第 32 卷 第 5 期 华侨大学学报(自然科学版) Vol. 32 No. 5
2011 年 9 月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Sep. 2011

文章编号: 1000-5013(2011)05-0588-05

解 TSP 问题的蚁群算法及其收敛性分析

徐强，宋海洲，田朝薇

(华侨大学 数学科学学院，福建 泉州 362021)

摘要: 研究和证明求解旅行商问题(TSP)的蚁群算法收敛性．针对蚁群算法搜索时间长、收敛速度慢、易陷入局部最优等缺陷，改进 Dorigo 提出的基本蚁群算法. 最后，用典型的旅行商问题 CHN144 进行仿真实验，结果表明，改进蚁群算法在收敛速度及求解能力上都有较大改善.

关键词: 旅行商问题；蚁群算法；收敛性；信息素

中图分类号: TP 301.6；O 22 **文献标志码:** A

蚁群算法(Ant Colony Algorithm, ACA)[1]在求解复杂优化问题(尤其是离散优化问题)方面具有优越性，在电信路由优化、数据聚类分析、数据分类规则提取等方面应用效果也很好[2]. 但是，现阶段蚁群算法的理论研究还相当薄弱．Gutjahr 等[3-4]证明了基于图的蚁群算法的收敛性；Stvtzle 等[5]证明了一类 MAX-MIN 蚁群算法的收敛性. 本文从解决旅行商问题(TSP)的蚁群算法入手，对其收敛性进行初步的分析，并针对基本蚁群算法收敛速度慢、易陷入局部最优等缺陷提出了改进策略.

1 蚁群算法收敛性分析

假设蚂蚁都是从 A 点出发，环游一周后又都回到 A 点，并且其环游路径共有 s 条，按路径长度由短到长排列为 $AB_1A, AB_2A, \cdots, AB_SA$，路径长度分别为 $d_1, d_2, \cdots, d_s$. 显而易见，根据最优路径的数目可以分为两种情况．

情况 1 $d_1 < d_2 \leqslant d_3 \leqslant \cdots \leqslant d_s$，即只有一条最优路径.

情况 2 $d_1 = d_2 = \cdots = d_r < d_{r+1} \leqslant d_{r+2} \leqslant \cdots \leqslant d_s$，即有 $r(r \leqslant s)$ 条最优路径.

m 只蚂蚁在 s 条路径上往返爬行，依照蚁群算法，随着时间推移，大多数蚂蚁应该都在最短路径上. 以下证明随着迭代次数的增加，求解旅行商问题的蚁群算法选择最短路的概率趋于 1.

假设 $t_{i,k}$ 为蚂蚁爬行第 k 趟后留在路径 AB_iA 上的平均信息素，$p_{i,k}$ 为蚂蚁爬行第 k 趟后选择路径 AB_iA 的平均概率. 初始时刻，各条路径上的信息素相等为常数 $C(C>0)$.

定理 1 当 $\alpha \geqslant 0, \beta \geqslant 0$ 时，对于情况 1，有 $\tau_{1,k} > \tau_{2,k} \geqslant \tau_{3,k} \geqslant \cdots \geqslant \tau_{s,k}$，$p_{1,k} > p_{2,k} \geqslant p_{3,k} \geqslant \cdots \geqslant p_{s,k}$；对于情况 2，有 $\tau_{1,k} = \tau_{2,k} = \cdots = \tau_{r,k} > \tau_{r+1,k} \geqslant \tau_{r+2,k} \cdots \geqslant \tau_{s,k}$，$p_{1,k} = p_{2,k} = \cdots = p_{r,k} > p_{r+1,k} \geqslant p_{r+2,k} \cdots \geqslant p_{s,k}$.

