第 32 卷 第 5 期 华侨大学学报(自然科学版) Vol. 32 No. 5
2011 年 9 月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Sep. 2011

文章编号： 1000-5013(2011)05-0525-04

带抑制弧 Petri 网极小活标识的配置

叶剑虹，叶双

(华侨大学 计算机科学与技术学院，福建 泉州 362021)

摘要： 讨论无冲突带抑制弧 Petri 网结构活性的判定条件，即证明一个结构活的网，扩充为带抑制弧的网后仍然活当且仅当生成的抑制弧网具有持续性. 给出一个已知结构活的带抑制弧网的极小活标识的配置算法，将网的极小活标识配置最终转化为环路中极小活标识的求解. 与传统方法相比，新算法不仅易于程序实现，且时间复杂度是多项式的.

关键词： 抑制弧；Petri 网；结构活；极小活标识；配置算法

中图分类号： TP 301.6 **文献标志码：** A

从网的结构入手研究活的 Petri 网应满足的条件，然后讨论如何配置初始标识才能使得到的标识网为活的，这为 Petri 网的活性判定开辟了一条新的途径. 文献[1-2]提出了网的结构活性定义，文献[3-6]分别给出了 S-图、自由选择网、扩充的自由选择网和空标识网结构活的充分必要条件. 对于带抑制弧的网，其结构活性的判定比一般原型网要复杂. 抑制弧的引入会对原型网下具备发生条件的变迁是否仍允许发生起控制作用，对网性质的分析增加了难度，但提高了系统的模拟能力. 已有研究[7]证明，带抑制弧的 Petri 网的模拟能力等价于图灵机. 目前，国内外对带抑制弧 Petri 网结构活性的研究鲜有文献涉及. 本文给出带抑制弧网结构活的判定定理，以及带抑制弧结构活网的极小活标识配置算法.

1 基本概念

有关 Petri 网的基本概念参见文献[8-10]，在此不再赘述，只引用与本文有关的概念. 由于冲突往往意味着需要外部条件的控制干预，讨论将基于无冲突 Petri 网.

定义 1 带抑制弧的 Petri 网是一个五元组 $\Sigma=(S,T;F,I,M)$. 其中：$(S,T;F)$ 是一个网，M 是网的一个标识，$I\subset S\times T$ 称为抑制弧集，$I\cap F=\varnothing$，有

(1) 对 $t\in T$，如果 $\forall s\in S:(s,t)\in F$，有 $M(s)\geqslant 1$；而如果 $\forall s\in S:(s,t)\in I$，有 $M(s)=0$，则变迁 t 在标识 M 有发生权；

(2) 若 $M[t>$，则变迁 t 在标识 M 发生产生新的标识 M'，即

$$M'(s)=\begin{cases}M(s)-1, & (s,t)\in F\wedge(t,s)\notin F,\\ M(s)+1, & (s,t)\in F\wedge(s,t)\notin F,\\ M(s), & \text{其他}.\end{cases}$$

定义 2 设 $N=(S,T;F,I)$ 是一个带抑止弧的网，$S=\{s_1,s_2,\cdots,s_m\}$，$T=\{t_1,t_2,\cdots,t_n\}$，则 N 的结构可以用一个 n 行 m 列矩阵 $\mathbf{A}=[a_{i,j}]_{n\times m}(i\in\{1,2,\cdots,n\},j\in\{1,2,\cdots,m\})$ 来表示. 其中：当 $(t_i,s_j)\in F$，$a_{i,j}=1$；当 $(s_j,t_i)\in F$，$a_{i,j}=-1$；当 $(s_j,t_i)\in I$，$a_{i,j}=0^{\circ}$；其他情况下，$a_{i,j}=0$；$\mathbf{A}$ 为网 N 的关联矩阵.

定义 3 $N=(S,T;F,I)$ 是一个带抑止弧的 Petri 网，有 $S_c=\{s\mid(s,t)\in I\}$，$S_e=\{s\mid(s,t)\in F\}$. 其中：$s\in S$，$t\in T$；$s=S_e\cup S_c$ 且 $S_c\cap S_e$ 未必为空；下标 c，e 分别表示控制和允许.

