

文章编号: 1000-5013(2010)03-0342-04

股票挂钩保本型结构性人民币理财产品定价

陈金龙, 任敏

(华侨大学 工商管理学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 针对保本型单资产股票挂钩结构性人民币理财产品的期权特征,在一定假设条件下,应用风险中性定价原理,借鉴 Black-Scholes 期权定价方法,就无收益率上限、考虑收益率上限及考虑比例交易费用等3种情况进行定价研究,并得出相关定价公式.利用中信理财沪深300指数挂钩1号人民币理财产品案例进行定价和分析,研究结果表明,该产品收益率设计是合理的.

关键词: 股票挂钩产品; 保本型; 单资产期权; 定价

中图分类号: O 175.3; F 830.9

文献标识码: A

1880年,出现了世界上第一份复合结构投资工具后,20世纪90年代,现代意义的结构化金融产品出现爆炸式增长.随着结构性金融产品不断发展,各国对股票挂钩结构性金融产品理论研究也在同步进行.Chen等^[1]利用到期收益回报函数及复制投资组合方法,对市场指数连动存单(MICD)产品分看涨期权和看跌期权两种情况分别进行定价与套期保值研究,并结合实证分析得出美国市场上此种产品定价存在高估现象.Stoimenov等^[2]也认为在大多数情况下,产品报价高于其理论价值,产品被过度定价和高度复杂化.Brown等^[3]分析了澳大利亚市场认股权证定价的严重偏离现象.Mallier等^[4]利用利率模型 Vasicek 测算无风险利率,并结合格林函数(Green's Function),站在投资者的角度而不是发行者的角度对股票挂钩票据分债券和期权两部分分别定价.总体来说,国外对于结构性金融产品的研究主要集中在产品定价方面.国内学者在借鉴国外相关研究的基础上,不断探索和发展我国的结构性产品市场.廖四朗等^[5]在 Black-Scholes 框架下对台湾华邦电保本型票券进行定价与套期保值研究,并结合实证分析得出理论解与实际市场价格接近.本文针对单资产保本型股票挂钩结构性人民币理财产品的期权特性,借鉴 Black-Scholes 期权定价方法,对其进行整体定价研究.

1 基本概念

保本型股票挂钩产品是国际金融市场上近年来最受欢迎的结构化金融产品之一.其基本设计思想是:该证券的收益率与某股票(也可能是股票篮子或股票指数)的收益率相挂钩,同时本金得到全部或部分保护,享有最低收益保证.因此,保本型股票挂钩产品可以看成由零息票债券和一份看涨期权多头复制组合而成.其收益率计算式可表示为

$$1 + \min\{k, \max[(S_T/S_t - 1), 0]\}. \quad (1)$$

式(1)中: k 为保本型产品的最高收益率; 0 为保本型产品的最低收益率,也即保本率.可以为正数、负数和零,如果 0 ,则意味着这是一个完全保本产品,即投资者到期时至少能够收回100%本金;如果 <0 ,这个产品就是一个部分本金保护的产品. α 为参与率,即挂钩股票价格上升时,投资者可从股票收益率上涨中获得的分享比例.挂钩股票的收益率为 $S_T/S_t - 1$,其中 S_t 为基准价格, S_T 为比较价格.

单资产期权主要指挂钩标的资产为单一资产或资产组合的期权,主要针对标的资产为单一股票或股票指数的具有期权性质的保本型结构性人民币理财产品进行定价.

收稿日期: 2009-02-23

通信作者: 陈金龙(1965-),男,教授,主要从事金融工程和金融管理的研究. E-mail: jinlong @hqu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70573033);福建省优秀人才支持计划项目(07FJRC08)

