

文章编号: 1000-5013(2011)05-0492-03

圆度误差评定的线性化处理方法

黄富贵, 董兆鹏

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 基于测量坐标值原则下, 将圆度误差的非线性寻优过程转化为线性的求解过程. 该方法适用于实际测量, 且不受理想圆心的束缚, 对测量采样点的分布没有任何特殊要求, 可以满足测量数据快速、精确处理的要求. 实际圆度误差的对比测量结果表明, 该线性化方法的评定精度高于最小二乘法, 适合于一般精度的测量评定, 而操作过程远远简单于区域搜索法.

关键词: 最小二乘法; 区域搜索; 线性化; 圆度误差; 评定精度

中图分类号: TH 132.417 **文献标志码:** A

按照国家标准, 理想圆相对于实际圆的位置应该满足最小条件, 则其评定结果最小且最准确. 然而, 在实际测量圆度误差过程中, 满足最小条件的理想圆往往很难用数学分析的方法找到, 有时甚至找不到. 尽管不少学者对满足最小条件的理想圆的确定方法进行了研究, 提出遗传算法, 粒子群算法、区域搜索法等各种优化算法^[1-4], 但这些算法操作复杂, 难以被工程测量技术人员掌握. 用最小二乘法评定圆度误差评定时, 从被测实际圆上的有限提取点坐标数据(实际要素)拟合出最小二乘圆(理想要素)的过程, 仍然属于非线性的最小二乘法问题. 解决这类问题的途径有两种: 其一是采用迭代的方法, 另一个是线性化处理方法. 线性化处理方法虽然计算简单, 但如非完整圆、测量手段无法提取点等间距分布的圆等情况无法实现. 本文基于测量坐标值原则下, 提出一种圆度误差评定的线性化处理方法.

1 线性化的求解过程

1.1 测量提取点坐标转换

设 $A_i(x_i, y_i), i=1, 2, \cdots, n, n \geq 4$ 为直角坐标系 XOY 被测实际圆周同一横截面上的提取点坐标. 在提取点中选取大致在圆周上均匀分布的 3 点, 如 $A_1(x_1, y_1), A_m(x_m, y_m), A_n(x_n, y_n)$. 令由此 3 点拟合的圆的圆心为 $O'(x_{O'}, y_{O'})$. 将原直角坐标系平移, 使原直角坐标系的原点 O 平移到 O' , 则提取在新的直角坐标系 $X'O'Y'$ 下坐标为 $A'_i(x'_i, y'_i), i=1, 2, \cdots, n, n \geq 4$ 的点(图 1), 即 $x'_i = x_i - x_{O'}, y'_i = y_i - y_{O'}$. 其中: $x_{O'} = [(y_1 - y_m)(y_1 y_m + x_n^2) + (y_m - y_n)(y_m y_n + x_1^2) - (y_1 - y_n)(y_1 y_n + x_m^2)] / [2y_1(x_n - x_m) + 2y_m(x_1 - x_n) + 2y_n(x_m - x_1)]$; $y_{O'} = [(x_1 - x_m)(x_1 x_m + y_n^2) + (x_m - x_n)(x_m x_n + y_1^2) - (x_1 - x_n)(x_1 x_n + y_m^2)] / [2x_1(y_n - y_m) + 2x_m(y_1 - y_n) + 2x_n(y_m - y_1)]$. 将转化以后的直角坐标系 $X'O'Y'$ 的原点 O' 作为极坐标的原点, 水平轴 $O'X'$ 作为极坐标的始边, 逆时针方向为极角的“+”方向, 来建立极坐标, 如图 2 所示. 被测实际圆周上的提取点在极坐标下的坐标 $A_i(\rho_i, \theta_i)$, 则有 $\rho_i = |O'A_i| = \sqrt{x'^2_i + y'^2_i}, \theta_i = \cot(y'_i/x'_i)$.

