

# 涡旋光束的轨道角动量的测量

刘辉, 陈子阳, 蒲继雄

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 理论分析拓扑电荷数大小相等、符号相反的两束拉盖尔-高斯型涡旋光束的干涉, 并从实验上研究拉盖尔-高斯型涡旋光束的拓扑电荷数的改变及干涉特性. 结果表明, 采用加道威棱镜的马赫曾德尔干涉方法, 可以容易地分辨涡旋光束的拓扑电荷数, 并降低检测的误差. 研究还发现, 干涉后的光斑图样有缓慢的旋转现象.

**关键词:** 拓扑电荷; 道威棱镜; 涡旋光束; 轨道角动量

**中图分类号:** O 436

**文献标识码:** A

涡旋光束又称螺旋光束, 它是具有连续螺旋状相位波前且涡旋中心光强为零的奇异光束. 涡旋光束在量子光学、自由空间光通信等诸多领域有着广泛的应用. 与传统的基于光束偏振态的编码方式不同, 涡旋光束采用轨道角动量作为信息的载体, 能够大大增加传输的信息容量<sup>[1]</sup>. Gibson 等的研究<sup>[2]</sup>表明, 利用涡旋轨道角动量进行编码具有更高的保密性. 此外, 由于涡旋光束带有轨道角动量, 因此其在量子信息处理、量子纠缠、粒子囚禁和操纵等领域有广泛的应用潜力<sup>[3-9]</sup>. 本文在实验上研究了不同拓扑电荷数的相干涡旋光束的产生, 并估测了涡旋光束的拓扑电荷数.

## 1 理论基础

### 1.1 全息片的产生

涡旋光束具有螺旋型的波前结构, 拉盖尔-高斯光束是涡旋光束的典型代表. 在光源平面, 涡旋光束的场可以表示为,

$$E(r, \theta) = \left(\frac{\sqrt{2}r}{\sigma}\right)^l \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \exp(-il\theta). \quad (1)$$

式(1)中:  $\sigma$  为光斑大小,  $l$  为拓扑电荷数,  $r, \theta$  分别表示光源平面位置矢量的模和方位角.

根据全息照相原理, 要再现一个特定的物波, 可以先利用一个参考光波和物波进行干涉, 形成干涉条纹, 即全息图形. 该图形不仅能记录下光的振幅, 也能记录下光的相位. 把该图形用一些特殊介质记录下来, 如感光底片. 当再用一束同参考光波的波长和传播方向完全相同的光束照射全息图, 则在一些特定的衍射方向上可以再现出该物波.

实验中, 采用计算全息图为涡旋光束和平面波干涉后的光强分布图. 涡旋光束的电场可表示为

$$E_{ov} = E_1 \exp(il\phi). \quad (2)$$

式(2)中:  $E_1$  为振幅. 为简单起见, 令其为一个常数,  $l$  为涡旋光束的拓扑荷数. 则平面波为

$$E_{pl} = E_2 \exp\left(-\frac{i2\pi x}{\Lambda}\right). \quad (3)$$

式(3)中:  $E_2$  为常数,  $\Lambda$  是平面波的空间周期. 令  $E_1 = E_2 = E_0$ , 可以得到干涉后的光强分布为

$$I = |E_{ov} + E_{pl}|^2 = 2E_0^2 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda} - l\phi\right) \right]. \quad (4)$$

收稿日期: 2009-03-24

通信作者: 蒲继雄(1962-), 男, 教授, 主要从事光束传输与非线性光学研究. E-mail: jixiong@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省科技计划重点项目(2007H0027); 福建省自然科学基金资助项目(A0810012).

利用式(4),可以模拟出平面波和涡旋光束的干涉图(全息图). 拓扑荷数为 1, 2 的涡旋光束同平面波干涉后的全息图, 如图 1 所示.

