 = \theta$, 可以得到在目标平面上斯托克斯参量(包括光强)的表达式为

$$\left. \begin{aligned} I(\mathbf{p}, \theta, z) &= S_0(\mathbf{p}, \theta, z) = W_{x,x}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z) + W_{y,y}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z), \\ S_1(\mathbf{p}, \theta, z) &= W_{x,x}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z) - W_{y,y}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z), \\ S_2(\mathbf{p}, \theta, z) &= W_{x,y}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z) + W_{y,x}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z), \\ S_3(\mathbf{p}, \theta, z) &= i[W_{y,x}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z) - W_{x,y}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, \theta, \theta, z)], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

以及偏振度的表达式为

$$P(\mathbf{p}, \theta, z) = \frac{\sqrt{[S_1(\mathbf{p}, \theta, z)]^2 + [S_2(\mathbf{p}, \theta, z)]^2 + [S_3(\mathbf{p}, \theta, z)]^2}}{S_0(\mathbf{p}, \theta, z)}. \quad (9)$$

由式(8), (9)便可以计算在目标平面上的光强分布、斯托克斯参量和偏振度.

下面利用数学工具 MathCAD 进行数值模拟计算, 研究相干长度对计算结果的影响. 同时, 利用试验条件下的结果和数值模拟的结果进行比较, 检验二者的吻合程度. 验证的实验装置图如图 1 所示.

从图 1 可知, 由 He-Ne 激光器发射的高斯光束经过旋转的毛玻璃后形成部分相干光束, 当光束经过螺旋相位板时, 便可以获得部分相干涡旋光束, 最后由电荷耦合元件(CCD)获得实验图像.

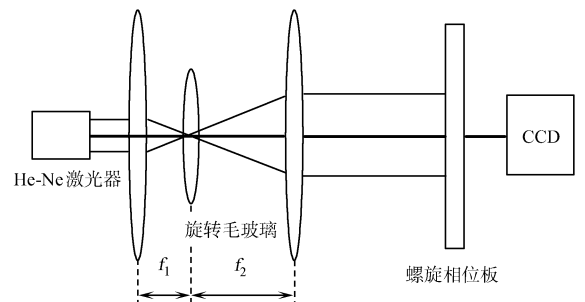


图 1 实验装置

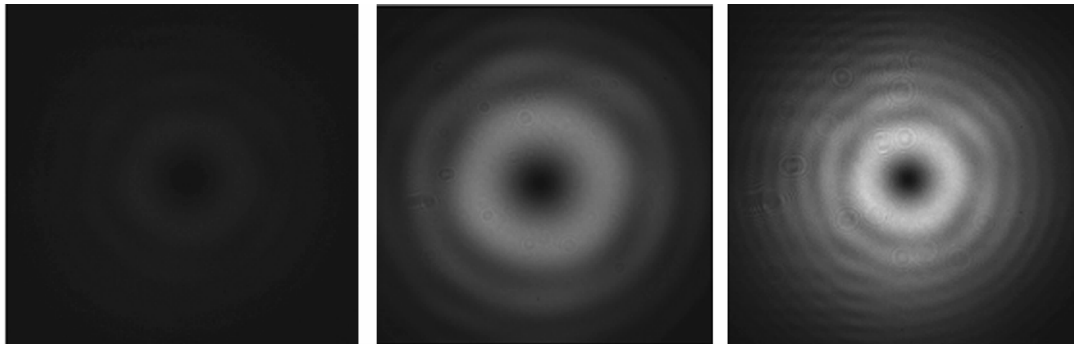
Fig. 1 Experiment setup

2 斯托克斯参量和偏振度的数值计算

利用数学工具 MathCAD 并结合式(8),(9),对目标平面上的光强,斯托克斯参量和偏振度做数值计算. 计算时,光斑大小固定取 $\sigma_{x,0}=\sigma_{y,0}=\sigma=1\text{ mm}$,入射光波波长固定取 $\lambda=632.8\text{ nm}$,而 x 和 y 方向上的电场强度分别取 $E_x=1, E_y=0.8$.

在 $z=1.5\text{ m}$ 处的固定平面上,不同相干长度归一化后的光强分布,如图 2 所示. 从图 2 可知,相干度越高,横截面上的光强中心强度会减弱,并且随着相干度的增加,中间会出现暗核. 也就是说,相干长度越高,光束的涡旋项越容易保持.

