

文章编号: 1000-5013(2011)04-0377-04

# 采用泛克里金技术的叶片表面压力场插值方法

吴福仙, 黄致建, 郝艳华, 吕辉停

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 利用泛克里金技术对叶片表面压力场进行插值, 采用球形模型, 用循环交叉验证法确定变异函数. 结果表明: 应用泛克里金技术进行压力场插值得出的气动压力过渡较平滑, 精度达到工程应用要求, 并且克服一般距离加权插值方法插值结果不稳定的问题; 如果插值过程中, 要提高精度可适当地增加已知数据点, 特别是增加在变化比较剧烈的局部位置.

**关键词:** 克里金; 泛克里金; 变异函数; 漂移; 交叉验证; 叶片

**中图分类号:** V 215.2

**文献标志码:** A

叶片是航空发动机中的重要零件, 工作时常受到离心载荷、气动载荷、热载荷的作用. 采用有限元法对叶片进行应力分析或进行优化设计, 需要建立合适的有限元模型, 并施加合理的载荷和边界条件. 气动载荷的施加需要已知有限元节点上的压力值, 而应力分析的原始压力场来源于 S1 流面计算. 由于 S1 流面上的已知压力点不一定与有限元节点重合, 故就要求进行适当的压力场插值, 求出有限元节点上的气动压力值, 为下一步的计算作必要的准备. 近几十年来, 国外航空航天领域在耦合信息传递方面做了大量的工作. 文献[1-4]针对飞机多学科优化问题, 将气压从流场传递到结构模型; 文献[2]给出了一个简单结构的温度传递过程; 文献[3-5]将结构变形传递到流场网格模型中. 通过这些研究, 产生了诸多耦合信息的传递方法, 并成功地用于高速民用运输机(HSCT)<sup>[6-7]</sup>、商务飞机<sup>[5,8]</sup>等一系列优化设计问题. 但是, 国内尚未形成系统有效的方法. 本文利用泛克里金技术进行三维压力场插值.

## 1 泛克里金法插值法

泛克里金是克里金中技术中的一种, 具有克里金技术共同的特点, 同时, 每个变量处的数学期望又存在着漂移的特点. 它是建立在变异函数理论分析基础上, 对有限区域内的区域化变量取值进行无偏最优估计(best linear unbiased estimator, BLUE)的一种方法. 泛克里金技术是线性的, 因为它的估计值是根据已有资料的加权线性结合而获得的. 与其他的估计方法相比, 泛克里金法插值法的平均误差接近于零, 其显著特点是使误差的方差最小<sup>[9]</sup>.

叶片表面压力场上的气动力随着位置的不同而不相等, 即存在着漂移. 利用泛克里金技术, 根据有限的已知数据点对待求位置的压力值进行估计, 则压力场插值的形式为

$$\hat{p}(x_0) = \sum_{j=1}^k \lambda_j p(x_j). \quad (1)$$

式(1)中:  $p(x_j)$  为以  $r$  为半径的领域内在观测数据点  $x_j$  处的观测压力值;  $\lambda$  为权重系数;  $p(x_0)$  为待估计压力值;  $\hat{p}(x_0)$  称为  $p(x_0)$  的无偏最佳估计值.

### 1.1 变异函数的确定

确定变异函数是泛克里金技术的关键. 变异函数决定了对区域化变量空间变异性解释的有效性和可靠程度, 也决定了泛克里金的准确性和灵敏程度<sup>[10]</sup>. 在实际应用中, 变异函数的模型(如球形模型、指

收稿日期: 2010-09-27

通信作者: 黄致建(1956-), 男, 教授, 主要从事工业设计的研究. E-mail: hzj@hqu.edu.cn.

基金项目: 华侨大学科研基金资助项目(06HZR08, 08HZR12)

数模型)一般可根据实验变异函数的特点合理确定.文中采用球形模型,用循环交叉验证法确定块金  $c_0$ , 拱高  $c_1$  和变程  $a$  等参数.用实验得出的数据验证所采用的球形模型,其形式为

$$\gamma(h)=\begin{cases} c_0+c_1[\frac{3}{2}\cdot\frac{h}{a}-\frac{1}{2}\cdot(\frac{h}{a})^3], & h<a. \\ c_0+c_1, & h\geq a. \end{cases}\tag{2}$$

式(2)中: $\gamma$ 为变异函数值; $h$ 为球形模型的半径值.