2 保本型股票挂钩产品定价

2.1 基本假设

- 对产品进行定价之前,先做如下 5 个假设:
- (1) 股票价格 $S(t)$ 遵循几何布朗运动,即 $dS(t) = \mu_s S(t) dt + \sigma_s S(t) dW_s$. 其中,收益率 μ_s 和方差 σ_s 为常数, dt 是极短的一段时间, dW_s 是标准 Brown 运动. 由此可得 $\ln S_T \sim N[\ln S_t + (r - \sigma_s^2/2)(T - t)]$,即 S_T 服从对数正态分布, r 为无风险利率;
 - (2) 市场是完全的,即没有税收和交易费用,所有资产是完全可以无限细分,且没有卖空限制;
 - (3) 在衍生证券生命期内,标的证券没有现金支付,即没有红利支付;
 - (4) 在衍生证券生命期内,债券市场方程满足 $dB_i(t) = r_i B_i(t) dt$,无风险利率采用连续复利的方式计算. 考虑到我国结构性理财产品大多期限较短的实际情况,因此假定利率为固定利率;
 - (5) 假定产品本金及收益支付只有到期时才能执行,不可提前赎回或回售,即保本型产品中所包含的期权性质为欧式期权.

在上述假设基础之上,下面就无收益率上限、考虑收益率上限、考虑比例交易费用等 3 种情况探讨产品的定价方法.

2.2 无收益率上限限制的产品定价

不考虑产品收益率上限时,保本型股票挂钩结构性产品到期收益率,可由式(1)转化为

$$1 + \frac{F}{S_t} \max[S_T - S_t(1 + \alpha), 0].$$

此时,每价值一元的股票挂钩产品隐含一个基于挂钩标的资产看涨期权,执行价格 $Z_1 = S_t(1 + \alpha)$.

在欧式期权假设基础上,面值为 F 的此产品投资者到期收益函数为

$$C(T) = \begin{cases} F(1 + \alpha), & S_T < Z_1, \\ F[1 + (\frac{S_T}{S_t} - 1)], & S_T > Z_1. \end{cases}$$

根据风险中性定价原理,产品定价公式为

$$\begin{aligned} C_t &= \exp(-r(T-t)) \{ E \cdot [F(1 + \alpha), I(S_T < Z_1) / F_t] + \\ &E \cdot [F[1 + (\frac{S_T}{S_t} - 1)], I(S_T > Z_1) / F_t] \} = \\ &\exp(-r(T-t)) F(1 + \alpha) + \frac{F S_T}{S_t} N(d_1) - F(1 + \alpha) \exp(-r(T-t)) N(d_2). \end{aligned}$$

其中: $d_1 = [\ln(S_T/Z_1) + (r + \frac{\sigma_s^2}{2})(T-t)] / \sqrt{T-t}$; $d_2 = [\ln(S_T/Z_1) + (r - \frac{\sigma_s^2}{2})(T-t)] / \sqrt{T-t}$. 由此可以看出,保本型产品可以由零息票债券和看涨期权多头组合而成.

2.3 考虑收益率上限的产品定价

当产品考虑收益率上限限制条件时,就相当于在购买零息票债券的同时购买了一份牛市价差期权组合. 此时,保本型股票挂钩结构性产品到期收益率,可由式(1)转化为

$$1 + \frac{F}{S_t} \max[S_T - S_t(1 + \alpha), 0] - \frac{F}{S_t} \max[S_T - S_t(1 + \frac{k}{\alpha}), 0].$$

即意味着投资者以较低价格买入一份,执行价格为 $S_t(1 + \alpha)$ 的看涨期权的同时,卖出一份执行价格为 $S_t(1 + \frac{k}{\alpha})$ 的看涨期权.

令 $Z_2 = S_t(1 + \frac{k}{\alpha})$,对欧式期权,面值为 F 的此产品投资者到期收益函数为

$$C(T) = \begin{cases} F(1 + \alpha), & S_T < Z_1, \\ F[1 + (\frac{S_T}{S_t} - 1)], & Z_1 < S_T < Z_2, \\ F(1 + k), & S_T > Z_2. \end{cases}$$