1.2 线性化处理

将被测实际圆的圆周沿拟合圆的圆心 O' 展开成一条直线, 则圆周上的提取点就转化为“直线”上的测量“提取点”. 展开后直线的直线度误差, 实际上就是被测实际圆的圆

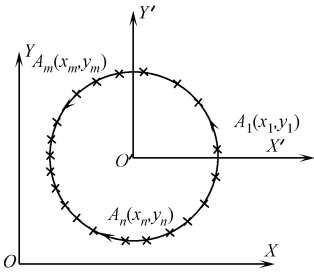


图 1 坐标平移示意图
Fig. 1 Coordinate translation diagram

度误差,使得圆度误差评定问题转化为直线度误差评定问题.转化后的测量提取点 $A_i(x''_i,\rho'_i)$ 在直角坐标系 $X''O''\rho'$ 的位置,如图 3 所示.测量提取点的坐标值为 $x''_i=R\theta_i,\rho'_i=\rho_i-R$. 其中: R 为由 $A_1(x_1,y_1),A_m(x_m,y_m),A_n(x_n,y_n)$ 3 点拟合形成的圆的半径.

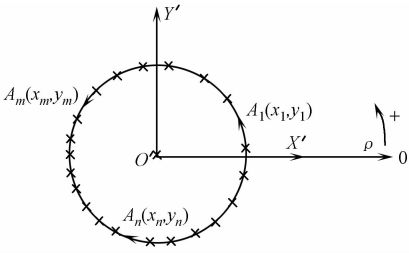


图 2 直角坐标转化为极坐标
Fig. 2 Transformation of cartesian coordinates into polar coordinates

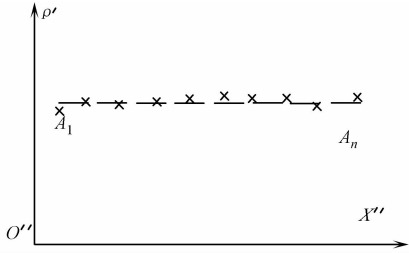


图 3 极坐标转化为直角坐标
Fig. 3 Transformation of polar coordinates into cartesian coordinates

1.3 数据预处理过程

由于所取的用来确定圆心的 3 点具有较大的随意性,使得在确定圆心时,可能会带来模拟圆心与理想圆心偏离较远的问题,即会带来系统误差.因此,在评定误差之前,需做一步数据预处理的过程,以消除系统误差的影响^[5].

数据预处理的过程有如下 4 个具体操作步骤:(1) 判断是否存在系统误差,即将 $\rho'_i=\rho_i-R$ 的数据运用残余误差观察法进行判别,由此判断 3 点确定圆心及半径的方法是否会引进系统误差,如若系统误差存在,则进行步骤(2)的操作;否则,直接跳至步骤(4);(2) 判断系统误差的类型,即不同类别如线性、周期性、混合性等的系统误差采用不同的消除方法;(3) 系统误差拟合及消除,即采用函数多项式拟合的方法,拟合出系统误差的分布函数,并从原数据中将对应的系统误差值减去;(4) 误差评定,即将消除系统误差的数据用线性化评定方法进行误差评定.

2 误差评定过程

设直角坐标系 $X''O''\rho'$ 下的提取点 $A_i(x''_i,\rho'_i)$ 的最小二乘直线方程为 $\rho'=k \cdot x''+b$. 其中: k,b 为待求参数.根据线性最小二乘原理, k,b 的结果为

$$P=(M^T M)^{-1} \cdot M^T \cdot Q.$$

式中: $P=[k,b]^T$; $Q=[\rho'_1 \quad \rho'_2 \quad \cdots \quad \rho'_n]$; $M=\begin{bmatrix} x''_1 & x''_2 & \cdots & x''_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$. 由此可得直线度误差的评定结果,也就是被测圆的圆度误差评定结果为 $\Delta_o=\{\max(\rho'_i-\rho')-\min(\rho'_i-\rho')\} \cdot \cot k$.

3 实例分析

为比较方便起见,采用文献[3]给出的被测实际圆的提取点作为坐标数据.该组数据是在 Global FX777 型三坐标测量机上,对 $\Phi=63.5$ mm 的圆孔进行实测获得的,采样点坐标值如表 1 所示.分别采