在 $z=1.2\text{ m}$ 处,不同相干度下的光强分布实验图,如图 3 所示. 在实验操作中,相干度近似用可见度表示,即利用 $V=(I_{\max}-I_{\min})/(I_{\max}+I_{\min})$ 来计算,而相干度的大小则是通过改变毛玻璃的位置来调节的. 将图 3 和图 2 进行比较可以知道:实验所得的光强分布与归一化的光强剖面曲线图相似,中心出现暗核,并且当相干度越高时,在同一地点的光强也越强,光强亮暗的对比也越明显. 总体来说,实验结果和数值模拟的结果大致吻合.



(a) $\delta_{x,x}=\delta_{y,y}=0.3\sigma$

(b) $\delta_{x,x}=\delta_{y,y}=\sigma$

(c) $\delta_{x,x}=\delta_{y,y}=10\sigma$

图 3 不同相干长度的光强分布实验图

Fig. 3 Intensity distribution of experimental results for different coherence lengths

在不同的相干长度下沿着 z 轴传输时轴上点光强分布的变化情况,如图 4 所示. 从图 4 中曲线 a 可看出,轴上点光强 S_0 的分布是随着传输距离的增加而单调降低直至降为零;从图 4 中曲线 b 可看出,轴上点光强 S_0 的分布先短暂增加,达到最大值后开始降低,直到降为零;从图 4 中曲线 c 可看出,轴上点光强 S_0 的分布也是先增加后降低,但比较而言,要变化得慢一些.

为了证实光强分布随着传输距离的变化情况,实验测量当相干长度为 $\delta_{x,x}=\delta_{y,y}=0.3\sigma$ (旋转毛玻璃处于合适的位置)时,不同距离情况下的光强分布光斑图,如图 5 所示. 从图 5 中可以看出,随着传播距离每 40 cm 的增加,光强的分布变得越来越弱,而且光斑有扩散的趋势. 这与图 4 中曲线 a 的光强分布随着传输距离的增加而减弱的情况类似,说明实验结果与理论假设基本符合.

取 $B_{x,y}=0.3\exp(-i(\pi/6))$,通过数值模拟轴上点在传输过程中随机电磁涡旋光束的相干长度对广义斯托克斯参量和偏振度的影响,如图 6,7 所示. 在此为讨论方便,定义归一化的斯托克斯参量为 s_a ($a=1,2,3$) 和 S_0 的比值.

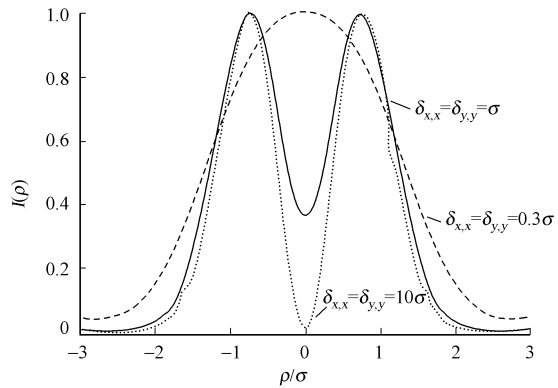


图 2 不同相干长度的归一化光强剖面曲线

Fig. 2 Curves of the normalized intensity profiles for different coherence lengths

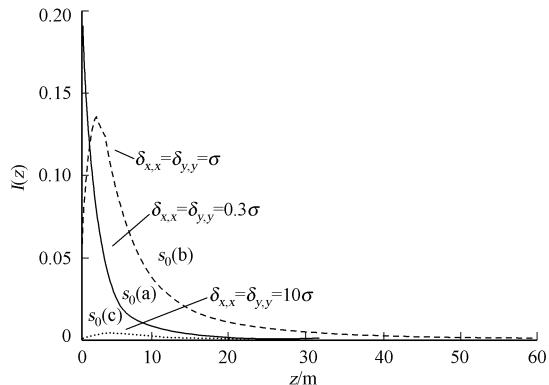
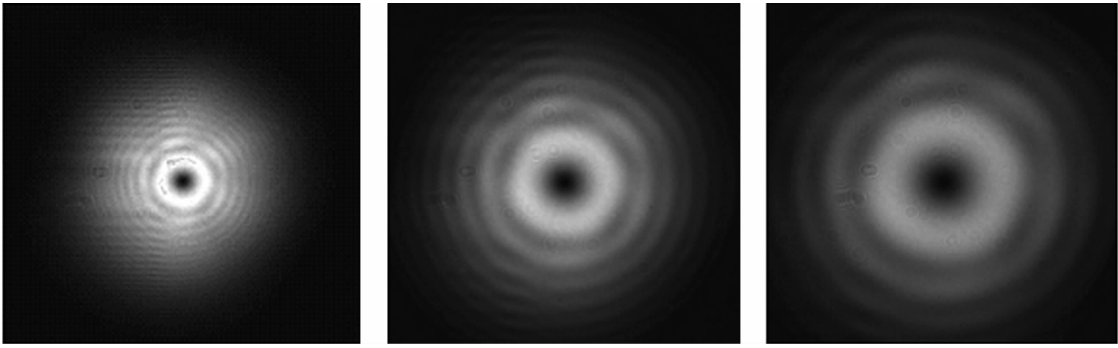