根据风险中性定价原理,产品定价公式为

$$C_t = \exp(-r(T-t)) \{ E \cdot [F(1 + \frac{S_T}{S_t}) - Fm \exp(r(T-t))], I(S_T < Z_1) / F_t] + \\ E \cdot [F[1 + (\frac{S_T}{S_t} - 1)] - Fm \exp(r(T-t))], I(Z_1 < S_T < Z_2) / F_t] + E \cdot [F(1 + k) - \\ Fm \exp(r(T-t))], I(S_T > Z_2) / F_t] \} = \exp(-r(T-t)) F(1 + \frac{S_T}{S_t}) + \frac{F S_T}{S_t} N(d_1) - \\ F(1 + k) \exp(-r(T-t)) N(d_2) - [\frac{F S_T}{S_t} N(e_1) - F(1 + k) \exp(-r(T-t)) N(e_2)],$$

$$\text{其中: } d_{1,2} = \frac{\ln(S_T/Z_1) + (r \pm \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sqrt{T-t}}; e_{1,2} = \frac{\ln(S_T/Z_2) + (r \pm \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sqrt{T-t}}.$$

由此,可得出考虑收益率上限限制下的产品定价公式,也验证了牛市价差组合这一说法.

2.4 考虑比例交易费用的产品定价

假定比例交易费用在期初支付,且按照投资者所够金额的一定比例收取.设比率为 m ,在前述推导的基础上,可写出考虑比例交易费用保本型股票挂钩产品的到期收益函数为

$$C(T) = \begin{cases} F(1 + \frac{S_T}{S_t}) - Fm \exp(r(T-t)), & S_T < Z_1, \\ F[1 + (\frac{S_T}{S_t} - 1)] - Fm \exp(r(T-t)), & Z_1 < S_T < Z_2, \\ F(1 + k) - Fm \exp(r(T-t)), & S_T > Z_2. \end{cases}$$

根据风险中性定价原理,产品定价公式为

$$C_t = \exp(-r(T-t)) \{ E \cdot [F(1 + \frac{S_T}{S_t}) - Fm \exp(r(T-t))], I(S_T < Z_1) / F_t] + \\ E \cdot [F[1 + (\frac{S_T}{S_t} - 1)] - Fm \exp(r(T-t))], I(Z_1 < S_T < Z_2) / F_t] + \\ E \cdot [F(1 + k) - Fm \exp(r(T-t))], I(S_T > Z_2) / F_t] \},$$

即得

$$C_t = [\exp(-r(T-t)) F(1 + \frac{S_T}{S_t}) - Fm] + \frac{F S_T}{S_t} N(d_1) - \\ F(1 + k) \exp(-r(T-t)) N(d_2) - [\frac{F S_T}{S_t} N(e_1) - F(1 + k) \exp(-r(T-t)) N(e_2)].$$

由此可以看出,比例交易费用对产品期权部分的价值没有影响.

3 案例分析

经过上面分析推导,得出了3种情况下的产品定价公式.下面将对其进行案例分析,鉴于后一种情况的公式推导是建立在前一步推导的基础之上,是逐步深入的过程,因此仅对无收益率上限限制进行案例分析,其他情况类同.

以中信沪深300指数挂钩1号人民币A款为例,说明股票挂钩结构性理财产品的定价方法.该产品的发行银行是中信银行,销售起始日是2008年1月8日,销售结束日是2008年2月3日,从2008年2月4日开始计息,委托管理期为12个月,到期日为2009年2月4日.该产品年化收益率最低1%,上不封顶,预期5%~20%.在市场发生如停止新股申购等特殊事件或者其他极端情况时,银行有权提前终止理财产品.在理财产品提前终止时,A款认购客户的收益率,为已实现的挂钩收益与按照一年期定期存款税前利率计算出的存续期间收益率之间的较大者.

为满足计算要求,对上述产品作适当修正.该产品最低收益率 = 1%,无最高收益率限制,无风险利率取2007年12月21日调整的一年期定期存款利率4.14%, = 100%.下限执行价格 $Z_1 = S_t(1 + \frac{1}{12}) = 1.01 S_t$, S_t 为第1个估值日的价格指数,为基准价格;比较价格 $S_T = 1/12 \sum_{i=1}^{12} S_i$,其中 S_i 为不含第1个估值日的所有观察期估值日参数,管理费用率 $m = 0$.