定义 4 设 $N_0=(S,T;F)$ 是一个原型网. 在 N_0 的基础上添加抑止弧，由此形成网 $N=(S,T;F,$

收稿日期： 2010-11-23

通信作者： 叶剑虹(1976-)，男，讲师，主要从事大规模分布式并行计算及 Petri 网的研究. E-mail：leafever@163.com.

基金项目： 福建省厦门市科技计划创新项目(3502Z20103027)；华侨大学高层次人才科研启动项目(09BS514)

I),$I=\{(s,t)|s\in S,t\in T\}$称为 N_0 的扩充抑止弧网.

定义 5 设 $\Sigma=(S,T;F,I,M_0)$为一个带抑制弧的 Petri 网系统,对任意 $M\in R(M_0)$,如果 $t_1,t_2\in T(t_1\neq t_2)$,有 $M[t_1>\wedge M[t_2>M'\rightarrow M'[t_1>$,则称 Σ 具有持续性.

可进一步把持续性推广到变迁序列的情况.

2 带抑制弧 Petri 网结构活性的判定

为能进一步判定带抑制弧网的结构活性,首先给出变迁发生序列合法性判定算法. 一个带抑止弧 Petri 网系统 $\Sigma=(S,T;F,I,M_0)$,若存在 $M\in R(M_0)$,则一定存在非负整数 n 维向量 $\boldsymbol{X}$,满足 $M=M_0+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$,反之未必成立.要解决该问题,需检查状态方程的解 $\boldsymbol{X}$ 所构造出的变迁序列 σ 是否合法.

算法 1 带抑制弧 Petri 网变迁序列合法性判定算法(SFS-IPetri).

输入为一个带抑制弧网系统 Σ 和它的 $n\times m$ 阶关联矩阵 $\boldsymbol{A}$,根据 $M=M_0+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$ 状态方程求得解 $\boldsymbol{X}$;然后,依据 $\boldsymbol{X}$ 构造一个变迁序列 σ. 输出为 σ 是否合法的发生序列 . SFS-IPetri 算法有如下 6 个主要步骤.

(1) 由输入可知,存在变迁序列 σ,令 $\sigma=t_{i_1},t_{i_2},\cdots,t_{i_k},j=1$,转向步骤(2).

(2) $M_1=M_0+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}U_{i_j}$. 其中:$U_{i_j}=(0,\cdots,0,1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$ 即 U_{i_j} 是第 i_j 个分量等于 1,其他分量均为零的单一向量.其中:$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}U_{i_j}$ 的运算中碰到含有 0°的分量. 运算规则细化为 $0^{\circ}\times1=0^{\circ}$,$0^{\circ}\times0=0$,$0^{\circ}+0=0^{\circ}$;对于 $M_0+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}U_{i_j}$ 的运算中碰到含有 0°的分量,规则为 $0^{\circ}+0=0$,$0^{\circ}+Z=-\infty$. Z 为非零整数.矩阵运算结束,转向步骤(3).

(3) 若存在 $M_1(s)<0$,转向步骤(5);若 j 已等于 k,则转向步骤(4);否则,令 M_1 作为新的 M_0,$j=j+1$,转向步骤(2).

(4) σ 是一个 M_0 下的合法序列,转向步骤(6).

(5) σ 不是一个 M_0 下的合法序列,转向步骤(6).

(6) 算法结束.

图 1 为 SFS-IPetri 算法的实例. 可用 SFS-IPetri 算法检出对应着同等状态方程解 $\boldsymbol{X}=(1,1,1,1)^{\mathrm{T}}$ 所构造出的发生序列 $\sigma=t_1\ t_2\ t_3\ t_4$ 是合法的,而 $\sigma'=t_1\ t_3\ t_2\ t_4$ 是不可发生的.

