

文章编号: 1000-5013(2010)01-0095-04

采暖地板对室内人体热辐射的理论计算模型

冉茂宇

(华侨大学 建筑学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 在基本假设和“人体柱”模型的基础上,建立采暖地板对室内人体热辐射的理论计算模型. 利用该理论模型,对矩形等温地板的采暖辐射特性进行计算分析. 结果表明,人体在室内不同位置所受到的热辐射量是不均匀的. 在地板中心处,人体所受到的热辐射量最大,而在地板角点处,人体所受到的热辐射量最少. 将人体工作和停留时间长的区域靠近地板中心区布置,可提高辐射采暖的能量利用效率;将热媒质从地板周边逐渐向中心盘旋引入,可使地板周边有较高的表面温度,提高室内辐射采暖的均匀性.

关键词: 采暖; 地板; 热辐射; 人体柱; 室内

中图分类号: TU 832.5+1

文献标识码: A

随着人民生活水平的提高,人们对采暖的要求不仅局限于取暖的需要,而且提出了热舒适的要求,并且希望更美观、更少地占用空间,更好地与建筑风格相结合. 传统的采暖方式主要依靠对流传热,如暖气片采暖,不仅占用室内空间,供暖时室内空气流速较大,室内灰尘细菌极易浮动,影响室内卫生,而且使室内温度分布不均匀,耗热量大. 辐射采暖,不仅避免了对流采暖方式的不足,同时还具有节能的特点,更适合当前的需求^[1]. 目前,利用辐射传热方式进行采暖,包括地板辐射采暖、天棚辐射采暖、墙壁辐射采暖. 地板辐射采暖由于具有很多优点,在我国北方得到了较为广泛的应用^[2]. 然而,现有的资料尚缺乏地板对室内人体热辐射的准确计算模型,无法分析比较地板对室内不同位置人体的热辐射特性. 本文建立了采暖地板对室内人体热辐射的理论计算模型,并借此分析矩形等温地板的采暖辐射特性.

1 基本假设和数理模型

为了揭示地板对人体的热辐射特征,参考文[3-4]并作以下 3 点基本假设. (1) 人体在室内的姿势可等效为一圆柱体——“人体柱”. (2) 室内地板由均质材料组成,温度分布均匀. (3) 地板热辐射符合兰贝特定律,在半球空间各个方向上的定向热辐射强度相等.

在上述假设基础上,建立地板对室内人体热辐射物理模型,如图 1 所示. 设人体柱高度为 H_0 , 半径为 r_0 , 在地板任意 p 点处取微元面积 dA , 记 p 点的半径为 r , 过 p 点在地板平面作人体柱底面圆的外切线,得两切点 a, b . 过 a, b 作人体柱母线 aa', bb' , 则母线 aa' 与 bb' 之间面对 dA 的柱体表面部分就是 p 点所能射辐射到的柱体表面. 在 p 点能辐射到的柱面上任一处 c 点,取微元面积 dF . 由 c 作母线与底面圆相交于 c' 点,连接 oa, ob, oc, op , 则 $oap, obp, c'cp$ 为直角三角形. 过 p 点作 oc 的延长线的垂线,记垂足为 q ; 过 q 点作地板的垂线,与过 c 平行于 cq 的直线相交于 q' , 则 $opq, pq'q, pc'q$ 为直角三角形. 记 op 线与半

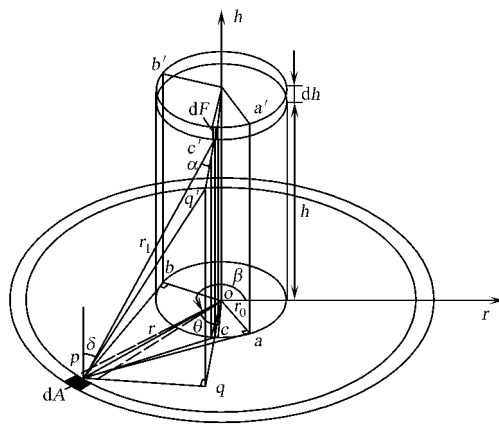


图 1 人体受室内地板热辐射物理模型

Fig. 1 Physical model of the thermal radiation from indoor floor to human body

收稿日期: 2008-07-01

通信作者: 冉茂宇(1967-),男,教授,主要从事建筑热工与建筑节能的研究. E-mail: ranmaoyu@yahoo.com.cn.