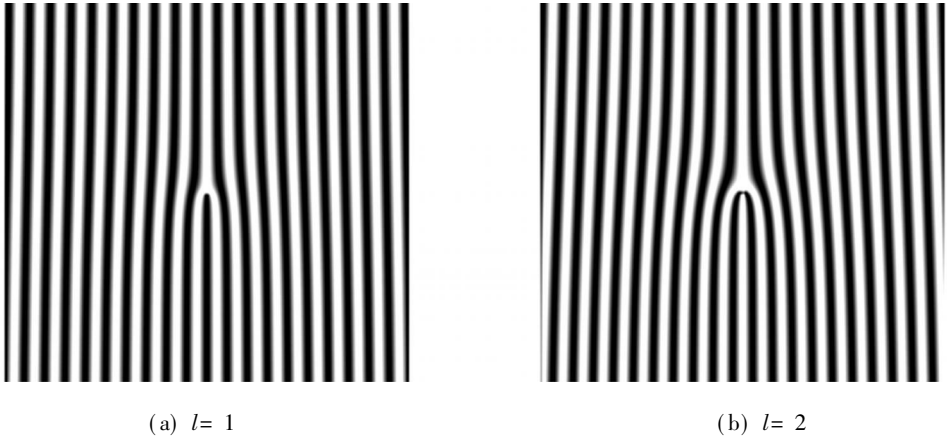


图 1 涡旋光束同平面波干涉的计算全息图

Fig. 1 Computer holograph interferenced by vortex beam and plate wave

1.2 厄米高斯模和拉盖尔高斯模

对单频激光束沿  $z$  轴传输来说, 经过傍轴近似和标量近似, 其复电场为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \hat{e} \Psi(\boldsymbol{r}) \exp[i(kz - \omega t)]. \tag{5}$$

$\hat{e}$  描述光束的偏振状态,  $\hat{e}(\boldsymbol{r})$  描述满足下列近轴波方程的光场的横向分布状态. 则有

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\boldsymbol{r}) + 2ik \frac{\partial \Psi(\boldsymbol{r})}{\partial z} = 0, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}. \tag{6}$$

其笛卡尔坐标系为

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\boldsymbol{r}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

而柱坐标系为

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \cdot \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial^2}.$$

在笛卡尔坐标系下, 上述式子的稳定解是拉盖尔模, 有

$$\begin{aligned} \Psi_{m,n}(\boldsymbol{r}) = & \sqrt{\frac{2}{\pi m! n! 2^{m+n}}} \frac{1}{w} \exp[-\frac{x^2+y^2}{w^2}] \cdot \exp[-ik\frac{x^2+y^2}{2R}] \times \\ & \exp[-i(m+n+1)\theta] \cdot H_m(\frac{\sqrt{2}x}{w}) H_n(\frac{\sqrt{2}y}{w}). \end{aligned} \tag{7}$$

式中:  $H_m(x)$  为  $m$  阶厄米多项式. 限定  $z$  与光束束腰半径  $w(z)$ 、波前曲率半径  $R(z)$ 、相位  $\theta(z)$  有关, 而与光束的指数  $m, n$  无关. 因此, 有

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}, \\ z_R &= \frac{1}{2} k w_0^2 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \\ R(z) &= z + \frac{z_R^2}{z} = z(1 + \frac{z_R^2}{z^2}), \\ \theta(z) &= \cot(\frac{z}{z_R}). \end{aligned}$$

用带下标  $m, n$  的  $HG_{m,n}$  表示厄米高斯光束. 在柱坐标下的稳定解是拉盖尔高斯模

$$\begin{aligned} \Psi_{m,n}(\boldsymbol{r}) = & \sqrt{\frac{2}{\pi m! n!}} \cdot \frac{\min(m,n)!}{w} (-1)^{\min(m,n)} \cdot \exp[-\frac{\rho^2}{w^2}] \times \\ & \exp[ik\frac{\rho^2}{2R}] \cdot \exp[-i(m+n+1)\theta] (\frac{\sqrt{2}\rho}{w} e^{i\varphi})^{l_{m-n}} \cdot L_{\min(m,n)}^{|m-n|}(\frac{2\rho^2}{w^2}). \end{aligned} \tag{8}$$

其中:  $L_P^l(x)$  为拉盖尔多项式函数,  $w(z)$  和  $R(z)$  与模的阶数无关.

1.3 等量异号拓扑电荷的涡旋光束的干涉

由于有

$$E = E_1 + E_2, \quad E^* = E_1^* + E_2^*, \quad I_{m,n} = E \times E^* . \tag{9}$$

令涡旋光束强度相同, 只是拓扑电荷数值相反, 取

$$E_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi m! n!}} \cdot \frac{\min(m,n)!}{w} (-1)^{\min(m,n)} \exp(-\frac{\rho^2}{w^2}) \times \exp[ik\frac{\rho^2}{2R}] \cdot \exp[-i(m+n+1)\theta] (\frac{\sqrt{2}\rho}{w} e^{i\varphi})^{|m-n|} L_{\min(m,n)}^{|m-n|}(\frac{2\rho^2}{w^2}), \tag{10}$$

$$E_2 = \sqrt{\frac{2}{\pi m! n!}} \cdot \frac{\min(m,n)!}{w} (-1)^{\min(m,n)} \exp[-\frac{\rho^2}{w^2}] \times \exp[ik\frac{\rho^2}{2R}] \cdot \exp[-i(m+n+1)\theta] (\frac{\sqrt{2}\rho}{w} e^{i\varphi})^{|m-n|} L_{\min(m,n)}^{|m-n|}(\frac{2\rho^2}{w^2}). \tag{11}$$