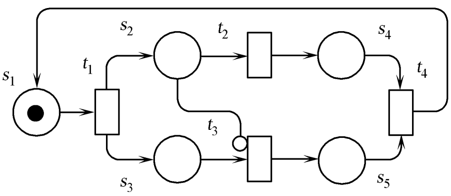

图 1 SFS-IPetri 算法实例

Fig. 1 Illustration of SFS-IPetri algorithm

定理 1 设 $N_0=(S,T;F)$是一个结构活的原型网,M_0 为 N_0 的一个活标识,N 是 N_0 的扩充抑制弧网,N 在 M_0 下仍然活当且仅当系统(N, M_0)具有持续性.

(1) 充分性的证明 . M_0 为 N_0 的一个活标识,对 $\forall t\in T$ 及 $M\in R(M_0)$,都有变迁序列 $\alpha,\beta\in T^*$,满足 $M_0[\alpha>M[\beta>\widetilde{M}[t>$. 不妨标记为 $M_0[t_{i_1}>M_1[t_{i_2}>\cdots,M_{j-1}[t_{i_{j-1}}>M_j\cdots M_{k-1}[t_{i_k}>M_k=\widetilde{M}$. 令 M_0 加载于网 N,若变迁序列 $\alpha\beta t$ 在 N 中不再使能,不失一般性,认为 M_0 经过 $M_0[t_{i_1}>M'_1[t_{i_2}>\cdots,M'_{j-2}[t_{i_{j-2}}>M'_{j-1}$ 个变迁的发生后(为了与 N_0 中标识加以区分,N 中每个变迁的后继标识都加上撇号),M'_{j-1} 令 $t_{i_{j-1}}$ 不再使能,显然这是因存在 $s\in S_c$ 且 $M'_{j-1}(s)>0$ 所致. 已知 N 是可持续网,对 M'_{j-1},存在 $M''_{j-1}=M'_{j-1}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$,$\boldsymbol{X}$ 对应一个合法的变迁发生序列 τ. 其中,$t_{j-1}\notin\tau$. τ 中变迁的发生将移除 $M'_{j-1}({}^{\bullet}t_{i_{j-1}})>0\wedge{}^{\bullet}t_{i_{j-1}}\in S_c$ 库所中的托肯,使得 $M'_{j-1}[\tau>M''_{j-1}[t_{j-1}>$使能.

依次类推,通过添加一定的可发生变迁到 $\alpha\beta t$ 中,得到新的发生序列 $\alpha'\beta't$ 在 N 中也使能. N_0 中每一个变迁序列在 N 中的发生都可类似构造,N 是活的.

(2) 必要性的证明 . 在原型网 N_0 上添加抑制弧只会影响活标识下变迁的发生次数,并不影响原网中不存在冲突的性质 .

已知(N, M_0)是活的,根据文献[8]中的定理,扩充抑制弧网显然也满足持续性. 证毕

图 1 中去掉抑制弧的原型网 N_0 结构活,$M_0=(1,0,0,0,0)$为其活标识,N 满足可持续性,故系统(N, M_0)保持活性.

N_0 中变迁序列 $\sigma=t_1\ t_3\ t_2\ t_4$ 在 N 中依据定理 1 被扩充为 $\sigma'=t_1(t_2\ t_3)(t_4\ t_1t_2)(t_3t_4)$.

3　带抑制弧的结构活网极小活标识配置

对于一个已知结构活的带抑制弧 Petri 网，如何构建其极小活标识使得系统能够活，以往多采用经验性的方法．即不断去尝试各种可能性，经过逐一尝试后，在其中选出一种需要托肯资源最少的方法．这种经验型的处理方法要么是不完全归纳法，要么是穷举法．如果是后者，将又是一个 NP 难度问题.

定义 6　设 $N=(S,T;F,I)$为一个带抑制弧的 Petri 网，$w=(s_0,\cdots,s_n)$称做长度为 n 的一条路径，当且仅当 $s_i\ \underline{li}\ s_j$，$i\neq j$，$0\leqslant i,j\leqslant n$；路径 w 是一个环，当且仅当 w 始于${}^{\cdot}s_0$，终于 $s_n^{\cdot}$．其中：${}^{\cdot}s_0=s_n^{\cdot}$．图 1 中存在两个环，分别是 $w_1=(s_1,s_2,s_4)$及 $w_2=(s_1,s_3,s_5)$.

