

文章编号: 1000-5013(2010)02-0145-04

一类参数未知混沌系统的自适应控制

傅桂元, 李钟慎

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 基于主动的 Backstepping 控制方法,通过引入自适应控制,在线辨识系统的参数,设计自适应控制器;对一类含有未知参数的混沌系统进行控制,使被控系统能够稳定到任意点.同时,基于 Lyapunov 稳定性理论,分析系统的稳定性.该控制方法对于具有严格参数反馈形式的系统,以及非严格参数反馈形式系统均适用.数值仿真结果验证了该控制方法的有效性,系统在控制器的作用下能快速稳定到期望点.

关键词: 混沌系统;参数未知;主动 Backstepping 方法;自适应控制

中图分类号: TP 13

文献标识码: A

混沌现象广泛存在于自然界的各个领域当中.近年来,混沌非线性动态系统的控制研究受到众多学者的关注.1990年,美国马里兰大学的 Ott, Grebogi 和 Yorke 提出了用微小外部信号调控混沌系统参数,从而实现控制混沌的简便可行的方法(即 OGY 方法)^[1].此后,人们提出了各种控制方法来控制混沌系统.文[2-3]用非线性反馈方法实现混沌系统的控制,但该方法需要精确预知系统的参数,而该条件在实际控制中难以满足.文[4]提出 4 次型的 Lyapunov 函数,解决了一类具有参数严格反馈形式的非线性系统的镇定问题,但其对非参数严格反馈形式却不适用.文[5]利用 Backstepping 方法对具有严格反馈形式的系统设计一个鲁棒控制器,但对于非严格反馈形式的系统也不适用.文[6]采用滑模控制和 Backstepping 相结合的方法实现带有外部扰动的 Lorenz 系统的跟踪控制,但该方法将只考虑被控系统前两个状态变量,且将系统的状态用一个自定义的矩阵代替,显然对于非 Lorenz 形式的混沌系统是不适用的.本文针对一类具有未知参数的混沌系统,提出一种基于主动的 Backstepping 设计方法.

1 问题描述

对于连续混沌系统,有

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_1 X + f_1(X, t), \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= a_n X + f_n(X, t). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中: x_i 为系统的 n 个状态变量, $x_i \in \mathbf{R}^n, i=1, 2, \dots, n$; X 为系统的状态变量组,且具有一阶连续导数, $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. $a_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为混沌系统参数向量,是未知常数; $f_i(x, t)$ 为系统非线性部分,且满足 Lipschitz 条件.

一般情况下,所有的混沌系统都可写成式(1)的形式.对混沌系统(1)进行控制,其受控形式为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_1 X + f_1(X, t) + u_1, \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= a_n X + f_n(X, t) + u_n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(2)中: u 为系统的控制输入, $u = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$.所要解决的问题就是设计控制律 u ,使被控系统(2)能够稳定到任意期望点.因此,为了便于推导,假定期望的稳定点为状态空间原点.

收稿日期: 2008-05-23

通信作者: 李钟慎(1971-),男,教授,主要从事嵌入式系统和过程控制的研究. E-mail: lzszyw@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省自然科学基金计划资助项目(E0710018)

2 控制器设计

采用主动的 Backstepping 设计思想,设计被控混沌系统的自适应控制方案.记参数 $\theta_i (i=1,2,\dots,n)$ 的估计值为 $\hat{\theta}_i (i=1,2,\dots,n)$.

控制器的设计原则,是使混沌系统关于构造的 Lyapunov 函数 V 渐近稳定.由上面的假设可知,系统渐近稳定于状态空间原点,即混沌系统的状态变量的期望值 $X_d = (0,0,\dots,0)$.因此,记系统状态误差变量为 $e_i = x_i, i=1,2,\dots,n$;其向量形式为 $E = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T$.假定系统的参数估计误差为

$$\bar{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

取 Lyapunov 函数 V 为

$$V = \frac{1}{2} E^T E + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \bar{\theta}_i^T \bar{\theta}_i \quad (4)$$