把式(10), (11) 带入式(9), 可得

$$I_{m,n} = 4I_{LG} \exp[-\frac{2\rho^2}{w^2}] (\frac{2\rho^2}{w^2})^l |L_P^{|l|}(\frac{2\rho^2}{w^2})|^2 \cos^2(l\varphi). \tag{12}$$

此即相干后的光强表达式.

2 试验分析

图 2 为试验装置. 氦氖激光器发出的光束经扩束系统后, 变为准平面波. 准平面光波照射在加载了全息片的空间光调制器上, 再现了涡旋光束. 该光束经分束器变为两路光束, 其中一路加载道威(DOVE)棱镜, 目的是产生反向涡旋的涡旋光束, 两路激光光束再经合束器重叠干涉后得到干涉条纹. 再微调其中一路涡旋光束的光斑位置即可得到分立的光斑.

通过改变加载在空间光调制器上的全息片, 可以得到不同的干涉光斑; 然后, 通过计数器检测由空间光调制器调制后的激光光束的拓扑电荷数. 同时, 提高空间光调制器的调制频率, 可以使传输的信息容量增大.

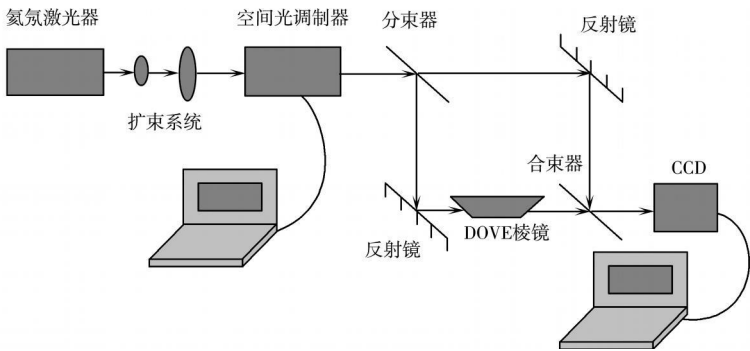


图 2 实验装置示意图

Fig.2 Schematics of experimental setups

3 讨论

3.1 理论模拟

拓扑电荷数( $l$ ) 为  $\pm 1$  的两束涡旋光束经马赫哲干涉后, 其全息图如图 3 所示. 由图 3 可以看出, 产生的分立光斑的个数为拓扑电荷数的两倍, 但直径方向的暗纹数与拓扑电荷数相吻合. 通过检测光斑数或暗纹数, 都可以获得涡旋光束的拓扑电荷数.