1.2 漂移形式的确定

假设漂移  $m(x')$ 是关于位置  $x'$ 的坐标分量的多项式,故漂移  $m(x')$ 可为关于坐标的二次多项式,即

$$m(x')=a_0x^2+a_1y^2+a_2z^2+a_3xy+a_4xz+a_5yz+a_6x+a_7y+a_8z+a_9.\tag{3}$$

式(3)中: $a_i(i=0,1,\cdots,9)$ 为多项式系数; $x,y,z$ 为某点压力  $p(x')$ 的空间坐标.

1.3 交叉验证方法

交叉验证是考察一种估值方法有效性的好方法.它的原理是,先删去点  $x_i$  处的压力观测值  $p(x_i)$ ; 然后,将其余若干个观测点对点  $x_i$  的压力值进行估计,得到估计值  $p^*(x_i)$ .对每一个压力观测点都重复这个过程,可得到误差  $e_i$  和偏差比  $s_i$ ,即

$$e_i=p^*(x_i)-p(x_i),\quad i=1,2,\cdots,n,\tag{4}$$

$$s_i=\frac{[p^*(x_i)-p(x_i)]}{\sigma^2(x_i)},\quad i=1,2,\cdots,n.\tag{5}$$

式(4),(5)中: $\sigma^2(x_i)$ 是点  $x_i$  处的泛克里金估计方差; $n$ 为观测点的数目.

令  $T$  作为交叉验证的检验数,即有

$$T=(\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^ne_i)^2+(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^ns_i^2-1)^2).$$

只要  $T$  充分的小,就可认为所选模型是可以接受的<sup>[11]</sup>.

交叉验证一般要花费大量的计算时间.为此,Omer<sup>[12]</sup>提出只要求一个矩阵的逆,就可求得  $e_i$  和  $s_i$  ( $i=1,2,\cdots,n$ )的加速整一领域交叉验证的方法.

1.4 插值流程

压力场插值流程,如图 1 所示.

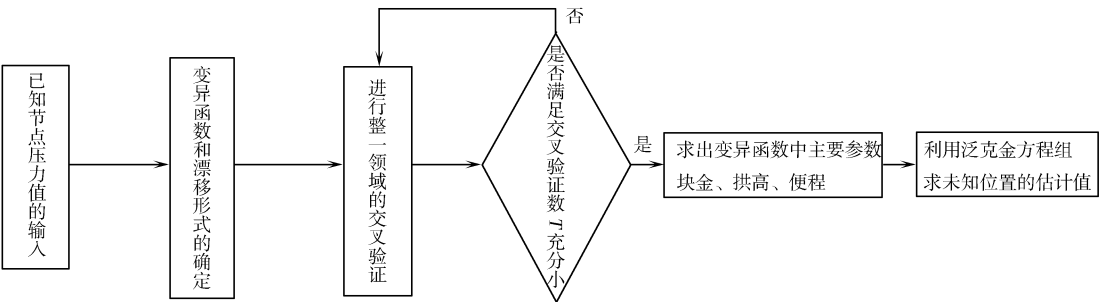


图 1 压力场流程图

Fig. 1 Flowchart of pressure field

2 实例插值结果分析

以某叶片为实例进行表面压力场插值.叶片压力场插值变异函数的参数:叶背、叶盆的  $c_0$  值分别为 252.46,16.32;叶背、叶盆的  $c_1$  值分别为 485 174.00,149 041.62;叶背、叶盆的  $a$  值分别为 163.26, 82.77.选取叶背,叶盆上 10 个插值数据点的对比信息,如表 1 所示.表 1 中: $X,Y,Z$  为点的空间坐标; $p$  为原压力值; $p'$  为压力估计值; $\epsilon_a$  为绝对误差; $\epsilon_r$  为相对误差.

叶背、叶盆压力场插值压力分布,如图 2 所示;叶片加上气动力且未加离心力后,叶背、叶盆的应力分布,如图 3 所示.从图 3 的数据分析可以看出,当量压力值过渡比较平滑,其平均相对误差小于 1%,边界相对误差不超过 2.5%,故选用的球形模型和漂移形式比较接近实际.

