

文章编号: 1000-5013(2010)06-0636-05

小波系数局部特征的自适应图像降噪算法

吕俊白

(华侨大学 计算机科学与技术学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 在 Visu Shrink 和基于 Bayes 准则的 Bayes Shrink 去噪方法的基础上, 提出一种基于小波系数局部特征的自适应图像降噪算法. 该算法从含噪图像的 HH_1 子带估算噪声信号的标准差, 并据此优化小波分解所需的级数; 然后, 根据小波系数的局部特征, 自适应地选择不同子带不同方向上的最佳阈值, 运用软阈值函数对图像进行降噪. 与传统方法相比, 该方法不仅提高图像的峰值信噪比, 使图像更清晰, 而且具有实现简单、运算速度快的特点.

关键词: 图像降噪; 整数提升; 小波变换; 分解级数; 自适应阈值; 峰值信噪比

中图分类号: TP 391.41

文献标识码: A

20 世纪 90 年代中期, Sweldens 和 Daubechies 等学者提出一种关于小波构造的新方法——提升方案, 它利用提升小波来构造传统小波, 具有结构实现简单、运算速度快、节省缓存空间等优点, 同时还可以实现整数小波变换, 使得小波变换更加实用^[1-4]. Donoho 等^[5]在小波变换的基础上提出了小波阈值降噪的概念. 小波阈值萎缩法认为, 较大的小波系数一般都是以实际信号为主, 而较小的小波系数则很大程度上是噪声, 故可以通过设定合适的阈值, 在小波域内保留较大的系数, 去除较小的系数来达到去除图像噪声的目的. Donoho 等^[5-6]提出了 Visu Shrink 去噪方法, Grace Chang 等^[7]提出了基于 Bayes 准则的 Bayes Shrink 去噪方法. 基于此, 本文提出了基于小波系数局部特征的自适应图像降噪方法.

1 算法的设计与实现

1.1 算法的设计

基于小波系数局部特征的自适应图像降噪方法, 有如下 5 点主要的实现步骤.

- (1) 对含噪图像所含噪声信号的标准差进行估计, 并据此确定所需的小波分解级数 l .
- (2) 对含噪图像运用 Daubechies 9-7 整数提升小波结构进行 l 级分解.
- (3) 提取各层中水平、垂直、对角线 3 个不同方向上的小波系数, 根据自适应多阈值公式, 求出不同子带、不同方向上的最佳阈值.
- (4) 运用软阈值函数, 对各层水平、垂直、对角线 3 个方向上的小波系数进行取阈值操作.
- (5) 利用阈值处理后得到的新小波系数, 运用整数提升小波的逆变换重构图像.

1.2 整数提升小波变换的实现

通常小波变换滤波器都是小数形式的, 当实际的数字图像采用整数表示时, 滤波器输出的结果就不再是整数. 根据文[4]的提升方案, 可以构造出整数到整数的小波变换, 从而避免第一代小波变换结果为浮点数所带来的问题.

利用提升框架实现小波变换和逆变换的过程, 如图 1 所示. 从图 1(a) 可知, 把一个序列分解为偶数序列和奇数序列, 用偶数序列去预测奇数序列, 再用奇数序列的真实值和预测值的偏差去修正偶数序列, 如此重复进行. 其中: $p^{(i)}, u^{(i)}, i=1, 2, \dots, m$ 分别是预测算子和更新算子. 实现时, 对预测表达式和更新表达式取整, 由图 1(a) 可知, 运用提升框架的整数小波分解变换的表达式为

收稿日期: 2009-10-09

通信作者: 吕俊白 (1969-), 女, 副教授, 主要从事图像处理与多媒体技术的研究. E-mail: lhgcs@hqu.edu.cn.