3.2 实验干涉图样

通过将能产生不同拓扑电荷数的全息片加载到空间光调制器上, 其光斑图如图 4 所示. 从 4(a) 可

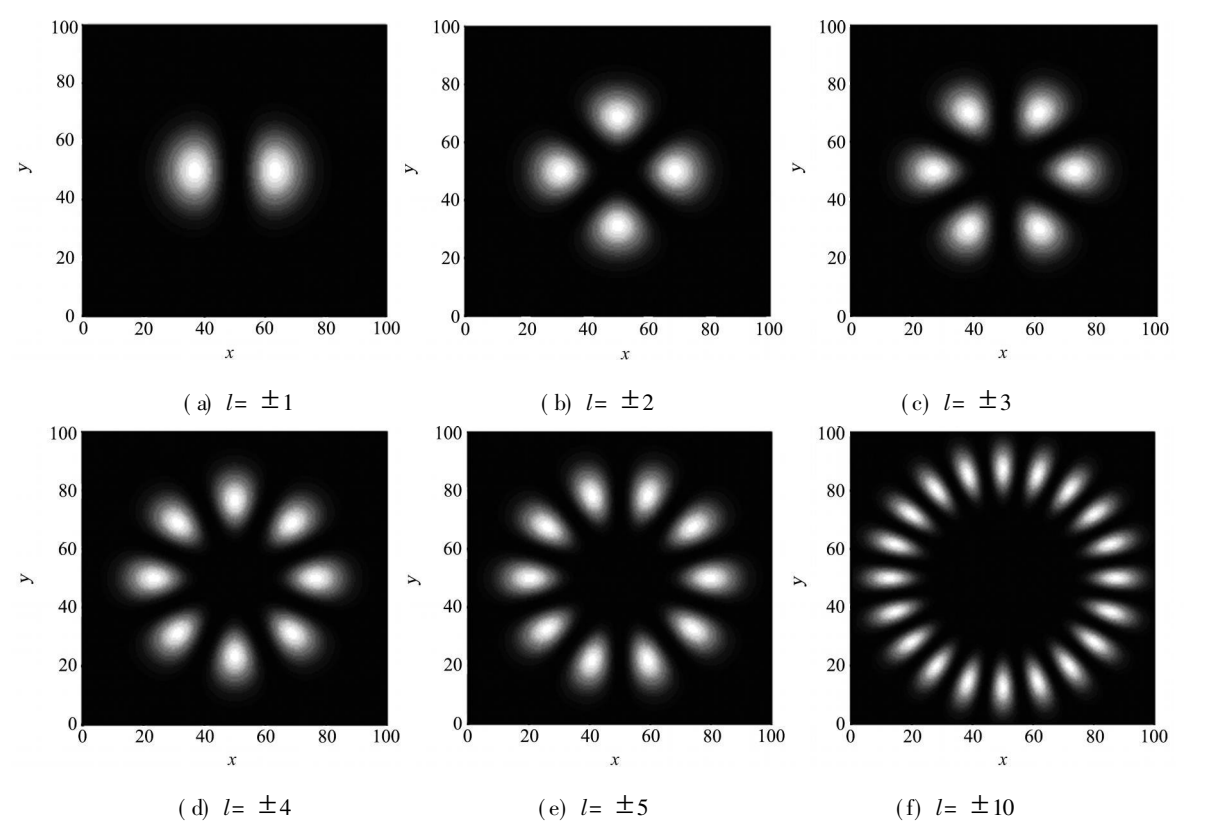


图 3 拓扑电荷数相反的涡旋光束的干涉条纹

Fig.3 Interference pattern of two vortex beams carrying equal but opposite topological

以看到,当拓扑电荷数为 $\pm 1$ 的两束涡旋光束经马赫哲干涉后,得到两个独立的光斑;而当拓扑电荷数为 $\pm 2$ 的两束涡旋光束经马赫曾德尔干涉后,得到 4 个独立的光斑.以此类推,可以看出,产生的分立光斑的个数为拓扑电荷数的两倍.但就直径方向的暗纹数来说,与拓扑电荷数相吻合.