表 1 叶片插值数据点的对比信息

Tab. 1 Comparative information of the interpolative data on the blade

项目	X/mm	Y/mm	Z/mm	$p$ /Pa	$p'$ /Pa	$\epsilon_a$ /Pa	$\epsilon_r$ /%
叶背	−23.905 400	0.796 659	120.755 0	60 073.569	60 288.570	215.000 5	0.350 0
	5.306 939	−5.136 022	120.755 0	71 643.681	71 173.020	−470.661 0	−0.600 0
	−54.800 550	24.948 310	167.475 0	51 220.071	50 874.875	−345.196 0	−0.600 0
	20.224 120	−7.885 521	167.475 0	86 406.192	85 572.921	−833.270 0	−0.900 0
	−39.012 230	34.183 740	249.975 0	58 478.265	58 115.881	−362.384 0	−0.600 0
	5.207 319	−4.632 765	249.975 0	37 738.998	37 574.412	−164.585 0	−0.400 0
	−31.852 370	42.350 560	332.475 0	62 033.130	61 392.342	−640.788 0	−1.000 0
	−16.991 880	21.133 460	332.475 0	60 306.732	60 658.526	351.794 4	0.580 0
	22.729 890	−54.222 000	418.733 8	45 326.511	45 583.021	256.510 3	0.560 0
叶盆	25.870 150	−60.234 830	417.465 4	44 471.880	43 490.399	−981.480 0	−2.200 0
	−38.839 130	11.794 800	120.755 0	82 507.230	81 992.884	−514.345 82	−0.623 0
	−33.397 540	10.068 170	120.755 0	84 163.833	83 981.597	−182.236 30	−0.216 0
	32.980 600	−0.270 201	167.475 0	104 435.980	103 482.750	−953.228 60	−0.912 0
	39.138 750	−0.002 280	167.475 0	101 993.670	102 755.400	761.729 81	0.746 8
	−23.271 160	22.770 320	249.975 0	64 343.574	64 919.347	575.773 29	0.894 8
	−18.309 900	18.646 220	249.975 0	62 912.313	62 201.770	−710.543 09	−1.129 0
	−14.120 380	23.563 410	332.475 0	71 239.968	70 778.492	−461.475 92	−0.647 0
	−10.029 290	18.605 680	332.475 0	67 939.884	67 781.661	−158.222 58	−0.232 0
	−12.507 760	35.282 340	425.716 1	91 203.165	91 998.715	795.549 70	0.872 3
	−9.757 479	28.967 360	425.805 5	81 865.494	81 581.689	−283.805 23	−0.346 7