图 4 轴上点光强分布随着传输距离的变化

Fig. 4 Changes in the intensity distribution for different coherence length on axis along the Z-axis



(a) $z=0.2\text{ m}$ (b) $z=0.6\text{ m}$ (c) $z=1.0\text{ m}$

图 5 不同距离处的光强分布光斑图

Fig. 5 Changes of experimental measurement in the intensity distribution for different positions

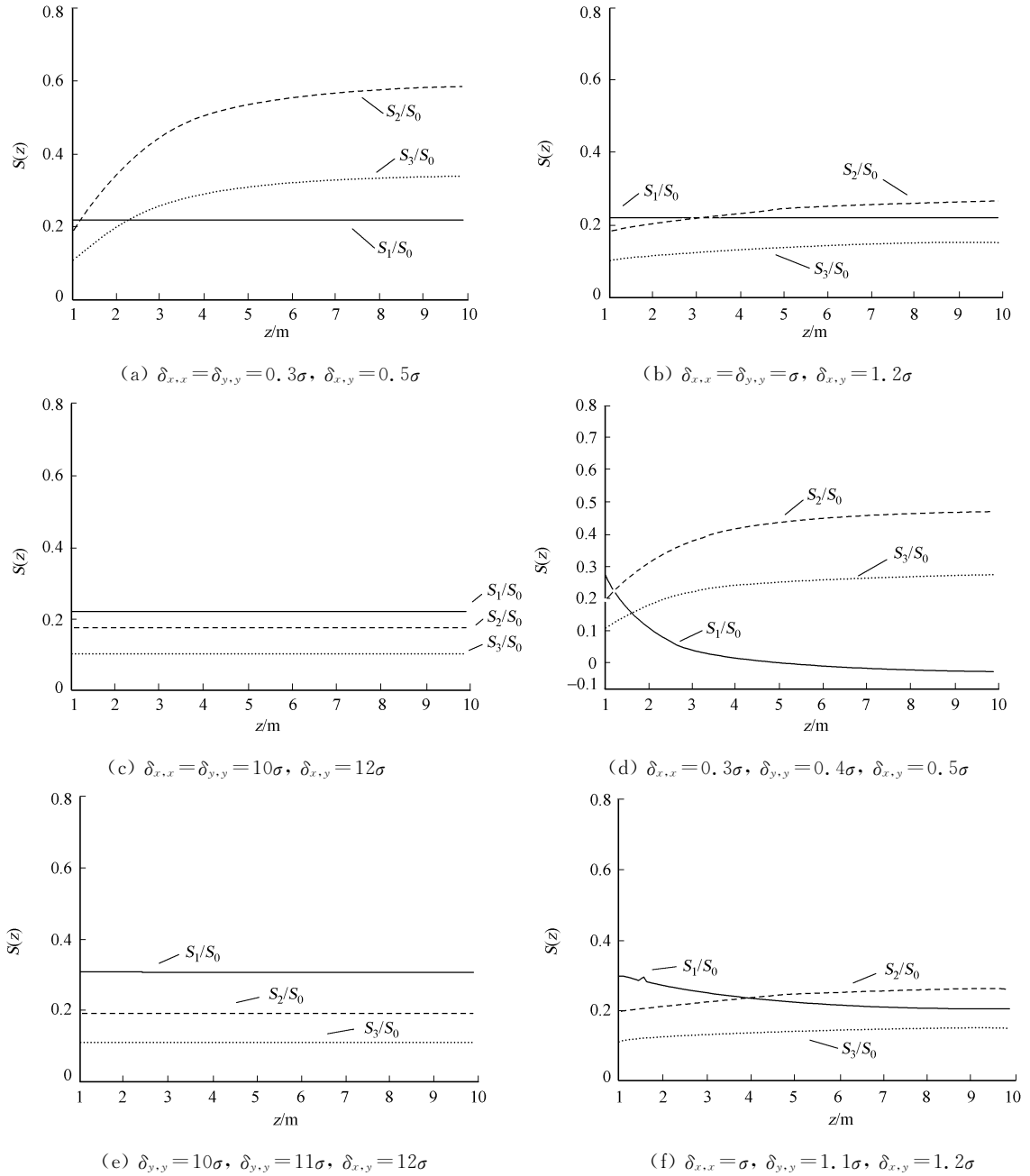


图 6 相干长度对归一化斯托克斯参量的影响

Fig. 6 Influence of normalized Stokes parameters for coherence lengths

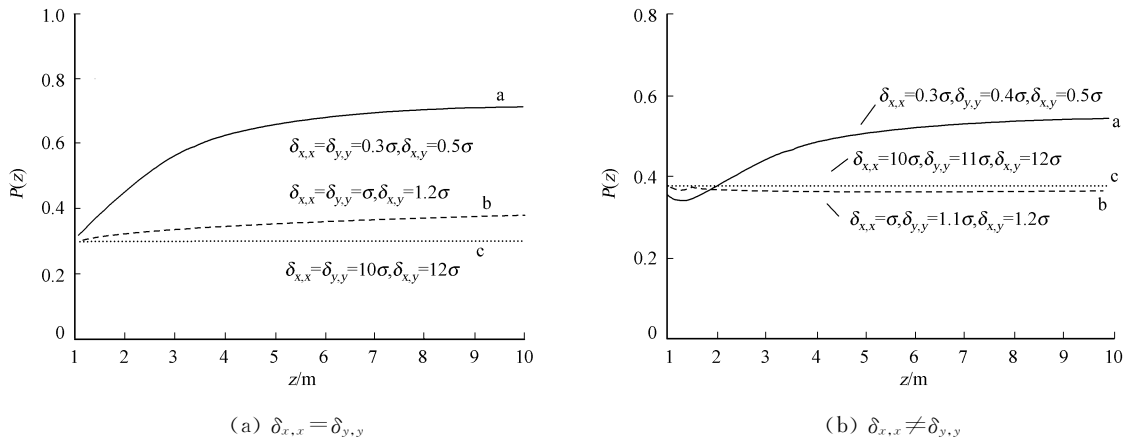


图 7 相干长度对偏振度的影响

Fig. 7 Influence of the degree of polarization for coherence lengths

