

文章编号: 1000-5013(2010)02 0132-04

# 利用支持向量机的摩擦模型参数辨识

王洪如, 刘强

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建泉州 362021)

**摘要:** 以 Tustin 摩擦模型为参数辨识对象, 提出一种基于支持向量机算法的摩擦模型参数辨识的方法。构建训练样本并选取适当的支持向量机模型, 选择具有较好泛化能力的径向基核函数和具有稀疏性特点的 $\varepsilon$  不敏感损失函数, 以求解最优化问题, 得到最优解。以某直流电机高精度位置伺服系统为对象, 用辨识得到的参数估计值设计摩擦力矩的补偿环节, 对系统进行补偿, 仿真结果表明, 算法的辨识精度比较高。

**关键词:** 摩擦模型; 参数辨识; 支持向量机; 伺服系统

中图分类号: TP 206<sup>+</sup>.3

文献标识码: A

在高精度、超低速机械伺服系统中, 由于非线性摩擦环节的存在, 使系统的动态及静态性能受到很大影响。这主要表现为低速时出现爬行现象, 稳态时有较大的静差或出现极限环振荡<sup>[1]</sup>。因此, 要提高控制系统的性能, 必须采用适当的控制方法来消除摩擦力矩的影响, 如高增益 PD 控制方法、自适应摩擦补偿方法、基于干扰观测器的补偿方法, 以及基于摩擦模型的补偿方法<sup>[2-11]</sup>。基于模型的摩擦补偿技术, 其关键在于有一个能够反映摩擦非线性特性的摩擦模型。由于摩擦本身是一个复杂的非线性现象, 它与负载大小、运动速度、环境温度、润滑条件、运动时间等很多因素有关<sup>[12]</sup>, 所以用经典的系统辨识方法很难得到比较准确的摩擦模型参数。近年来, 国内外学者提出了很多非线性系统辨识的方法<sup>[13]</sup>, 其中支持向量机(SVM)算法已被应用于摩擦模型参数的辨识<sup>[14]</sup>。支持向量机的最大特点是, 根据 Vapnik 结构风险最小化原则<sup>[15]</sup>, 尽量提高学习机的泛化能力。另外, 由于支持向量机算法是一个凸优化问题, 因此局部最优解一定是全局最优解。这些特点是其他学习算法, 如神经网络学习算法所不及的。为此, 本文提出一种基于支持向量机算法的新型摩擦模型参数辨识方法。

## 1 Tustin 摩擦模型

1982 年, Bo 和 Pavelescu 提出了指数摩擦模型。由于该模型具有准确地估计摩擦力、参数少、容易得到等特点, 因此至今仍有很广泛的应用。其数学描述为

$$F(\theta) = F_c \operatorname{sign}(\theta) + (F_s - F_c) \exp\left[-\left(\frac{\theta}{V_s}\right)^\delta\right] + \alpha \theta. \quad (1)$$

式(1)中:  $F$ ,  $F_c$ ,  $F_s$  分别为摩擦力、库仑摩擦力、最大静摩擦力(常量);  $\alpha$  为粘性摩擦系数;  $\theta$  为转角; 切换速度  $V_s$  和  $\delta$  都为经验参数。当  $\delta=1$  时, 即为 Tustin 模型, 有

$$F(\theta) = F_c \operatorname{sign}(\theta) + (F_s - F_c) \exp\left[-\left(\frac{\theta}{V_s}\right)\right] + \alpha \theta. \quad (2)$$

该模型包含了一个延迟指数项, 能很好地描述零速附近摩擦力, 解释微观极限环现象。

## 2 摩擦参数辨识方法

### 2.1 回归简介

考虑两个量  $X$  和  $Y$  的关系, 假设已经测得若干个  $X$  和  $Y$  的值, 即有

收稿日期: 2008-04-16

通信作者: 刘强(1972), 男, 副教授, 主要从事高精度运动控制的研究. E-mail: liuqiang@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(E0510023); 福建省高校新世纪优秀人才计划项目(E0510023)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

$$D = \{(x_i, y_i), L, (x_l, y_l)\} \in (X \times Y)^l, \quad x_i \in \mathbf{R}^n, \quad y_i \in \mathbf{R}$$

以及函数集  $F = \{f | f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}\}$ . 回归问题主要是发现一个线性函数  $f \in F$ , 使期望风险极小化. 即用  $f$  去拟合数据样本, 同时保证很好的泛化能力. 回归支持向量机可以表示约束最优化问题, 有

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\omega \in \mathbf{R}^n, \xi^* \in \mathbf{R}^l, b \in \mathbf{R}} \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \cdot \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*), \\ \text{s. t. } (\omega^T x_i + b) - y_i \leq \varepsilon + \xi_i, \\ y_i - (\omega^T x_i + b) \leq \varepsilon + \xi_i^*. \end{array} \right\} \quad (3)$$

式(3)中:  $\xi_i, \xi_i^* \geq 0$ ,  $\xi_i, \xi_i^*$  为引入的松弛变量,  $i = 1, 2, \dots, l$ ;  $C$  为惩罚参数.