(1) 情况 1 的证明．由于有 $p_{i,0} = (C^\alpha / d_i^\beta) / \left[\sum_{j=1}^{s} (C^\alpha / d_j^\beta)\right]$，$d_1 < d_2 \leqslant d_3 \leqslant \cdots \leqslant d_s$，故可知 $p_{1,0} > p_{2,0} \geqslant p_{3,0} \geqslant \cdots \geqslant p_{s,0}$. 又由于 $\tau_{i,1} = \rho C + m p_{i,0} Q / d_i$，从而有 $\tau_{1,1} > \tau_{2,1} \geqslant \tau_{3,1} \geqslant \cdots \geqslant \tau_{s,1}$，$p_{i,1} = (\tau_{i,1}^\alpha / d_i^\beta) / \left[\sum_{j=1}^{s} (\tau_{j,1}^\alpha / d_j^\beta)\right]$，故 $p_{1,1} > p_{2,1} \geqslant p_{3,1} \geqslant \cdots \geqslant p_{s,1}$. 以此类推，可以得到

$$\tau_{i,k} = \rho \tau_{i,k-1} + m p_{i,k-1} Q / d_i, \qquad p_{i,k} = (\tau_{i,k}^\alpha / d_i^\beta) / \left[\sum_{j=1}^{s} (\tau_{j,k}^\alpha / d_j^\beta)\right].$$

由数学归纳法可知，当 $\alpha \geqslant 0, \beta \geqslant 0$ 时，有 $\tau_{1,k} > \tau_{2,k} \geqslant \tau_{3,k} \geqslant \cdots \geqslant \tau_{s,k}$，$p_{1,k} > p_{2,k} \geqslant p_{3,k} \geqslant \cdots \geqslant p_{s,k}$.

收稿日期: 2009-08-21

通信作者: 宋海洲(1971-)，男，副教授，主要从事数学模型的研究. E-mail: hzsong@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(Z0511028)

(2) 情况 2 的证明．与情况 1 的证明类似.

定理 1 说明，若有多条最短路，则这些最短路上的平均信息素相等．因此，选择这些最短路的平均概率也相等，并且每趟运行完成后，最短路上的平均信息素最多，选择最短路的平均概率最大.

定理 2　当 $\alpha\geqslant 1,\beta\geqslant 0$ 时，对于情况 1，有 $p_{1,k}>p_{1,k-1}$；而对于情况 2，则有 $p_{1,k}+p_{2,k}+\cdots+p_{r,k}>p_{1,k-1}+p_{2,k-1}+\cdots+p_{r,k-1}$.

(1) 情况 1 的证明．因为有

$$p_{1,k}=\frac{\tau_{1,k}^{\alpha}/d_i^{\beta}}{\sum_{j=1}^{s}(\tau_{j,k}^{\alpha}/d_j^{\beta})}=\frac{1}{1+(\frac{d_1}{d_2})^{\beta}(\frac{\tau_{2,k}}{\tau_{1,k}})^{\alpha}+(\frac{d_1}{d_3})^{\beta}(\frac{\tau_{3,k}}{\tau_{1,k}})^{\alpha}+\cdots+(\frac{d_1}{d_s})^{\beta}(\frac{\tau_{s,k}}{\tau_{1,k}})^{\alpha}},$$

故有

$$\frac{1}{p_{1,k}}-\frac{1}{p_{1,k-1}}=(\frac{d_1}{d_2})^{\beta}[(\frac{\tau_{2,k}}{\tau_{1,k}})^{\alpha}-(\frac{\tau_{2,k-1}}{\tau_{1,k-1}})^{\alpha}]+\cdots+(\frac{d_1}{d_s})^{\beta}[(\frac{\tau_{s,k}}{\tau_{1,k}})^{\alpha}-(\frac{\tau_{s,k-1}}{\tau_{1,k-1}})^{\alpha}].$$