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(D0640010)

径轴 r 间的夹角为 θ , oc 线与 op 线间夹角为 α , pc 线段长度为 r_1 , p 点的地面法线与 pc 线间夹角为 β , c 点所在的高度为 h , cq 线 cp 与线间夹角为 γ , 则有

$$dA = r dr, \quad (1)$$

$$dF = n_0 dh \quad (2)$$

由 opc 和直角三角形 pcc , 可得

$$r_1^2 = h^2 + cp^2 = h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha, \quad (3)$$

$$r_1 = \sqrt{h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha}; \quad (4)$$

而由直角三角形 pcq , 可得

$$\cos \beta = \frac{cq}{r_1} = \frac{cq}{r_1} = \frac{r \cos \alpha - n_0}{\sqrt{h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha}}, \quad (5)$$

dF 相对于 p 的立体角 $d\Omega$ 为

$$d\Omega = \frac{dF \cos \beta}{r_1^2} = \frac{n_0 (r \cos \alpha - n_0) d\alpha dh}{(h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha) \sqrt{h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha}}. \quad (6)$$

根据兰贝特定律, p 点处微元面积 dA 向半空任意方向的发射辐射强度相等^[5], 表示为

$$I_p = \frac{1}{\pi} T^4, \quad (7)$$

式(7)中: ϵ 为地板表面材料的发射率, σ 为黑体的辐射系数, 其值为 $56.7 \text{ nW} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}$; T 为地板表面的绝对温度. dA 在微小立体角 $d\Omega$ 内总辐射量为

$$dq_{r,h} = I_p d\Omega \cdot dA \cos \beta = \frac{1}{\pi} T^4 \frac{rr_0 (r \cos \alpha - n_0) h d\alpha dh dr}{(h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha)^2}, \quad (8)$$

p 点所辐射到的柱体表面关于 op 线左右侧对称. 因此, 室内地板对人体热辐射的数学模型为

$$dQ_{r,h} = 2dq_{r,h} = \frac{1}{\pi} T^4 \frac{2rr_0 (r \cos \alpha - n_0) h d\alpha dh dr}{(h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha)^2}. \quad (9)$$

2 热辐射量的理论计算模型

对式(9)中的角度 α 从 0 到 2π 积分, 可得

$$dQ_{r,h} = \sigma T^4 \frac{4rr_0 (r \cos \alpha - n_0) h d\alpha dh dr}{(h^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha)^2}, \quad (10)$$

对式(10)中 h 从 0 到 H_0 积分, 整理可得

$$dQ_r = \sigma T^4 r \times \left[\frac{r^2 - n_0^2}{r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha} - \frac{H_0^2 + r^2 - n_0^2}{H_0^2 + r^2 + n_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha} \right] d\alpha dr \quad (11)$$

对式(11)中 α 从 0 到 $\arccos(n_0/r)$ 积分并整理得

$$dQ_r = \sigma T^4 \times \left\{ 2r \arctan \left(\frac{r+n_0}{\sqrt{r^2-n_0^2}} \right) - 2r(H_0^2 + r^2 - n_0^2) \times \right. \\ \left. \arctan \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r+n_0)^2} (r-n_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r-n_0)^2) (H_0^2 + (r+n_0)^2)}} \right) \right\} dr \quad (12)$$

对式(12)从 n_0 到 r 积分, 得到 n_0 至 r 范围内地板对人体的总辐射量为

$$Q_r = \sigma T^4 \left[r^2 \arctan \left(\frac{r+n_0}{\sqrt{r^2-n_0^2}} \right) + \frac{H_0^2 + r^2}{2} \arccos \left(\frac{n_0}{r} \right) + \right. \\ \left. 2n_0 H_0 \arctan \left(\frac{\sqrt{r^2+n_0^2}}{\sqrt{H_0^2}} \right) - \frac{n_0^2}{2} - \right. \\ \left. \sqrt{(H_0^2 + (r+n_0)^2) (H_0^2 + (r-n_0)^2)} \arctan \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r+n_0)^2} (r-n_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r-n_0)^2) (r+n_0)^2}} \right) \right]. \quad (13)$$

从式(13)可知, 人体受地面热辐射大小与地面发射率 ϵ 、绝对温度 T 、人体半径 n_0 、高度 H_0 , 以及地板辐射半径 r 有关.