对式(4)求时间的一阶导数,经整理可得

$$\dot{V} = \frac{1}{2} (\dot{E}^T E + E^T \dot{E}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\dot{\bar{\theta}}_i^T \bar{\theta}_i + \bar{\theta}_i^T \dot{\bar{\theta}}_i) = \sum_{i=1}^n e_i \dot{e}_i - \sum_{i=1}^n (\bar{\theta}_i^T \dot{\theta}_i) \quad (5)$$

由 Lyapunov 稳定性理论可知,要使被控制混沌系统渐近稳定,则须 V 正定, \dot{V} 负定.因此,将式(5)展开可得

$$\dot{V} = x_1 [\hat{\theta}_1 X + f_1(\hat{\theta}_1 X, t) + u_1] + x_2 [\hat{\theta}_2 X + f_2(X, t) + u_2] + \dots + x_n [\hat{\theta}_n X + f_n(X, t) + u_n] + x_1 \bar{\theta}_1 X + x_2 \bar{\theta}_2 X + \dots + x_n \bar{\theta}_n X - \sum_{i=1}^n (\bar{\theta}_i^T \dot{\theta}_i) \quad (6)$$

定理 1 对受控系统采用控制律和参数自适应律,分别为

$$u_i = -x_i - \hat{\theta}_i X - f_i(X, t), \quad (7)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = x_i X^T, \quad (8)$$

则动态误差系统(3)将被稳定在状态空间原点.即被控系统(2)的各状态变量将被渐进稳定到期望点 X_d

证明 将控制律与参数估计值代入式(6),可得

$$\dot{V} = -x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_n^2,$$

因此,除平衡点 $(0,0,\dots,0)$ 外, $\dot{V} < 0$ 且 $V > 0$.由 Lyapunov 稳定性理论可知,系统渐近稳定.即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = \lim_{t \rightarrow \infty} x_i = 0$$

得证.

当混沌系统的控制目标稳定到任意平衡点 $(x_{1,d}, x_{2,d}, \dots, x_{n,d})$ 时,令定义状态误差变量中 $e_i = x_i - x_{i,d} (i=1,2,\dots,n)$,其他推导过程跟上述一样,即可达到控制目的.

3 数值仿真

考虑受控混沌系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -(x_2 + x_3) + u_1, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + ax_2 + u_2, \\ \dot{x}_3 &= x_3(x_1 - b) + c + u_3. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将其化为式(1)的形式,则有

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= [0, -1, -1]X + u_1, \\ \dot{x}_2 &= [1, a, 0]X + u_2, \\ \dot{x}_3 &= [0, 0, -b]X + x_1 x_3 + c + u_3. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)中: $X = [x_1, x_2, x_3]^T$,且系统参数 a, b, c 为未知参数, $a, b \in [0, 2], c \in [0, 6]$.

由文[7-8]可知,当 $a = c = 0.2, b = 5.7$ 时,系统呈混沌行为,其混沌吸引子如图 1 所示.系统的状态变量的时间响应曲线,如图 2 所示.