表 1 采样点坐标

Tab. 1 Coordinates of sampling points

X/mm	299.395 1, 299.144 2, 298.397 1, 297.165 0, 295.468 5, 293.331 5, 290.793 2, 287.884 1, 284.658 2, 281.164 1, 277.458 0, 273.596 0, 269.642 3, 265.654 2, 261.698 1, 257.836 2, 254.132 2, 250.636 1, 247.414 5, 244.504 5, 241.963 3, 239.826 6, 238.129 3, 236.897 2, 236.152 2, 235.909 0, 236.152 1, 236.897 2, 238.129 3, 239.826 2, 241.963 3, 244.504 2, 247.412 4, 250.636 5, 254.136 6, 257.836 4, 261.698 7, 265.654 3, 269.644 4, 273.596 3, 277.458 7, 281.164 8, 284.658 2, 287.884 2, 290.792 3, 293.331 1, 295.468 3, 297.165 9, 298.397 4, 299.144 3
Y/mm	12.131 3, 16.114 2, 20.026 3, 23.818 5, 27.425 4, 30.792 7, 33.864 8, 36.593 5, 38.936 4, 40.857 2, 42.325 3, 43.316 4, 43.816 2, 43.816 1, 43.316 4, 42.325 0, 40.857 0, 38.936 8, 36.593 5, 33.864 6, 30.792 2, 27.425 1, 23.818 4, 20.026 5, 16.117 7, 12.131 6, 8.152 7, 4.236 4, 0.444 3, -3.163 3, -6.534 4, -9.602 0, -12.331 8, -14.674 6, -16.595 4, -18.063 2, -19.054 1, -19.554 2, -19.554 3, -19.054 1, -18.063 4, -16.595 0, -14.674 4, -12.331 3, -9.602 5, -6.533 4, -3.163 5, 0.444 2, 4.236 3, 8.152 4

用非线性最小二乘法、区域搜索法和文中给出的方法进行圆度误差评定^[6-8],结果如表 2 所示.

根据 Global FX777 型三坐标测量机的说明书可知,其测量不确定度为 $\pm(3+4L/1\ 000)\ \mu\text{m}$. 由于测量圆度时,三坐标测量机只是对实际圆上的点进行坐标提取,故其测量点的测量不确定度为 $\pm 3\ \mu\text{m}$. 考虑到采用文中提出的方法对圆度误差进行评定时,并未有新的测量不确定度来源,被测实际圆的圆度误差大小约为 $11\ \mu\text{m}$.

根据微误差取舍准则,圆度误差的测量结果是可以信赖的. 相较于最小二乘法和区域搜索法,该方法的评定结果有很好的实用性,其精度高于最小二乘法,适合于一般精度的测量评定,而操作过程则远远简单于区域搜索法.

表 2 圆度误差评定结果

Tab. 2 Results of roundness error evaluation

评定方法	圆心坐标		评定结果/mm
	X/mm	Y/mm	
最小二乘法	267.648 1	12.131 0	0.011 6
区域搜索法	267.648 4	12.132 3	0.009 9
直线度化方法	267.648 2	12.133 2	0.011 2

4 结 束 语

提出圆度误差评定一种全新的处理方法,原理清晰、方法简单、操作方便,极大地满足了对测量数据快速、精确处理的要求. 此法适用于实际测量,不受理想圆心的束缚,而且对测量采样点的分布没有任何特殊要求.

参考文献:

[1] CUI Chang-cai,CHE Ren-sheng, YE Dong,et al. Error evaluation using genetic algorithm[J]. Precision Engineering, 2001,9(6):499-505.

[2] 刘平. 圆度误差目标函数凹凸性的研究[J]. 计量学报,2003,24(2):85-87.

[3] 黄富贵,郑育军. 基于区域搜索的圆度误差评定方法[J]. 计量学报,2008,29(2):117-120.

[4] 崔长彩,黄富贵,张认成,等. 粒子群优化算法及其在圆度误差评定中的应用[J]. 计量学报,2006,27(4):317-320.

[5] 沙定国. 误差分析与测量不确定度评定[M]. 北京:中国计量出版社,2003.

[6] 黄富贵,崔长彩. 任意方向上直线度误差的评定新方法[J]. 机械工程学报,2008,44(7):221-225.

[7] 黄富贵. 评定直线度误差的最小二乘法与最小包容区域法精度之比较[J]. 光学精密工程,2007,15(6):89-93.

[8] 岳奎. 最小二乘圆法评定圆度误差的程序设计[J]. 工具技术,2006,40(4):79-81.

Linearization Method of Roundness Error Evaluation
Based on Principle of Measuring Coordinates

HUANG Fu-gui, DONG Zhao-peng

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: A linearization method based on the principle of coordinates was proposed to evaluate the roundness error. The method is suitable for the real measurement and free from the constriction of the centre of ideal circle. It meets the requirements for high precision and efficiency. The method was used to evaluate some examples and compared with the least square method. The results show that the proposed method is more simple and accurate than the least square method.

Keywords: least squared method; regional searching; linearization method; roundness error; assessing accuracy

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 崔长彩)