又由于有

$$\frac{\tau_{i,k}/\tau_{1,k}}{\tau_{i,k-1}/\tau_{1,k-1}}=\frac{\rho\tau_{i,k-1}+mp_{i,k-1}Q/d_i}{\rho\tau_{1,k-1}+mp_{1,k-1}Q/d_1}\cdot\frac{\tau_{1,k-1}}{\tau_{i,k-1}}=1-\frac{mQ(p_{1,k-1}\tau_{i,k-1}/d_1-p_{i,k-1}\tau_{1,k-1}/d_i)}{\rho\tau_{1,k-1}\tau_{i,k-1}+mQp_{1,k-1}\tau_{i,k-1}/d_1},$$

而

$$\frac{p_{1,k-1}\tau_{i,k-1}}{d_1}-\frac{p_{i,k-1}\tau_{1,k-1}}{d_i}=\frac{\tau_{1,k-1}\tau_{i,k-1}}{\sum_{j=1}^{s}(\tau_{j,k-1}^{\alpha}/d_j^{\beta})}\left(\frac{\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}}{d_1^{\beta+1}}-\frac{\tau_{i,k-1}^{\alpha-1}}{d_i^{\beta+1}}\right).$$

此外，由于 $\alpha\geqslant 1,\beta\geqslant 0,\tau_{1,k-1}>\tau_{i,k-1},d_1<d_i$，因此，$\frac{\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}}{d_1^{\beta+1}}-\frac{\tau_{i,k-1}^{\alpha-1}}{d_i^{\beta+1}}>0$，故 $\frac{\tau_{i,k}/\tau_{1,k}}{\tau_{i,k-1}/\tau_{1,k-1}}<1$. 即 $\frac{\tau_{i,k}}{\tau_{1,k}}<\frac{\tau_{i,k-1}}{\tau_{1,k-1}}$，$\frac{1}{p_{1,k}}-\frac{1}{p_{1,k-1}}<0$，$p_{1,k}>p_{1,k-1}$.

(2) 情况 2 的证明．与情况 1 证明类似.

定理 2 说明，随着时间的推移，选择最短路的概率越来越大.

定理 3　当 $\alpha\geqslant 1,\beta\geqslant 0$ 时，对于情况 1，$i>1$，有 $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{\tau_{i,k}}{\tau_{1,k}}=0$；而对于情况 2，$i>r$，有 $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{\tau_{i,k}}{\tau_{1,k}}=0$.

(1) 情况 1 的证明．由定理 2 可得

$$\frac{\tau_{i,k}/\tau_{1,k}}{\tau_{i,k-1}/\tau_{1,k-1}}=1-\frac{mQ(p_{1,k-1}\tau_{i,k-1}/d_1-p_{i,k-1}\tau_{1,k-1}/d_i)}{\rho\tau_{1,k-1}\tau_{i,k-1}+mQp_{1,k-1}\tau_{i,k-1}/d_1},$$

且

$$\frac{p_{1,k-1}\tau_{i,k-1}}{d_1}-\frac{p_{i,k-1}\tau_{1,k-1}}{d_i}=\frac{\tau_{1,k-1}\tau_{i,k-1}}{\sum_{j=1}^{s}(\tau_{j,k-1}^{\alpha}/d_j^{\beta})}\left(\frac{\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}}{d_1^{\beta+1}}-\frac{\tau_{i,k-1}^{\alpha-1}}{d_i^{\beta+1}}\right).$$

又由定理 1，可知 $\tau_{1,k-1}>\tau_{i,k-1}$. 所以有

$$\frac{\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}}{d_1^{\beta+1}}-\frac{\tau_{i,k-1}^{\alpha-1}}{d_i^{\beta+1}}>\frac{\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}}{d_1^{\beta+1}}-\frac{\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}}{d_i^{\beta+1}}=\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_i^{\beta+1}}\right),$$