3 热辐射量的计算方法

在多数情况下,房间地板形状并非圆形而是矩形. 即使房间地板形状是圆形的,当人体位置不在圆心时,也不能用式(13)进行计算. 间于半径 r_1 与 r_2 ($r_1 < r_2$) 之间的封闭圆环地板对人体的热辐射量 $Q_{r_1 \sim r_2}$,可通过在式(13)中分别代入 r_1 和 r_2 后再相减得到. 即

$$\begin{aligned} Q_{r_1 \sim r_2} = & \sigma T^4 \left[r_2^2 \arctan \left(\frac{r_2 + r_0}{\sqrt{r_2^2 - r_0^2}} \right) - \sqrt{(H_0^2 + (r_2 + r_0)^2)(H_0^2 + (r_2 - r_0)^2)} \times \right. \\ & \arctan \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r_2 + r_0)^2}(r_2 - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r_2 - r_0)^2)(r_2 + r_0)}} \right) - r_1^2 \arctan \left(\frac{r_1 + r_0}{\sqrt{r_1^2 - r_0^2}} \right) + \\ & \left. \sqrt{(H_0^2 + (r_1 + r_0)^2)(H_0^2 + (r_1 - r_0)^2)} \arctan \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r_1 + r_0)^2}(r_1 - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r_1 - r_0)^2)(r_1 + r_0)}} \right) + \right. \\ & \left. \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r_2} \right) - \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r_1} \right) + \right. \\ & \left. 2r_0 H_0 \arctan \left(\frac{\sqrt{r_2^2 - r_0^2}}{H_0} \right) - 2r_0 H_0 \arctan \left(\frac{\sqrt{r_1^2 - r_0^2}}{H_0} \right) \right]. \end{aligned} \tag{14}$$

如果圆环不封闭,其对应的张角为 α ,则不封闭圆环对柱体的辐射量的计算为

$$\begin{aligned} Q_{r_1 \sim r_2} = & \frac{\sigma T^4}{2} \left[r_2^2 \arctan \left(\frac{r_2 + r_0}{\sqrt{r_2^2 - r_0^2}} \right) - \sqrt{(H_0^2 + (r_2 + r_0)^2)(H_0^2 + (r_2 - r_0)^2)} \times \right. \\ & \arctan \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r_2 + r_0)^2}(r_2 - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r_2 - r_0)^2)(r_2 + r_0)}} \right) - r_1^2 \arctan \left(\frac{r_1 + r_0}{\sqrt{r_1^2 - r_0^2}} \right) + \\ & \left. \sqrt{(H_0^2 + (r_1 + r_0)^2)(H_0^2 + (r_1 - r_0)^2)} \arctan \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r_1 + r_0)^2}(r_1 - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r_1 - r_0)^2)(r_1 + r_0)}} \right) + \right. \\ & \left. \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r_2} \right) - \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r_1} \right) + \right. \\ & \left. 2r_0 H_0 \arctan \left(\frac{\sqrt{r_2^2 - r_0^2}}{H_0} \right) - 2r_0 H_0 \arctan \left(\frac{\sqrt{r_1^2 - r_0^2}}{H_0} \right) \right]. \end{aligned} \tag{15}$$

对于矩形地板,任意处人体所受的辐射可分为 4 个矩形区域,如图 2 所示. 每一辐射区域,人体柱都位于其一个角点上. 计算出每一区域的辐射量,将 4 个区域的辐射量相加,即人体所受的总辐射量.

如图 3 所示,对于任意的矩形地板,记其边长分别为 a, b ,可将矩形地板划分为从 r_0 到 a, r_0 到 b 的两个不封闭大环与多个不封闭小环. 对于两个大环,可直接在式(13)中用 a, b 分别代替 r 进行计算后,再乘以对应的张角 $\arctan(\sqrt{b^2 - a^2}/a), [\frac{\pi}{2} - \arctan(\sqrt{b^2 - a^2}/a)]$ 在 2π 中所占的比例即可. 小环是将线段 $(b - a), (\sqrt{b^2 - a^2} - b)$ 分成若干小段形成的,可以计算出每一小圆环对应的张角,再利用式(15)进行计算. 最后,将所有圆环计算结果相加,即为矩形地板的辐射量. 利用先进的计算机可视化编程技术,只要输入柱体参数 r_0, H_0 ,以及矩形尺寸 a, b ,就可方便地得出矩形地板对角点柱体的辐射量.