从图 6(a)~(b)可以明显看出,当 x 向相干长度和 y 向相干长度相等但远远小于光斑尺寸时,随着传播距离的增加,2 个归一化的斯托克斯参量 S_2/S_0 和 S_3/S_0 都是分别单调增加到一个固定的值并保持不变,只是图 6(b)中的变化比图 6(a)要缓慢一些,而 S_1/S_0 则随着传播距离的增加都基本上保持不变.从图 6(c)可以看出,当相干长度远远大于光斑尺寸时,3 个归一化的斯托克斯参量随着传播距离的增加都基本上保持不变.

从图 6(d)中可以看出,与图 6(a)最大的不同是 S_1/S_0 由正值下降到零直至负值,并最终保持恒定值不变.这是由于在源平面有 $W_{x,x} > W_{y,y}$,但是随后 $W_{x,x}$ 下降得比 $W_{y,y}$ 快,这当中会出现 $W_{x,x} = W_{y,y}$ (例如 $S_1 = 0$).在图 6(e)中,2 个归一化的斯托克斯参量 S_2/S_0 和 S_3/S_0 单调增加到一个最大值然后保持不变,但是 S_1/S_0 单调减小直至最小值然后保持不变.在图 6(f)中,3 个归一化的斯托克斯参量基本保持不变.

从图 7(a)可知,偏振度曲线 a, b 分别单调增加到一个固定的值并保持不变,而偏振度曲线 c 基本上保持不变.从图 7(b)可知,偏振度 P 曲线 a 先减小到一个最小值后开始增加,但是偏振度 P 曲线 b, c 基本上保持不变.