利用拉格朗日函数和对偶原理, 可得到式(3)的对偶问题为

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\alpha^* \in \mathbf{R}^l} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l (\alpha_i^* - \alpha_i)(\alpha_i^* - \alpha_i)(x_i^T x_j) + \varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i^* + \alpha_i) - \sum_{i=1}^l y_i(\alpha_i^* - \alpha_i), \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0. \end{array} \right\} \quad (4)$$

式(4)中:  $0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C/l$ ,  $i = 1, 2, \dots, l$ ;  $\alpha, \alpha^*$  为拉格朗日乘子, 可以利用二次型规划方法来解出. 构造决策函数为

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (\bar{\alpha}_i^* - \bar{\alpha}_i)(x_i^T x) + b. \quad (5)$$

式(5)中:  $\bar{b}$  选择位于开区间  $(0, C/l)$  中的  $\bar{\alpha}_j$  或  $\bar{\alpha}_k$ . 若选到的是  $\bar{\alpha}_j$ , 则有

$$\bar{b} = y_j - \sum_{i=1}^l (\bar{\alpha}_i^* - \bar{\alpha}_i)(x_i^T x) + \varepsilon \quad (6)$$

而选到的是  $\bar{\alpha}_k$ , 则有

$$\bar{b} = y_k - \sum_{i=1}^l (\bar{\alpha}_i^* - \bar{\alpha}_i)(x_i^T x) - \varepsilon \quad (7)$$

在非线性回归问题中, 可以利用一个非线性映射  $\Phi(\cdot)$ , 把训练数据映射到一个高维特征空间. 然后, 在这个空间内, 依照上述推导过程, 建立一个线性回归函数来解决回归问题. 即

$$f(x) = \omega^T \Phi(x) + b. \quad (8)$$

通常采用核函数, 来计算特征空间的内积, 即

$$K(x_i, x_j) = \Phi^T(x_i) \Phi(x_j). \quad (9)$$

式(9)中:  $K(x_i, x_j)$  为一个满足 Mercer 条件的对称函数. 一些常用的核函数有高斯径向基核、多项式核和正切双曲核等. 引入核函数后, 便可以给出非线性支持向量机回归的形式.

由于式(4)中的对偶问题中, 对输入  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ) 的依赖关系仅仅体现在内积  $x_i^T x_j$  中; 而且在式(5)的决策函数中, 输入也都以内积形式  $x_i^T x_j$  和  $x_i^T x$  出现的. 因此, 根据式(9)在非线性回归问题中, 可以把  $x_i^T x_j$  和  $x_i^T x$  分别替换成  $K(x_i, x_j)$  和  $K(x_i, x)$ . 替换后的式(4), 即为非线性支持向量机回归模型; 而替换后的式(5), 则为所求的非线性回归函数.

## 2.2 摩擦模型参数辨识

对于伺服系统, 用微分方程表示为

$$J\dot{\theta} = u - F. \quad (10)$$

式(10)中:  $J$  为转角惯量,  $\theta$  为转角,  $u$  为控制力矩,  $F$  为摩擦力矩.

令闭环系统以一组恒定的转速  $\{\omega_i\}_{i=1}^N$  运动, 得到相应的控制力矩序列  $\{u_i\}_{i=1}^N$ . 由式(10)可知, 当  $\dot{\theta} = 0$  时,  $u = F$ . 因此, 上述两个序列构成了一组训练数据  $D = \{(\omega_i, F_i)\}_{i=1}^N$ . 定义摩擦力矩  $F_s$  和转速  $\omega$  之间的映射为  $f: \omega, F_s = f(\omega)$ . 其中:  $f(\omega) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\omega, \omega_i)$ , 而  $K(\omega, \omega_i)$  为核函数. 设待辨识的参数向量为  $X_s = [F_c, F_s, \alpha, V_s]$ ,  $F_s(X_s, \omega)$  由式(2)确定. 即

$$F_s(X_s, \omega) = F_c \operatorname{sign}(\theta) + (F_s - F_c) \exp[-(\frac{\theta}{V_s})] + \vartheta. \quad (11)$$