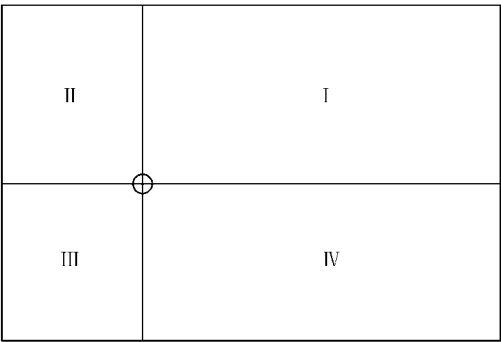


图 2 地板辐射区域

Fig. 2 Regions of the floor radiation

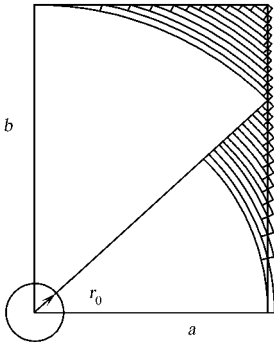


图 3 矩形地板的圆环分割

Fig. 3 Ring Partition of the rectangle floor

4 矩形等温地板对室内人体的辐射特性

以成年人平均身高 $H_0 = 1.69$ m 和等效半径 $r_0 = 0.17$ m 为人体柱, 计算尺寸为 12 m \times 8 m 的等温辐射地板对室内人体在不同位置的辐射量. 将该辐射量与人体在地板中心位置所受到的辐射量之比值 (Q/Q_c), 作为描述地板辐射均匀性的指标, 如图 4 所示. 从图 4 可知, 等温矩形地板对室内人体的辐射是不均匀的. 人体在地板中心所受到的辐射量最大, 越靠近周边所受到的辐射量越小, 在角点处所受到的辐射量最少. 在实例计算中, 人体在地板角点所受到的辐射量仅为其在中心处的 40 %.

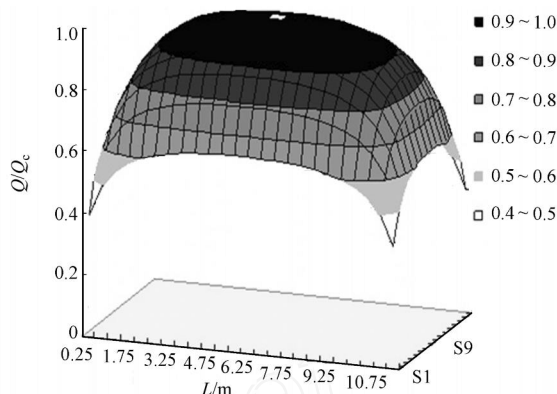


图 4 矩形等温辐射地板的辐射特性

Fig. 4 Radiation property of the isothermal heating rectangle floor

5 结论

建立了采暖地板对室内人体辐射的理论计算模型和相应的计算方法, 通过矩形等温地板的辐射分析, 得到以下 6 点结论. (1) 人体周围圆形地板对人体的辐射量, 可利用式 (13) 计算. (2) 人体周围封闭带状圆环对人体的辐射量, 可利用式 (14) 计算. (3) 人体周围不封闭带状圆环对人体的辐射量, 可利用式 (15) 计算. (4) 等温采暖地板对室内人体的辐射是不均匀的, 人体在中心处所受到的辐射量大, 在角点处所受到的辐射量最少. (5) 将工作区或人体停留时间长的区域尽量靠近地板中心区布置, 可提高辐射采暖的能量利用效率. (6) 将热媒质从地板周边逐渐向中心盘旋引入, 可使地板周边有较高的表面温度, 从而提高室内采暖的均匀性.

参考文献:

- [1] 刘绪平, 王金玲. 地面辐射供暖[J]. 黑龙江纺织, 2006(4): 42-45.
- [2] 孙美华, 敖永安, 庞威. 地面辐射采暖与顶面辐射采暖的比较[J]. 建筑设计管理, 2006(4): 51-53.
- [3] 冉茂宇. 室外人体受地面热辐射的预测模型[J]. 建筑热能通风空调, 2007, 26(4): 5-8.
- [4] 冉茂宇. 高层建筑受下垫面热辐射的理论计算模型[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2008, 29(4): 609-613.
- [5] 杨世铭. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1987: 237-239.

Theoretical Calculation Model and Method of the Thermal Radiation from the Heating Floor to Human Body

RAN Mao-yu

(College of Architecture, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: Based on the assumption that the heating floor radiation agrees with Lambert's cosine law and the outdoor human body could be equivalent to a "human cylinder", the mathematical model and formula to describe the thermal radiation from the floor to human body are established. The thermal radiation from an isothermal heating floor of 8 m \times 12 m to human body at different positions is calculated by this model and formula. The results show that the thermal radiation from the heating floor is not uniform, the human body receives the largest radiation at the center of the floor, and receives the lowest radiation at the corner. This result implies that main activities would be arranged at the center region of the floor and the heating medium in the floor would be circumvented and inducted from the edges to the center.

Keywords: heating; floor; thermal radiation; human cylinder; indoor

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 方德平)