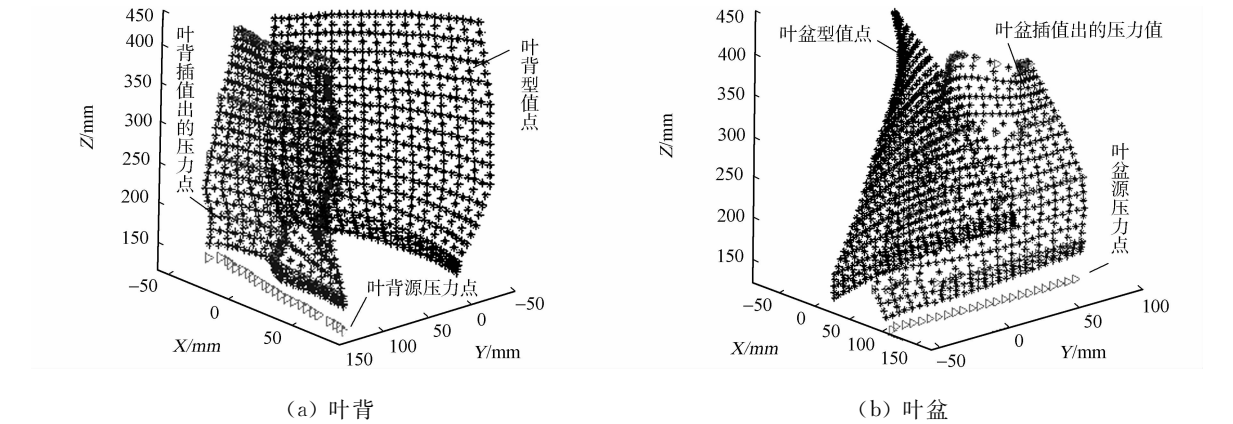


图 2 叶片压力场插值压力分布

Fig. 2 Press distribution of pressure field interpolation on the blade

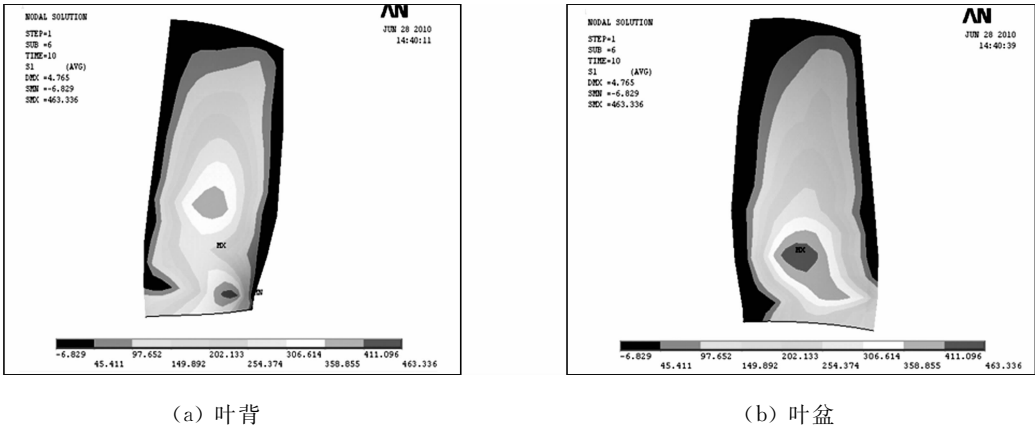


图 3 叶片的当量应力分布

Fig. 3 Equivalent stress distribution on the blade

### 3 结束语

利用泛克里金技术对叶片表面压力场进行插值,应力分布过渡较平滑,相对误差达到工程上的应用要求. 这验证了选取球型模型和漂移函数形式满足表面压力场插值的要求. 利用泛克里金技术进行三维压力场插值,可作为耦合学科之间的数据传递,以及其他有关多维空间插值的理论铺垫和实例演示. 泛克里金技术为耦合学科之间的数据传递,以及为其他有关多维空间插值提供了一种有力的工具.

#### 参考文献:

- [1] SAMAREH J A. A unified approach to modeling multidisciplinary interactions[R]. Reston; AIAA, 2000.
- [2] BOCK S. Approach for coupled heat transfer/heat flux calculations[C]// Paper of the RTO AVT Symposium on Advanced Flow Management; Part B: Heat Transfer and Cooling in Propulsion and Power Systems. Norway; Loen, 2001.
- [3] SAMAREH J A. Aerodynamic shape optimization based on free-form deformation[C]// 10th AIAA/ISSMO Multi-disciplinary Analyses and Optimization Conference. New York; AIAA, 2004.
- [4] SAMAREH J A. Multidisciplinary aerodynamic-structural shape optimization using deformation[C]// 8th AIAA/ NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multi-Disciplinary Analyses and Optimization. Long Beach; AIAA, 2000.
- [5] HUR J. Parametric mesh deformation for sensitivity analysis and design of ajoined-wing aircraft[C]// 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reston; AIAA, 2004.
- [6] WALSH J L. Multidisciplinary high-fidelity analysis and optimization of aerospace vehicles Part I: Formulation[R]. Reston; AIAA, 2000.
- [7] WALSH J L. Multidisciplinary high-fidelity analysis and optimization of aerospace vehicles Part II: Preliminary results[R]. Reston; AIAA, 2000.
- [8] ALONSO J J. pyMDO: A framework for high-fidelity multi-disciplinary optimization[C]// 10th AIAA/ISSMO Multi-disciplinary Analyses and Optimization Conference. New York; AIAA, 2004.
- [9] 杨功流. 泛克里金插值法在地磁图中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(2): 162-165.
- [10] 王家华. 利用循环交叉验证法确定变异函数[J]. 西安石油学院学报, 1992, 7(4): 3-9.
- [11] 王家华, 高海余, 周叶. 克里金地质绘图技术-计算机的模型和算法[M]. 北京: 石油工业出版社, 1999.
- [12] OMRE H. The variogram and its estimation[C]// Geostatistics Natural Resource Characterization. Dordrecht; D Reidel Publishing Company, 1984.

## Interpolation of Blade Surface Pressure Field Based on Universal Kriging

WU Fu-xian, HUANG Zhi-jian,  
HAO Yan-hua, LÜ Hui-ting

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** The universal Kriging interpolation method is used for the interpolation of blade surface pressure field and the spherical model and cross-validation method are applied to determine variogram. The results show that the universal Kriging interpolation method makes the aerodynamic force of pressure field transmit smoothly, which meets the engineering requirements and it also overcomes the instability of the general distance weighted interpolation method. If the accuracy will be improved, the number of the original press points, should be increased especially in the place where the change of press is acute.

**Keywords:** Kriging; universal Kriging; variogram; drift; cross-validation; blade

(责任编辑: 钱筠      英文审校: 崔长彩)