假定面值与委托金额递增单位相等,即 $F = 10\ 000$.根据产品提前中止信息,假定此产品没有提前

中止. 因此, 满足欧式期权假定, 选取 2007 年 1 月 1 日至 2008 年 1 月 1 日沪深 300 股票指数收市价共 238 个数据作为样本, 测算股票价格漂移率和波动率. 经计算, 样本收益率均值(γ_s)为 0.004 003 2, 收益率方差(s_s^2) 0.000 573 9, 股价漂移率(μ_s) 1.021 057 2, 股价波动率(σ_s^2) 0.136 588 4.

以上参数估计出来后, 在 2008 年 1 月 7 日时的股价指数 $S_0 = 5\,556.59$, 根据股价波动服从几何布朗运动的假设, 模拟 2008 年 2 月 4 日的股价指数为 5 875.947 935. 由此可模拟出 2008 年 2 月 4 日至 2009 年 2 月 4 日的股价指数. 至此, 确定期初及期末股票指数(假定股票指数保留 4 位小数), 即

$$S_t = 5\,875.947\,9; \quad S_T = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} S_i = 5\,708.469\,2; \quad Z_1 = 5\,934.707\,4.$$

根据前述无收益率上限下定价公式及产品说明书给定信息, 计算出此产品的价格为

$$C_t = 10\,100e^{-0.041\,4} + \frac{10\,000 \times 5\,708.469\,2}{5\,875.947\,9} N(d_1) - 10\,100e^{-0.041\,4} N(d_2) = 11\,126.118\,62.$$

其中: $d_1 = 0.191\,6$; $d_2 = -0.177\,9$; $N(d_1) = 0.575\,3$; $N(d_2) = 0.428\,6$.

由此可得到产品理论价格为 11 126.118 6 元. 由于银行理财产品一般按面值发行, 如果文中假设前提条件成立, 该产品定价是偏低的, 相应地, 与投资者承担的风险相比, 预期收益率是偏高的.

4 结束语

基于单资产期权的保本型股票挂钩产品定价关键在于确定产品到期收益函数, 到期收益一经确定, 便可在风险中性即等价鞅概率测度下求出产品价格. 文中所探讨的产品定价具有较为严格的假设, 必须建立在资产收益服从几何布朗运动假设下. 从目前研究看, 有可能存在资产价格变动遵循其他规律的情形, 对此还需要深入进行研究.

参考文献:

- [1] CHEN A H, KENSINGER J W. An analysis of Market-Index certificates of deposit[J]. Journal of Financial Services Research, 1990, 4(2): 93-110.
- [2] STOIMENOV P A A, WIL KENS S. Are structured products 'fairly' priced an analysis of the german market for Equity-Linked instruments[J]. Journal of Banking & Finance, 2005, 29(12): 2971-2993.
- [3] BROWN C, DAVIS K. Dividend protection at a price[J]. The Journal of Derivatives, 2004, 12(2): 62-68.
- [4] MALLIER R, ALOBAIDI G. Pricing Equity-Linked debt vsing the vasicek model[J]. Acta Math Univ Comenianae, 2002(8): 211-220.
- [5] 廖四朗, 康荣宝, 张嘉倩. 保本型票券之定价及避险策略[J]. 证券暨期货管理, 2003, 21(7): 52-68.

Study on Pricing Financial Products of RMB with Equity-Linked Guaranteed Structure

CHEN Jin-long, REN Min

(College of Business Administration, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: In view of the option features of financial products of RMB with guaranteed single-asset equity-linked structure, under a certain assumption based on the principle of risk-neutral pricing, with the way of the option pricing of Black-Scholes, this paper focuses on the study on pricing for the upper limit of non-profit margin, profit margin and transaction costs of considering ratio, and draws the relevant pricing formula. Then the result of the research shows that the design of the product profit margin is reasonable through pricing and analysis in the case of CITIC RMB financial product (No. 1, A term) which is linked with Shanghai and Shenzhen 300 index.

Keywords: equity-linked products; guaranteed; single-asset option; pricing

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 司福成)