由 $d_1<d_2\leqslant d_3\leqslant\cdots\leqslant d_s$，可知 $\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_i^{\beta+1}}\right)\geqslant\tau_{1,k-1}^{\alpha-1}\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right)$，则有

$$\frac{p_{1,k-1}\tau_{i,k-1}}{d_1}-\frac{p_{i,k-1}\tau_{1,k-1}}{d_i}>\frac{\tau_{1,k-1}^{\alpha}}{\sum_{j=1}^{s}(\tau_{j,k}^{\alpha}/d_j^{\beta})}\cdot\tau_{i,k-1}\cdot\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right)=$$

$$p_{1,k-1}\tau_{i,k-1}\cdot d_1^{\beta}\cdot\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right),$$

$$\frac{mQ(p_{1,k-1}\tau_{i,k-1}/d_1-p_{i,k-1}\tau_{1,k-1}/d_i)}{\rho\tau_{1,k-1}\tau_{i,k-1}+mQp_{1,k-1}\tau_{i,k-1}/d_1}>\frac{mQp_{1,k-1}\tau_{i,k-1}\cdot d_1^{\beta}\cdot\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right)}{\rho\tau_{1,k-1}\tau_{i,k-1}+mQp_{1,k-1}\tau_{i,k-1}/d_1}=$$

$$\left[mQ\cdot d_1^{\beta}\cdot\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right)\right]\Big/\left[\rho\frac{\tau_{1,k-1}}{p_{1,k-1}}+mQ/d_1\right].$$

又由定理 2，可知 $p_{1,k-1}>p_{1,0}$. 所以有 $\frac{\tau_{1,k-1}}{p_{1,k-1}}<\frac{\tau_{1,k-1}}{p_{1,0}}$. 因为有

$$\tau_{1,k-1}=\rho\tau_{1,k-2}+mp_{1,k-2}\frac{Q}{d_1}=\rho(\rho\tau_{1,k-3}+mp_{1,k-3}\frac{Q}{d_1})+mp_{1,k-2}\frac{Q}{d_1}=$$

$$\rho^2\tau_{1,k-3}+\rho mp_{1,k-3}\frac{Q}{d_1}+mp_{1,k-2}\frac{Q}{d_1}=\cdots=\rho^{k-1}C+m\frac{Q}{d_1}(\rho^{k-2}p_{1,0}+\rho^{k-3}p_{1,1}+\cdots+p_{1,k-2}),$$

由 $\rho\in(0,1)$,$p_{1,i}<1(i=1,2,\cdots,k-2)$,可知

$$\rho^{k-1}C+m\frac{Q}{d_1}(\rho^{k-2}p_{1,0}+\rho^{k-3}p_{1,1}+\cdots+p_{1,k-2})<C+m\frac{Q}{d_1}(\rho^{k-2}+\rho^{k-3}+\cdots+1)<$$

$$\lim_{k\to\infty}\ (C+m\frac{Q}{d_1}(\rho^{k-2}+\rho^{k-3}+\cdots+1))=C+\frac{mQ}{d_1(1-\rho)}.$$

所以有

$$\frac{\tau_{1,k-1}}{p_{1,k-1}}<[C+\frac{mQ}{d_1(1-\rho)}]/p_{1,0},$$

$$\frac{mQ\cdot d_1^\beta\cdot\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right)}{\rho\frac{\tau_{1,k-1}}{p_{1,k-1}}+mQ/d_1}>\left[mQ\cdot d_1^\beta\cdot\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right)\right]/\left[\frac{\rho\left(C+\frac{mQ}{d_1(1-\rho)}\right)}{p_{1,0}}+mQ/d_1\right].$$