其目标函数为

$$J(f) = C \sum_{i=1}^N L(F_{si}, F) + \frac{1}{2} \langle f, f \rangle = C \sum_{i=1}^N L(f(\omega), F) + \frac{1}{2} \langle f, f \rangle. \quad (12)$$

式中:  $L(f(\omega), F)$  为损失函数,  $C$  为惩罚系数, 辨识目标为极小化  $J(f)$ . 标准 SVM 采用  $\varepsilon$  不敏感损失函数, 即  $L(f(\omega), F) = |f(\omega) - F| \varepsilon$ . 当  $|f(\omega) - F| < \varepsilon$  时,  $|f(\omega) - F| \varepsilon = 0$ ; 而其他情况下,  $|f(\omega) - F| \varepsilon = |f(\omega) - F| - \varepsilon$ .

该算法有以下 3 个步骤. (1) 构建训练样本. 即  $D = \{(\omega_i, F_i)\}_{i=1}^N$ . (2) 选取适当的支持向量机模型. 支持向量机回归算法主要由核函数、损失函数和容量控制确定的. 径向基核函数具有很好的泛化能力, 因此通常采用径向基核函数.  $\varepsilon$  不敏感损失函数具有稀疏性的特点, 而其他损失函数不具有稀疏性的特点, 故损失函数采用  $\varepsilon$  不敏感损失函数. (3) 求解最优化问题(QP), 得到最优解.

### 3 仿真实验

#### 3.1 参数辨识

给定一组理想的摩擦参数:  $F_c = 0.28$ ,  $F_s = 0.34$ ,  $V_s = 0.01$ ,  $\alpha = 0.02$ ; 而支持向量机回归中的参数:  $C = 100$ ,  $\varepsilon = 0.02$ , 径向基中的欧式距离  $\sigma = 0.2$ . 按辨识步骤对系统进行辨识, 可得最优的一组参数估计值, 即  $F_c = 0.2802$ ,  $F_s = 0.3390$ ,  $V_s = 0.0105$ ,  $\alpha = 0.0210$ .

#### 3.2 辨识结果验证

采用 Matlab 语言为仿真工具, 以某直流电机高精度位置伺服系统为对象, 进行算法仿真实验. 设伺服系统输入信号  $\theta_d(t) = 0.1 \sin(2 \cdot \pi \cdot 0.1t)$ , 采样时间为 1 ms,  $k_p = 50$ ,  $k_d = 0.01$ , 如图 1 所示. 为验证辨识结果的有效性, 用辨识得到的参数估计值设计摩擦力矩的补偿环节, 来对系统进行补偿. 补偿环节为

$$F(\theta) = F_c \text{sign}(\theta) + (F_s - F_c) \exp\left(-\left(\frac{\theta}{V_s}\right)\right) + d\theta, \quad (13)$$

$$u = -k_p(\theta - \theta_d) - k_d(\dot{\theta}) + F. \quad (14)$$

图 2, 3 分别为伺服系统的速度、位置跟踪仿真图. 从图 2, 3 可以看出, 辨识结果理想.