3 结论

理论分析并推导了随机电磁光束公式,研究并实验验证随机电磁涡旋光束在自由空间中传输时广义斯托克斯参量和偏振度的行为特性.由于涡旋光束在 x 向和 y 向上的相干性强弱并不十分明确,分别作了讨论并最终呈现出不同的变化分布.

通过研究得到无论 x 向相干长度是否等于 y 向相干长度,都有以下几点主要结论: 1) 相应的归一化的斯托克斯参量 S_2/S_0 和 S_3/S_0 的变化基本一致; 2) 随着相干长度的增加,归一化的斯托克斯参量和偏振度的变化越来越不明显,后来基本保持不变; 3) 变化最大的是 S_1/S_0 , 即当 x 向相干长度等于 y 向相干长度(图 6(a), (b))时, S_1/S_0 保持不变,而当 x 向相干长度不等于 y 向相干长度(图 6(d), (e))时, S_1/S_0 出现下降的变化; 4) 正是由于 S_1/S_0 的不同变化,使得 P 曲线 a 出现了相应的不同变化.

鉴于部分相干光束在遥感、跟踪和远距离通讯等应用中具有独特的优势,以及光的偏振性在光学检测、显示技术、数据存储、光通信、材料科学等方面的广泛研究与应用,使得实验结论对于随机电磁涡旋光束传输的偏振态研究具有一定的借鉴和指导意义.

参考文献:

- [1] MANDEL L, WOLF E. Optical coherence and quantum optics[M]. Cambridge: Cambridge Univ Press, 1995.
- [2] COLLETT E. Polarized Light: Fundamentals and applications[M]. Florida: CRC Press, 1992.
- [3] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. Cambridge: Cambridge Univ Press, 2005.
- [4] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPRENUW R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the trans-

- formation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Phys Rev A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [5] HE H, FRIESE M E, HECKENBERG N R. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. Phys Rev Lett, 1995, 75(5): 826-829.
- [6] BOUCHALI Z, CEL ECHOVSKY R. Mixed vortex states of light as information carriers[J]. New J Phys, 2004, 6: 131.
- [7] WOLF E. Introduction to the theory of coherence of polarization of light[M]. Cambridge: Cambridge Univ Press, 2007.
- [8] KOROTKOVA O, WOLF E. Generalized Stokes parameters of random electromagnetic beams[J]. Opt Lett, 2005, 30(2): 198-200.
- [9] WOLF E. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams[J]. Phys Lett A, 2003, 312(5/6): 263-267.
- [10] WOLF E. Correlation-induced changes in the degree of polarization, the degree of coherence, and the spectrum of random electromagnetic beams on propagation[J]. Opt Lett, 2003, 28(13): 1078-1180.
- [11] KOROTKOVA O. Conservation laws for stochastic electromagnetic free fields[J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2008, 10(2): 025003.
- [12] MALEEV I D, PALACIOS D M, MARATHAY A S, et al. Spatial correlation vortices in partially coherent light theory[J]. Phys Rev Lett, 2004, 21(11): 1895-1900.
- [13] CHEN Zi-yang, PU Ji-xiong. Stochastic electromagnetic vortex beam and its propagation[J]. Phys Lett A, 2008, 372(15): 2734-2740.
- [14] RAO Lian-zhou, PU Ji-xiong. Formation of small bottle light beams[J]. Chin Phys Lett, 2007, 24(12): 3412-3415.
- [15] GRADSTEYN I S, RYZHIK I M. Table of Integrals series and products[M]. California: Academic Press, 1980.

Changes in Stokes Parameters and Degree of Polarization of Stochastic Electromagnetic Vortex Beams on Propagation

YANG Xian-cai, DING Pan-feng, WANG Yan-fei

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: Based on the theory of cross-spectral density matrix and the propagation laws of cross-spectral density, the general formulae were derived to calculate the generalized Stokes parameters and degree of polarization for a class of stochastic electromagnetic vortex beam while propagating in free space. Meanwhile, the influence on propagation of the generalized Stokes parameters and the degree of polarization by the coherence length was analyzed. It is shown that the higher the correlation length (the higher the degree of coherence) is, the better the vertical component can keep; the Stokes parameters and the degree of polarization increase more slowly with the increment of the correlation length increase; the generalized Stokes parameters and the degree of polarization keep almost invariant while the coherence length is much larger than beam size.

Keywords: stochastic electromagnetic vortex beam; generalized stokes parameters; polarization's degree; cross-spectral density; free space; coherence length

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 吴逢铁)