令 $1-\left[mQ\cdot d_1^\beta\cdot\left(\frac{1}{d_1^{\beta+1}}-\frac{1}{d_2^{\beta+1}}\right)\right]/\left[\frac{\rho\left(C+\frac{mQ}{d_1(1-\rho)}\right)}{p_{1,0}}+mQ/d_1\right]=\theta$,$\theta$ 为常数且 $\theta\in(0,1)$,则有

$$\frac{\tau_{i,k}/\tau_{1,k}}{\tau_{i,k-1}/\tau_{1,k-1}}<\theta,\frac{\tau_{i,k}}{\tau_{1,k}}<\theta\frac{\tau_{i,k-1}}{\tau_{1,k-1}}<\theta^2\frac{\tau_{i,k-2}}{\tau_{1,k-2}}<\cdots<\theta^k\frac{\tau_{i,0}}{\tau_{1,0}}=\theta^k.$$

所以,当 $i>1$ 时,可得 $0\leqslant\lim\limits_{k\to\infty}\frac{\tau_{i,k-1}}{\tau_{1,k-1}}\leqslant\lim\limits_{k\to\infty}\theta^k=0$. 即 $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{\tau_{i,k-1}}{\tau_{1,k-1}}=0$.

(2) 情况 2 的证明. 与情况 1 证明类似.

定理 4 当 $\alpha\geqslant1,\beta\geqslant0$ 时,对于情况 1,$\lim\limits_{k\to\infty}p_{1,k}=1$;对于情况 2,$\lim\limits_{k\to\infty}(p_{1,k}+p_{2,k}+\cdots+p_{r,k})=1$.

(1) 情况 1 的证明. 由定理 3 可知,当 $i>1$ 时,有 $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{\tau_{i,k}}{\tau_{1,k}}=0$,所以有

$$\lim_{k\to\infty}p_{1,k}=\lim_{k\to\infty}\left[1+(\frac{d_1}{d_2})^\beta(\frac{\tau_{2,k}}{\tau_{1,k}})^\alpha+(\frac{d_1}{d_3})^\beta(\frac{\tau_{3,k}}{\tau_{1,k}})^\alpha+\cdots+(\frac{d_1}{d_s})^\beta(\frac{\tau_{s,k}}{\tau_{1,k}})^\alpha\right]^{-1}=1.$$

(2) 情况 2 的证明. 与情况 1 证明类似.

定理 4 说明,随着时间的推移,选择最短路径的平均概率趋近于 1.

因此,命题得证.

2 算法的改进

在 Dorigo 的蚁群算法基础上,作如下两点改进:(1) 加入轮盘赌策略;(2) 仅优秀蚂蚁释放信息素.

2.1 轮盘赌策略

当蚂蚁 k 按转移概率 $p_{i,j}^k$ 式计算,得出当前可选物品集合 $A_k=\{i_1,i_2,\cdots,i_s\}$ 及其概率 $P=\{p_{i,1},p_{i,2},\cdots,p_{i,s}\}$后,将 P 中元素累加,即将 $P=\{p_{i,1},p_{i,2},\cdots,p_{i,s}\}$ 变成 $P=\{p_{i,1},p_{i,1}+p_{i,2},p_{i,1}+p_{i,2}+p_{i,3},\cdots,1\}$. 然后,取一 $[0,1]$区间中的随机数 r,若 r 大于等于 P 中第 j 个元素且小于第 $j+1$ 个元素,则城市 j 为蚂蚁要选择的城市.

2.2 优秀蚂蚁释放信息素

C 为城市集合. 假设集合 $D=\{D[k]\mid D[k]=\sum\limits_{i,j\subset C}d_{i,j}[k],k=1,2,\cdots,m\}$, $d(n)_{\min}=\min\{D[1],D[2],\cdots,D[m]\}$,$d(n)_{\text{ave}}=\frac{D[1]+D[2]+\cdots+D[m]}{m}$. 其中:$d(n)_{\min}$是第 n 个搜索周期得到的最短路径长度, $d(n)_{\text{ave}}$是第 n 个搜索周期 m 只蚂蚁周游路径长度的平均值.

只有当 $d(n)_{\min}<d(n-1)_{\min}$ 且 $D[k]<d(n)_{\text{ave}}$ 时,蚂蚁 k 才计算 $\Delta\tau_{i,j}^k$. 其中:$\Delta\tau_{i,j}^k$ 为第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 i-j 上的信息量.