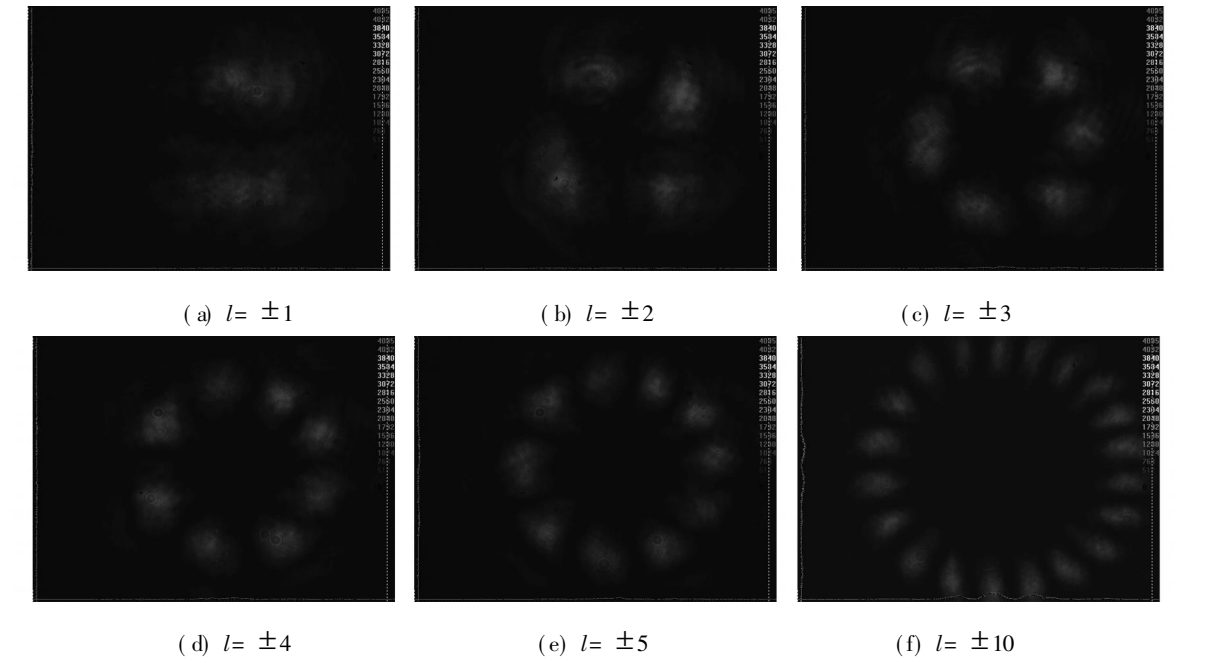


图 4 拓扑电荷数相反的涡旋光束的干涉条纹

Fig.4 Interference pattern of two vortex beams carrying equal but opposite topological

通过检测光斑数或者暗纹数,可以获得涡旋光束的拓扑电荷数.由此可以看出,随着拓扑电荷数的增大,光斑的分布范围也扩大.这个因素对探测拓扑电荷数来说,是不利的.在实验中还观察到干涉图样有缓慢旋转的趋势,其缘由有待进一步研究.

在激光通信领域, 为了克服光斑变大带来的影响, 可以把光电二极管排成阵列的形式, 通过  $180^\circ$  的旋转, 把光斑转换为脉冲, 或者用线型电荷耦合器件检测, 由此获得涡旋光束的拓扑电荷数. 在微粒操控领域, 可以做到同时操纵多个粒子, 而光斑的旋转可以使微粒跟着旋转, 进行位置上的微调.

## 4 结束语

基于涡旋光束的重要性和优越性, 从理论上分析了拉盖尔高斯涡旋光束及其干涉特性, 并数值模拟了正反涡旋的两束拉盖尔高斯涡旋光束干涉后的光强分布. 研究表明, 通过加入道威棱镜, 可以得到明显的干涉光斑, 但干涉图样的缓慢旋转的现象加大了探测的误差, 还有待克服. 用光电检测器可以很容易地测出涡旋光束的拓扑电荷数, 也就是说信息的解调变得更加容易.

### 参考文献:

[1] JAMES D F V. Change of polarization of light beams on propagation in free space[J]. J Opt Soc Am (A), 1994, 11(5): 1641-1643.

[2] GORI F. Matrix treatment for partially polarized, partially coherent beams[J]. Opt Lett, 1998, 23(4): 241-243.

[3] GORI F, SANTARSIERO M, BORCHI R, et al. The irradiance of partially polarized beams in a scalar treatment[J]. Opt Commun, 1999, 163(4): 159-163.

[4] GORI F, SANTARSIERO M, BORCHI R, et al. Use of the van Cittert-Zernike theorem for partially polarized sources[J]. Opt Lett, 2000, 25(17): 1291-1293.

[5] AGRAWAL G P, WOLF E. Propagation-induced polarization changes in partially coherent optical beams[J]. J Opt Soc Am (A), 2000, 17(11): 2019-2023.

[6] JOHN V, MATT B, REETA V, et al. Phase and interference properties of optical vortex beams[J]. J Opt Soc Am (A), 2008, 25(3): 823-827.

[7] LIU Yi-dong, GAO Chun-qing, GAO Ming-wei, et al. Superposition and detection of two helical beams for optical orbital angular momentum communication[J]. Opt Commun, 2008, 281(14): 3636-3639.

[8] MAIR A, VAZIRI A, WEIGHS G, et al. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons[J]. Nature, 2001, 412(6844): 313-316.

[9] ROYCHOWDHURY S, JAISWAL V K, SINGH R P. Implementing controlled NOT gate with optical vortex[J]. Opt Commun, 2004, 236(4/6): 419-424.

# Detection of the Orbital Angular Momentum of Optical Vortex Beams

LIU Hui, CHEN Zi-yang, PU Ji-xiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Interference of two Laguerre-Gauss vortex beams carrying equal but opposite topological charge is studied theoretically. The change of the topological charge and the interference properties of Laguerre-Gauss vortex beams are explored experimentally. It is found that the topological charges can be easily detected by the Dove-prism method, which greatly reduce the detection error. It's also found that the pattern will spin slowly.

**Keywords:** topological charges; Dove prism; vortex beams; orbital angular momentum

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 吴逢铁)