定理 2　设 $N=(S,T;F,I)$是一个带抑止弧的结构活网，则 $\forall s\in S$，s 一定属于某个环.

证明　(1) 反证法．若 $\exists s\in S$，s 不属于环，意味着${}^{\cdot}s=\varnothing$，或者 $s^{\cdot}=\varnothing$. 若${}^{\cdot}s=\varnothing$，对 $t\in s^{\cdot}$，N 是一个结构活网，存在一个活标识 M_0，有 $M\in R(M_0)$，使得 $M[t>$使能，而 s 中的托肯一旦被消耗将无法再被补充，$s^{\cdot}$ 中的变迁不再具有发生权，这与(N,M_0)是活的矛盾．$s^{\cdot}=\varnothing$ 证明过程类似. 证毕

由定理 2 可知，一个结构活的带抑制弧 Petri 网 $N=(S,T;F,I)$，若活的极小标识存在，$\forall s\in S$，s 一定属于某个环. 整个算法的关键转为如何从网结构中分离出环，并在环中选择适当的库所加以标注，使其能成为极小标识.

算法 2　带抑制弧 Petri 网极小活标识的配置算法(MLM-IPetri).

输入为一个带抑制弧的结构活网 $N=(S,T;F,I)$，$S^*=\varnothing$，输出为网 N 的极小活标识．MLM-IPetri 算法有如下 7 个主要步骤.

(1) 若存在 $s_i\in S-S^*$，有初始 $w=\{s_i\}$，$s=s_i$，$1\leqslant i\leqslant m$，转向步骤(2).

(2) 若 $\exists s_j\in(s_i^{\cdot})^{\cdot}\wedge s_j\neq s$，则 $w=w\cup\{s_j\}$，$1\leqslant j\leqslant m$，转向步骤(3).

(3) 令 s_j 为新的 s_i，重复步骤(2)，直至 $s_j=s$，w 为网 N 的一个环，将 w 中涉及到库所都加入集合 S^* 中. 若 $s-s^*=\varnothing$，转向步骤(4)；否则，转向步骤(1).

(4) 若 N 中只有一个环，则 N 网的进程中每一个片(Slice)[9,11]都可以作为极小活标识集，转向步骤(7).

(5) 若 σ 中包含有多个环，即存在 $w_1,w_2,\cdots,w_k$，$k>1$. 因 Σ 是一个无冲突系统，故不存在环路叠加于某个库所 s 上，只会有环路叠加于变迁. 不妨标记 S_{w_i} 为环路 w_i 中所涉及库所集合. 有$\bigcap\limits_{i=1}^{k}(S_{w_i})^{\cdot}=T'$，$T'\subseteq T$，则${}^{\cdot}T'$中库所可作为极小标识集的一部分. 若有$(S_{w_i})^{\cdot}\cap(S_{w_j})^{\cdot}\subseteq T'$，$1\leqslant j\leqslant k$，则 $\tilde{S}=S_{w_i}\cup S_{w_j}$. 对于 $s\in S_{w_i}-{}^{\cdot}T'$，若其在库所集 $\tilde{S}$ 所构成的外延子网 $N_{\tilde{S}}$ 中可作为一个片，则其也可成为极小标识的一部分，作用机理等价于与之有$\underline{li}$[12]关系的${}^{\cdot}T'$. 转向步骤(6).

(6) 对所有环路中可构成极小标识的部分取并运算，即$\bigcup\limits_{i=1}^{k}\mathrm{slice}_{w_i}$，为结构活网 N 的极小标识，转向步骤(7).

(7) 输出网 N 的极小活标识，算法结束.

N 中求环所需时间复杂度是 $O(m/2)$，环路之间叠加变迁的求取，最坏情况下是环路之间两两存在叠加变迁，所需的时间为 $O(m\times(m-1)/2)$；每个库所极端情况下都可以构成相应进程中的片，其耗时为 $O(m)$. 因此，总的时间复杂度为 $O(m/2+m\times(m-1)/2+m)=O(m^2)$.