根据定理 1 对混沌系统进行控制,使其稳定于状态空间原点.其中:系统参数 a, b, c 未知,选取估计

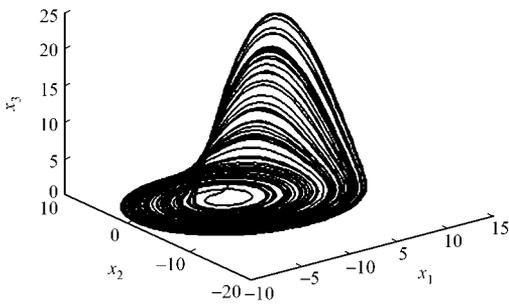


图 1 混沌吸引子

Fig.1 Chaotic attractor

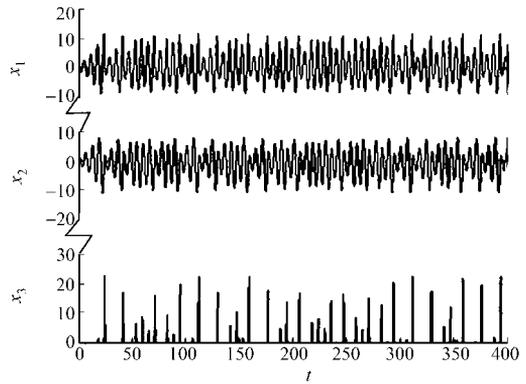


图 2 时间响应曲线

Fig.2 Curve of time response

初值为 $[a, b, c] = [1, 1, 1]$, 系统的初始状态为 $x(0) = [1, 1, 1]$; 控制律 u 的选取及未知参数的更新法由式 (8) 确定, 在 $t=0$ 时开始施加控制.

系统的控制响应曲线, 如图 3 所示. 由图 3 可以看出, 在加入控制后, 系统各状态变量快速趋于零平衡点. 图 4 为控制量的输入曲线图.

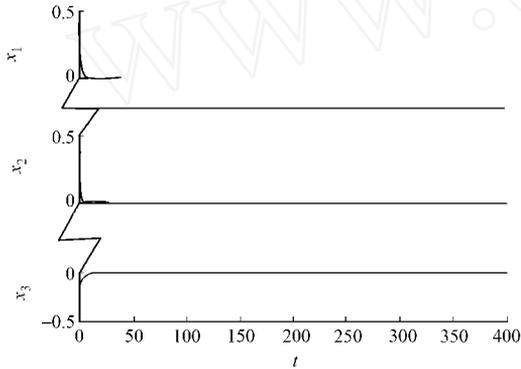


图 3 被控系统 (10) 各状态变量时间响应曲线

Fig.3 Curve of time response about each state in system (10)

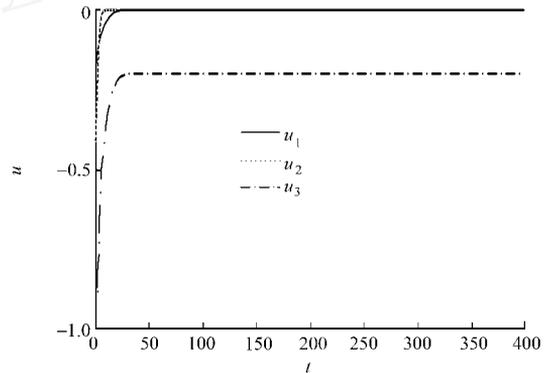


图 4 控制量的变化曲线图

Fig.4 Curve of variation of control values

另外, 考虑受控 Arneodo 系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 &= x_3 + u_2, \\ \dot{x}_3 &= -ax_1 - bx_2 - cx_3 + dx_1^3 + u_3. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中: $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$, 当 $a = -5.5, b = 3.5, c = 1, d = 1$ 时, 系统的最大 Lyapunov 指数为 0.224, 且为耗散系统. 此时, 系统呈混沌状态, 其相轨迹图如图 5 所示, 而图 6 为系统的状态变量时间响应图.