3 数值试验

将所提出的改进蚁群算法与 Dorigo 提出的基本蚁群算法分别应用于求解经典旅行商问题 CHN144[6-7]. 实验运行环境：Intel 4，CPU 1.8 G，Matlab 7.1. 设定参数 $\alpha=1,\beta=5,\rho=0.1,Q=650$，蚂蚁数 $m=144$. 在不同循环次数(N)下，其运行时间(τ)和最短路径($d_{\min}$)最优值比较，如表 1 所示.

表 1　蚁群算法运行结果比较

Tab. 1　Run results comparison of the ACA

N	基本蚁群算法		改进蚁群算法	
	τ	$d_{\min}$	τ	$d_{\min}$
10	103.57	36 263	94.09	36 024
20	205.08	35 912	188.92	34 495
30	307.25	35 912	281.17	34 495
40	407.64	35 912	374.57	34 047
50	508.56	35 912	467.65	33 009

从表 1 可以看出，提出的改进蚁群算法与 Dorigo 提出的基本蚁群算法相比，其全局搜索能力与收敛速度都有显著提高，是一种十分有效的启发式仿生算法.

4 结束语

通过对求解旅行商问题的蚁群算法的收敛性研究，针对基本蚁群算法收敛速度慢、易陷于局部最小值的缺陷，改进了算法．使得基本蚁群算法的全局收敛性能有了明显的提高，从而使这种模仿自然生物寻优思想的仿生算法展现出更广阔的应用前景.

参考文献：

[1] 王会颖，贾瑞玉. 一种求解 0-1 背包问题的快速蚁群算法[J]. 计算机技术与发展，2007，17(1)：104-107.

[2] 高尚，杨靖宇. 最短路的蚁群算法收敛性分析[J]. 科学技术与工程，2006，6(3)：273-277.

[3] GUTJAHR W J. A graph-based ant system and its convergence [J]. Future Generation Computer Systems，2000，16(8)：873-888.

[4] GUTJAHR W J. ACO algorithms with guaranteed convergence to the optimal solution [J]. Information Processing Letters，2002，82(3)：145-153.

[5] STUTZLE T，DORIGO M. A short convergence proof for a class of ant colony optimization Algorithms [J]. IEEE Transactions on evolutionary computation，2002，6(4)：358-365.

[6] 段海滨，王道波. 蚁群算法的全局收敛性研究及改进[J]. 系统工程与电子技术，2004，26(10)：1506-1509.

[7] 宋海洲. TSP 问题的一种快速近似算法及应用[J]. 华侨大学学报：自然科学版，2005，26(3)：231-234.

Convergence Analysis of the Ant Colony Algorithm for Solving TSP

XU Qiang，SONG Hai-zhou，TIAN Zhao-wei

(School of Mathematical Sciences，Huaqiao University，Quanzhou 362021，China)

Abstract：A detailed theoretical research on ant colony algorithm (ACA) is performed，and the convergence of the ACA for solving the traveling salesman problem (TSP) is proved. ACA has the limitations of stagnation and poor convergence，and is easy to fall in local optima，a series of improvement schemes such as roulette strategy and excellent ants release pheromone strategy are proposed. Finally，a typical example of Traveling salesman problem CHN144 is calculated. It is shown that the improved ACA has a satisfied convergence and search ability.

Keywords：traveling salesman problem；ant colony algorithm；convergence；pheromone

(**责任编辑**：陈志贤　**英文审校**：张金顺，黄心中)

文章编号：1000-5013(2011)05-0592-05

一类具多时滞和脉冲 Lotka-Volterra 竞争系统的正周期解

汪东树，王全义

(华侨大学 数学科学学院，福建 泉州 362021)

摘要： 研究一类具有脉冲和多时滞的非自治周期 Lotka-Volterra 竞争系统. 利用一些分析技巧和重合度理论，得出脉冲对该系统的正周期解存在是有影响的. 将所得到的结果应用到 Fan Meng 等和 Li Mei-li 等研究的具时滞的两种群竞争系统的正周期解存在性问题中，得出不同的新结果.