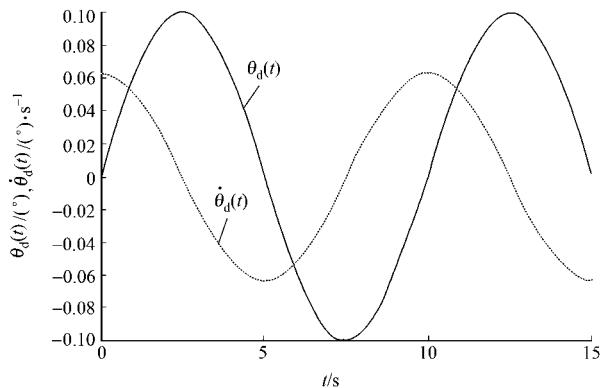


图 1 伺服系统的输入信号

Fig. 1 Input signal of servo system

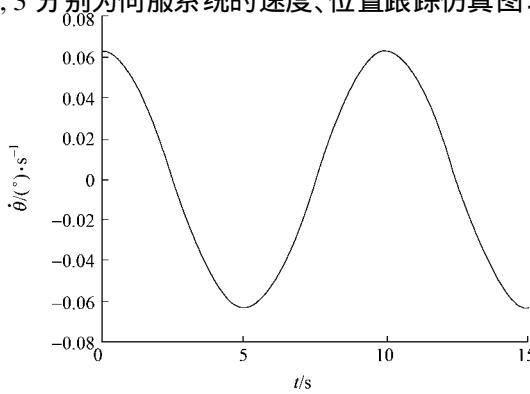


图 2 速度跟踪图

Fig. 2 Velocity tracking chart

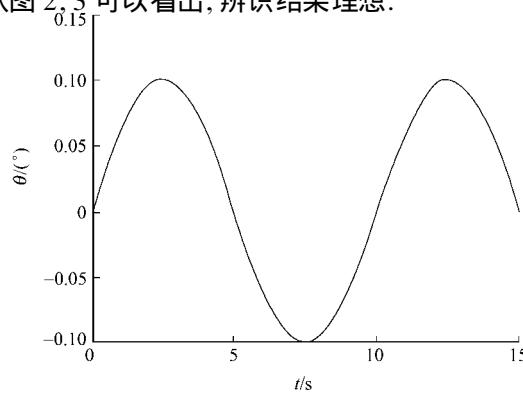


图 3 位置跟踪图

Fig. 3 Position tracking chart

### 4 结束语

提出了摩擦模型参数辨识的新思路, 利用支持向量机算法, 对 Tusin 摩擦模型的参数进行了有效辨识, 并对摩擦环节进行补偿. 仿真结果表明, 算法的辨识精度很高, 有一定的工程实用价值. 此方法在动

态识别时目标函数比较复杂, 实际应用有一定困难, 有待于进一步研究。

## 参考文献:

- [1] ARMSTRONG B, DUPONT P, CANUDAS C, et al. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction[J]. *Automatica*, 1994, 30(7): 1083-1138.
- [2] FRIEDLAND B, PARK Y J. On adaptive friction compensation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(10): 1609-1612.
- [3] PHILLIPS S M, BALLOU K R. Friction modeling and compensation for an industrial robot[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1993, 10(7): 947-971.
- [4] WIT C C, OISSON H, ASTROM K J, et al. A new model for control of systems with friction[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(3): 419-425.
- [5] FEEMSTER M, VEDAGARBHA P, DA WSPM D M, et al. Adaptive control techniques for friction compensation [J]. *Mechatronics*, 1998, 3(21/26): 1488-1492.
- [6] LEE S W, KIM J H. Friction identification using evolution strategies and robust control of positioning tables[J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1999, 121(4): 619-624.
- [7] LIAO T L, CHIEN T I. An exponentially stable adaptive friction compensator[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(5): 977-980.
- [8] YANG S, TOMIZUKA M. Adaptive pulse width control for precise positioning under influence of stick-slip and coulomb friction[J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1988, 110(43): 221-227.
- [9] PARK E C, LIM H, CHOIC H. Position control of X-Y table at velocity reversal using presliding friction characteristics[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003, 11(1): 24-30.
- [10] MOREL G, IAGMEMMA K, DU BOWSKY S. The precise control of manipulators with high joint-friction using base force/torque sensing[J]. *Automatica*, 2000, 36(7): 931-941.
- [11] LEE H S, TOMIZUKA M. Robust motion controller design for high-accuracy positioning systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1996, 43(1): 48-55.
- [12] OLSON H, ASTROM K J, DE WIT C C, et al. Friction models and friction compensation[J]. *European Journal of Control*, 1998, 4(3): 176-195.
- [13] 李秀英, 韩志刚. 非线性系统辨识方法的新进展[J]. *自动化技术与应用*, 2004, 23(10): 5-7.
- [14] WANG G L, LI Y F, BI D X. Support vector machine network for friction modeling[J]. *IEEE, ASME Transactions on Mechatronics*, 2003, 4(4/6): 2833-2838.
- [15] VAPNIK V N. Statistical learning theory[M]. New York: Wiley, 1998

## Research on the Parameter Identification of Friction Model Based on Support Vector Machine

WANG Hongru, LIU Qiang

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** A method for the parameter identification of the friction model based on support vector machine is proposed with Tustin friction models as the object for parameter identification. The optimum solutions are obtained by solving the optimization problem where training samples are constructed, the appropriate model of support vector machine (SVM for short) is selected, and the radial kernel function with better generalization ability and insensitive loss function with the sparse characteristics are selected as well. With a DC motor high-precision position servo system as the research object, the system is compensated by using the estimated value of parameters to design the compensation aspect of friction torque. The simulation results show that the algorithm has high recognition accuracy.

**Keywords:** friction model; parameter identification; support vector machine; servo system

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 郑亚青)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>