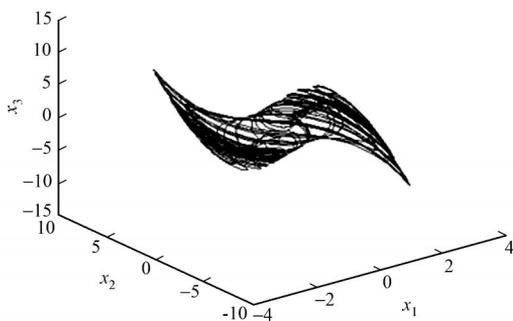


图 5 Arneodo 系统混沌吸引子

Fig.5 Chaotic attractor of Arneodo system

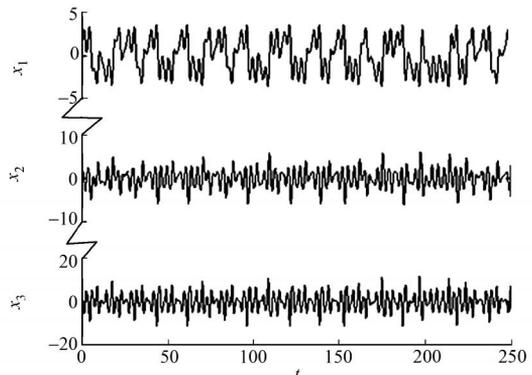


图 6 Arneodo 系统状态变量时间响应曲线

Fig.6 Curve of time response of states of Arneodo system

将采用式(7), (8)所示的控制律,使被控系统(11)各状态变量稳定到期望点. 其中:系统参数 $[a, b, c, d]$ 未知,选取参数的估计初值为 $[\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}] = [0, 0, 0, 0]$,在 $t = 50$ 处,开始施加控制. 系统参数的更新法采用式(7), (8). 被控系统的状态响应曲线,如图7所示. 从图7可以看出,被控系统在控制器(8)的作用,其各状态变量快速稳定到空间原点.

4 结束语

所提出的控制方案不单适用于具有参数严格反馈形式的混沌系统,对于非参数数严格反馈形式的混沌系统也同样适用. 设计思路较为简单明了,且不受于经典无源设计中相对阶须为1的限制.

参考文献:

- [1] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(3): 1196-1199.
- [2] RAMESH M, NARA YANAN S. Chaos control by nonlinear feedback methods in the presence of noise[J]. Chaos Solitons & Fractals, 1999, 10(9): 1473-1489.
- [3] 刘锋, 穆肇骊, 蔡远利, 等. 一类混沌系统的非线性反馈控制[J]. 控制与策, 2000, 15(1): 15-18.
- [4] DENG H, KRSTIC M, WILLIAMS R J. Stabilization of stochastic nonlinear systems driven by noise of unknown covariance[J]. IEEE Trans Automat Contr, 2001, 46(8): 1237-1253.
- [5] 关新平, 何宴辉, 范正平, 等. 一类参数未知混沌系统的鲁棒自适应控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(3): 324-327.
- [6] 李钟慎, 魏剑林, 王永初. 利用 Backstepping 方法的 PMSM 混沌运动的控制[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2009, 30(3): 253-256.
- [7] PENG Chao-chung, CHEN Chieh-li. Robust chaotic control of Lorenz system by backstepping design[J]. Chaos Soliton and Fractals, 2008, 37(2): 598-608.
- [8] ROSSLER O E. An equation for continuous chaos[J]. Phys Lett (A), 1976, 57(5): 397-398

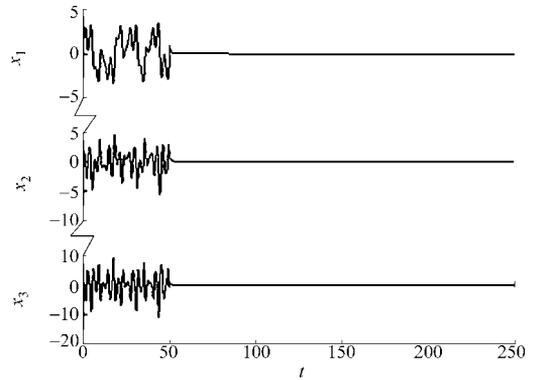


图7 加入控制器后系统状态变化曲线

Fig.7 Curve of variation of system states where the controllers are inserted

Adaptive Control for a Class of Chaotic Systems with Unknown Parameters

FU Gui-yuan, LI Zhong-shen

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: Based on active backstepping controlling method, the adaptive control scheme is introduced for online parameter identification and adaptive controller design. A class of chaotic systems with unknown parameters are controlled so that the controlled systems could be stable at any user-defined point. Meanwhile, the stability of the system is analyzed based on Lyapunov stability theory. The control scheme is suitable for systems in parametric strict-feedback forms as well as systems in parametric non-strict-feedback forms. The results of numerical simulation have proven the effectiveness of control method and the system with the controller can reach the desired point rapidly and stably.

Keywords: chaotic systems; parameters unknown; active backstepping method; adaptive control

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 郑亚青)