$$s_{1,l}^{(0)} = s_{0,2l}, \quad d_{1,l}^{(0)} = s_{0,2l+1}, \tag{1}$$

$$s_{1,l}^{(i)} = d_{1,l}^{(i-1)} - \lfloor \sum_k p_k^{(i)} s_{1,l-k}^{(i-1)} + 1/2 \rfloor, \tag{2}$$

$$s_{1,l}^{(i)} = s_{1,l}^{(i-1)} + \lfloor \sum_k u_k^{(i)} d_{1,l-k}^{(i)} + 1/2 \rfloor. \tag{3}$$

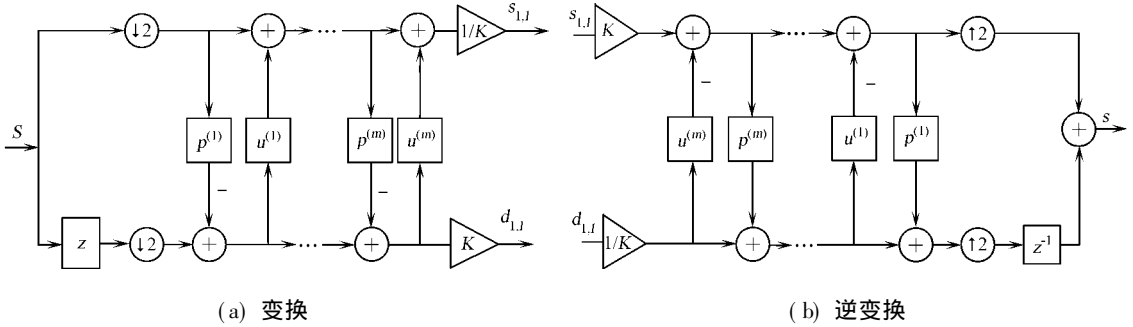


图 1 利用提升方法实现小波变换框图

Fig. 1 Wavelet transform using lifting

式(1)~(3)中: $\lfloor x \rfloor$ 表示对 x 下取整. 经过 m 次预测和更新后, 再作用一个尺度因子可得

$$s_{1,l} = s_{1,l}^{(m)} / K, \quad d_{1,l} = K d_{1,l}^{(m)}. \tag{4}$$

颠倒小波分解变换表达式的顺序, 并将符号取反, 则运用提升框架的整数小波逆变换的表达式为

$$d_{1,l}^{(m)} = d_{1,l} / K, \quad s_{1,l}^{(m)} = K s_{1,l}, \tag{5}$$

$$s_{1,l}^{(i-1)} = s_{1,l}^{(i)} - \lfloor \sum_k u_k^{(i)} d_{1,l-k}^{(i)} + 1/2 \rfloor, \tag{6}$$

$$d_{1,l}^{(i-1)} = d_{1,l}^{(i)} + \lfloor \sum_k p_k^{(i)} s_{1,l-k}^{(i-1)} + 1/2 \rfloor, \tag{7}$$

$$s_{0,2l} = s_{1,l}^{(0)}, \quad s_{0,2l+1} = d_{1,l}^{(0)}. \tag{8}$$

选取信号处理中常用的 Daubechies 9-7 小波滤波器, 其整数提升实现方案^[4,8]为

$$\begin{cases} d_{1,l}^{(1)} = s_{0,2l+1} + \lfloor \alpha(s_{1,2l} + s_{1,2l+2}) + 1/2 \rfloor, & s_{1,1}^{(1)} = s_{0,2l} + \lfloor \beta(d_{1,l}^{(1)} + d_{1,l-1}^{(1)}) + 1/2 \rfloor, \\ d_{1,l} = d_{1,l}^{(1)} + \lfloor \gamma(s_{1,l}^{(1)} + s_{1,l-1}^{(1)}) + 1/2 \rfloor, & s_{1,l} = s_{1,l}^{(1)} + \lfloor \delta(d_{1,l} + d_{1,l-1}) + 1/2 \rfloor. \end{cases}$$

上式中: $\alpha \approx -1.586134342$, $\beta \approx -0.05298011854$, $\gamma \approx 0.8829110762$, $\delta \approx 0.4435068522$, $K \approx 1.149604398$.