图 1 中：$\sigma=t_1\ t_2\ t_3\ t_4$ 是一个合法发生序列，包含着 $w_1=(s_1,s_2,s_4)$及 $w_2=(s_1,s_3,s_5)$两个环，w_1，w_2 叠加于变迁，交集为$\{t_1,t_4\}$，网 N 的极小活标识有${}^{\cdot}t_1=\{s_1\}$. 环 w_1 中的$\{s_2\}$，$\{s_4\}$与环 w_2 中$\{s_3\}$，$\{s_5\}$交叉组合可构成网 N 进程中的片，它们也可以作为极小标识，其作用机理等价于 s_1. 即$\{s_2,s_3\}$，$\{s_2,s_5\}$，$\{s_3,s_4\}$，$\{s_4,s_5\}$也都是极小标识.

4　结束语

讨论无冲突带抑制弧 Petri 网结构活性的判定条件，对一个已知的结构活网，给出极小活标识的配

置算法 MLM-IPetri. 算法的求解最终归结为对环路中片的极小活标识配置,整个求解过程可借助矩阵及矩阵的初等变换完成. 与传统基于经验的处理方法不同之处在于,该算法不仅便于程序实现,且时间复杂度是多项式的. 今后,将对带抑制弧网的公平性及持续性等做进一步研究,并探讨其与随机 Petri 网结合,对业务流程中冲突现象[13]的解决方案.

参考文献:

[1] MURATA T. Petri nets: Properties analysis and applications[J]. IEEE Trans on Software Eng, 1987, 77(4): 541-580.

[2] BEST E. Structure theory of petri nets: The free choice hiatus[J]. Lecture Notes in Computer Science, 1987, 254: 168-205.

[3] IORDACHE M V, ANTSAKLIS P J. Generalized conditions for liveness enforcement and deadlock prevention in petri nets[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2001, 2075: 184-203.

[4] JIAO Li, CHEUNG To-yat, LU Wei-ming. On liveness and boundedness of asymmetric choice nets[J]. Theoretical Computer Science, 2004, 311(1/2/3): 165-197.

[5] 焦莉. 关于 Petri 网活性的研究[D]. 北京:中国科学院, 2001.

[6] LAUTENBACH K. Reproducibility of the empty marking[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2002, 2360: 281-300.

[7] REISIG W. Petri nets: An introduction[M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 1985: 17-135.

[8] 吴哲辉. Petri 网导论[M]. 北京:机械工业出版社, 2006.

[9] 袁崇义. Petri 网原理与应用[M]. 北京:电子工业出版社, 2005.

[10] AALST W V D, HEE K V. Workflow management: Models methods and systems[M]. Cambridge: MIT Press, 2002.

[11] 蒲飞,陆维明. 同步合成 Petri 网系统活性与无死锁的保持性[J]. 软件学报, 2003, 14(12): 1977-1988.

[12] 蒋昌俊. Petri 网的动态不变性[J]. 中国科学:E 辑, 1997, 27(6): 605-611.

[13] 洪国彬, 郑丕谔. 业务流程中冲突现象的解决与性能分析[J]. 华侨大学学报:自然科学版, 2005, 26(3): 325-328.

Assignment of Minimal Live Marking for Petri Net with Inhibitor Arcs

YE Jian-hong, YE Shuang

(School of Computer Science & Technology, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: The liveness issues concerning conflict-free Petri nets with inhibitor is discussed. We proved that a structural live net is still live if and only if the property of persistency holds. This paper presented an assignment of minimal live marking algorithm for structural live Petri net with inhibitor arcs. The minimal live marking issue is transferred into the assignment of marking for the cycle. Compared with traditional methods, the new algorithm is more easy to program, and the time complexity is polynomial.

Keywords: inhibitor arcs; Petri net; structural live; minimal live marking; assignment algorithm

(**责任编辑:** 钱筠 **英文审校:** 吴逢铁)