关键词： Lotka-Volterra；竞争系统；时滞；脉冲；周期解；重合度理论

中图分类号： O 175.6　　**文献标志码：** A

1　预备知识

文献[1-2]分别研究了具时滞的两种群竞争系统

$$\left.\begin{aligned} x'_1(t) &= x_1(t)[r_1(t)-a_{1,1}(t)x_1(t-\tau_{1,1}(t))-a_{1,2}(t)x_2(t-\tau_{1,2}(t))],\\ x'_2(t) &= x_2(t)[r_2(t)-a_{2,1}(t)x_1(t-\tau_{2,1}(t))-a_{2,2}(t)x_2(t-\tau_{2,2}(t))]; \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} x'_1(t) &= x_1(t)\left[-d_1(t)-x_1(t)-\sum_{j=1}^{2}a_{1,j}(t)\int_{-\infty}^{0}k_{1,j}(s)x_j(t+s)\mathrm{d}s\right], \qquad t = t_k,\\ x'_2(t) &= x_2(t)\left[-d_2(t)-x_2(t)-\sum_{j=1}^{2}a_{2,j}(t)\int_{-\infty}^{0}k_{2,j}(s)x_j(t+s)\mathrm{d}s\right], \qquad t = t_k,\\ \Delta x_i(t_k) &= x_i(t_k^+)-x_i(t_k^-) = \alpha_{i,k}x_i(t_k), \qquad i=1,2;\quad k=1,2,\cdots \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

的正的 ω-周期解存在性问题，得到了系统(1),(2)存在正的 ω-周期解的一些结果. 本文研究脉冲和多时滞的非自治周期 Lotka-Volterra 竞争系统

$$\left.\begin{aligned} y'_1(t) = {} & y_1(t)\Big[r_1(t)-a_1(t)y_1(t)-\sum_{i=1}^{2}b_{1,i}(t)y_i(t-\tau_{1,i}(t))-\\ & \sum_{i=1}^{2}c_{1,i}(t)\int_{-\infty}^{0}k_{1,i}(s)y_i(t+s)\mathrm{d}s\Big], \qquad t = t_k,\\ y'_2(t) = {} & y_2(t)\Big[r_2(t)-a_2(t)y_2(t)-\sum_{i=1}^{2}b_{2,i}(t)y_i(t-\tau_{2,i}(t))-\\ & \sum_{i=1}^{2}c_{2,i}(t)\int_{-\infty}^{0}k_{2,i}(s)y_i(t+s)\mathrm{d}s\Big], \qquad t = t_k,\\ \Delta y_i(t_k) = {} & y_i(t_k^+)-y_i(t_k^-) = \alpha_{i,k}y_i(t_k), \qquad i=1,2;\quad k=1,2,\cdots. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中:系统(3)满足以下 3 点假设：

(A1) $0<t_1<t_2<\cdots<t_p<\omega, t_{k+p}=t_k+\omega$ 且 $\lim\limits_{k\to\infty}t_k=\infty, k=1,2,\cdots$.

(A2) $\{\alpha_{i,k}\}$ 是一个实序列且 $\alpha_{i,k}>-1, \alpha_{i,k}=\alpha_{i,(k+p)}$, $i=1,2; k=1,2,\cdots$.

收稿日期： 2010-04-26

通信作者： 汪东树(1981-)，男，讲师，主要从事常微分及泛函微分方程的研究. E-mail: wangds@hqu.edu.cn.

基金项目： 国务院侨办科研基金资助项目(09QZR10)；福建省自然科学基金资助项目(Z0511026)