1.3 小波域降噪模型

设原始图像为 $\{f_{i,j}; i, j = 1, 2, \dots, N\}$ 噪声 $\{\varepsilon_{i,j}\}$ 为独立同分布高斯噪声, 服从 $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 分布; 被噪声污染图像为 $\{g_{i,j}\}$. 由 $\{g_{i,j} = f_{i,j} + \varepsilon_{i,j}; i, j = 1, 2, \dots, N\}$ 经正交小波变换后, 可得 $\{W_{g_{i,j}} = W_{f_{i,j}} + W_{\varepsilon_{i,j}}; i, j = 1, 2, \dots, N\}$. 其中: $W_{g_{i,j}}$ 为含噪声图像的小波变换系数; $W_{f_{i,j}}$ 为原始图像的小波变换系数; $W_{\varepsilon_{i,j}}$ 为噪声的小波变换系数. 由于是正交小波变换, $W_{\varepsilon_{i,j}}$ 仍服从 $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 分布. 小波域降噪的目的就是从含噪图像的小波系数 $W_{g_{i,j}}$ 中得到原始图像的小波系数 $W_{f_{i,j}}$ 的估计 $\hat{W}_{f_{i,j}}$.

1.4 小波分解级数的确定

在图像降噪的模拟实验中, 小波域降噪所需进行的小波分解级数与被噪声污染图像所含噪声的水平直接相关. 根据文[7,9]可知, 噪声信号的标准差 σ_{w_ε} 可根据 HH₁ 子带进行估计. 即

$$\hat{\sigma}_{w_\varepsilon} = M(|Y_{i,j}|) / 0.6745 \tag{9}$$

其中: M 为取中值; $Y_{i,j} \in \text{HH}_1$. 根据噪声标准差估计自适应地确定小波分解的级数, 即 $l = R(\hat{\sigma}_{w_\varepsilon} / 10)$, R 为取最近的整数.

以 3 幅 256 级灰度的 $512 \text{ px} \times 512 \text{ px}$ 的图像 (Lena, Barb, Peppers) 为例, 以峰值信噪比 R_{PSN}

(PSNR) 为主要性能指标评价降噪效果, 结果如表 1 所示. 表 1 中: σ 为噪声标准差.

表 1 不同分解级数下的降噪实验结果

Tab. 1 Denoising experimental result obtained at different decomposition scale

图像名	σ	R_{PSN}/dB	自适应确定分解级数		R_{PSN}/dB	
			R_{PSN}/dB	l	$l=3$	$l=5$
Lena	10	28.139 5	31.120 6	1	29.556 8	26.207 2
	15	24.598 2	29.627 4	2	28.584 8	25.709 5
	20	22.133 4	28.590 4	2	27.885 0	25.353 2
	25	20.248 9	27.719 7	2	27.291 3	24.989 7
	30	18.723 0	26.717 6	3	26.717 6	24.626 3
	35	17.424 6	26.216 1	3	26.216 1	24.281 4
	40	16.355 6	25.016 1	4	25.786 5	23.989 9
Barb	10	28.116 5	28.624 5	1	27.288 6	24.762 5
	15	24.626 2	26.745 9	2	26.098 4	24.030 8
	20	22.193 8	25.732 8	2	25.267 5	23.469 6
	25	20.316 7	24.853 1	2	24.551 1	22.971 0
	30	18.790 7	23.919 4	3	23.919 4	22.488 8
	35	17.543 2	23.438 6	3	23.438 6	22.125 5
	40	16.470 8	22.417 7	4	22.982 9	21.753 6
Peppers	10	28.162 6	30.797 3	1	29.211 3	25.327 1
	15	24.663 4	29.498 5	2	28.251 6	24.882 6
	20	22.228 9	28.434 0	2	27.538 8	24.496 1
	25	20.343 4	27.529 1	2	26.917 4	24.163 7
	30	18.795 1	26.317 5	3	26.317 5	23.802 0
	35	17.520 9	25.710 8	3	25.710 8	23.422 9
	40	16.471 6	24.246 2	4	25.240 3	23.089 6

实验表明, 当噪声信号较弱($\hat{\sigma}_{w_{\epsilon}} < 30$)时, 采用自适应的方法确定所需的小波分解级数, 并运用所设计的降噪算法, 图像可获得较好的降噪效果. 同时, 可以发现小波分解的级数并不是越多越好(表 1), 进行 5 级小波分解图像降噪后的主要性能指标明显低于 3 级及自适应分解. 对于噪声信号 $\hat{\sigma}_{w_{\epsilon}} > 30$ 的图像, 按所设计的算法, 一般只需进行 3 级小波分解及降噪即可获得满意的降噪效果.

1.5 自适应阈值的估计

小波阈值降噪方法实现的关键在于最佳阈值 T 的确定. 目前, 常用的阈值估计方法有 Visu Shrink 去噪法和 Bayes Shrink 去噪法. 在这两种阈值估计方法基础上, 提出一种基于不同子带、不同方向上的自适应阈值确定方法. 算法的实现有如下 2 个主要步骤.

(1) 对图像信号的小波系数标准差进行估计. 各方向上的小波细节系数分别记为 $W_{g_{i,j}}(1, K) \in \{LH_K\}$, $W_{g_{i,j}}(2, K) \in \{HL_K\}$, $W_{g_{i,j}}(3, K) \in \{HH_K\}$. 其中: $K = 1, 2, \dots, l$; l 为小波分解的级数; $W_{g_{i,j}}$ 服从广义的高斯分布. 因此, 含噪图像信号的方差估计为

$$\hat{\sigma}_{w_g}^2(D, K) = \frac{1}{N(K)^2} \sum_{i=1}^{N(K)} \sum_{j=1}^{N(K)} W_{g_{i,j}}^2(D, K).$$

(10)

式(10)中: $D = 1, 2, 3$, 分别表示水平、垂直、对角线 3 个方向. 由 $\hat{\sigma}_{w_g}^2 = \sigma_{w_f}^2 + \sigma_{w_{\epsilon}}^2$ 可得原始图像信号的标准差估计为

$$\hat{\sigma}_{w_f}(D, K) = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_{w_g}^2(D, K) - \hat{\sigma}_{w_{\epsilon}}^2, 0)}.$$

(11)

(2) 自适应阈值的估算

$$T(D, K) = \begin{cases} \frac{\hat{\sigma}_{w_{\epsilon}}}{\hat{\sigma}_{w_f}(D, K)}, & \hat{\sigma}_{w_f}(D, K) \neq 0, \\ \max(|W_{g_{i,j}}(D, K)|), & \hat{\sigma}_{w_f}(D, K) = 0 \end{cases}$$

(12)

1.6 阈值函数的选取

小波阈值降噪方法除了最佳阈值 T 的确定, 另一个关键因素是阈值函数的选取. 常用的阈值处理

函数包括硬阈值函数和软阈值函数两种. (1) 硬阈值函数为

$$\hat{W}_{f_{i,j}} = \begin{cases} W_{g_{i,j}}, & |W_{g_{i,j}}| \geq T, \\ 0, & |W_{g_{i,j}}| < T, \end{cases} \tag{13}$$

(2) 软阈值函数为

$$\hat{W}_{f_{i,j}} = \begin{cases} \text{sgn}(W_{g_{i,j}}(|W_{g_{i,j}}| - T)), & |W_{g_{i,j}}| \geq T, \\ 0, & |W_{g_{i,j}}| < T. \end{cases} \tag{14}$$

式(14)中: $W_{g_{i,j}}$ 为含噪图像的小波系数; $\hat{W}_{f_{i,j}}$ 为经阈值处理后得到的原始图像的小波系数 $W_{f_{i,j}}$ 的估计; T 为阈值. 由式(13), (14)可见, 硬阈值函数是使绝对幅值大于等于 T 的小波系数保留, 其他的系数则为 0; 而软阈值函数是先让小波系数和 T 进行比较, 然后根据比较的结果再向 0 进行收缩. 由于用硬阈值处理后的信号要比软阈值处理后的信号粗糙, 因此, 文中采用的是软阈值函数.

2 降噪效果评价

以峰值信噪比(R_{PSN})评价图像的降噪效果, 其计算公式为

$$R_{PSN} = 10 \lg \left[\frac{255^2}{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\hat{f}_{i,j} - f_{i,j})^2} \right]. \tag{15}$$

式(15)中: $\hat{f}_{i,j}$ 为重构图像各象素的灰度值; $f_{i,j}$ 为原始图像各象素的灰度值.

考虑到人眼的视觉特性并不是对图像中所有的成分都敏感, 而只是对其中部分成分敏感. 因此, 在直观视觉上以图像是否清晰进行综合评价.

3 实验结果

为验证所设计的降噪算法的效果, 选取 3 幅 256 级灰度、大小为 $512 \text{ px} \times 512 \text{ px}$, 含不同程度噪声的图像进行降噪实验, 结果如图 2 所示, 相应的峰值信噪比如表 1 所示.



(a) 原图 (b) $\sigma = 20$ 含噪声图像 (c) 自适应级数小波分解 (d) 3 级小波分解 (e) 5 级小波分解
图 2 降噪实验结果

Fig. 2 Denoising experimental result

4 结束语

所提出基于小波系数局部特征的自适应图像降噪方法,能有效地提高图像的峰值信噪比,改善图像质量,使图像更加清晰.在算法实现中,采用整数提升小波变换代替传统小波变换,使得处理过程更快捷、高效.该方法运用于图像检测与识别系统,可大大提高系统的性能.对于实时图像的降噪有广阔的应用前景.

参考文献:

- [1] DAUBECHIES I, SWELDENS W. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 1998, 4(3): 247-269.
- [2] SWELDENS W. The lifting scheme: A construction of second generation wavelets[J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 1997, 29(2): 511-546.
- [3] SWELDENS W. The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1996, 3(2): 186-200.
- [4] CALDERBANK A R, DAUBECHIES I, SWELDENS W, et al. Wavelet transforms that map integers to integers[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1998, 5(3): 332-369.
- [5] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90(432): 1200-1204
- [6] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627
- [7] CHANG S G, VETTERLI M, YU B. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532-1546
- [8] 徐传忠, 杨冠鲁. 一种小波提升的电力有源滤波器[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2004, 25(4): 366-370
- [9] POORNACHANDRA S. Wavelet-based denoising using subband dependent threshold for ECG signals[J]. Digital Signal Processing, 2008, 18(1): 49-55.

Adaptive Algorithm for Image Denoising Based on Local Characteristic of Wavelet Coefficient

L Ü Jun-bai

(College of Computer Science and Technology, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: Based on the Visu Shrink and the Bayes Shrink derived in a Bayesian framework, a new adaptive algorithm for image denoising based on local characteristic of wavelet coefficient is proposed. First, the noise standard deviation is estimated from the subband HH_1 to optimize the scale in the wavelet decomposition, then the optimal threshold for different subbands and orientations is determined according to the local characteristics. The image denoising is made by using soft thresholding function. Comparing with traditional denoising algorithm, this algorithm can improve the peak signal to noise ratio (PSNR) more effectively and also makes denoised image more clearly, it can compute fast with a simple implementation.

Keywords: image denoising; integer lifting; wavelet transform; decomposition scale; adaptive thresholding; peak signal to noise rate

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 吴逢铁)