

文章编号: 1000-5013(2009)06-0614-05

# 直线电机伺服系统模糊零相差跟踪控制

张春红, 刘 强

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 零相差跟踪控制方法可以提高伺服系统跟踪性能,但仍存在鲁棒性不强和增益误差的问题.对此提出误差增益补偿算法以减小增益误差,并进一步用模糊补偿替代增益补偿以提高系统的鲁棒性.数字仿真结果表明,新方法具有简单、实用的特点,可以有效地提高伺服系统的跟踪精确性和鲁棒稳定性.

**关键词:** 直线电机; 零相差; 模糊补偿; 跟踪; 鲁棒性

**中图分类号:** TM 359.401.2

**文献标识码:** A

1987年,日本学者 Tomizuka<sup>[1]</sup>首次提出零相差跟踪控制器(ZPETC),解决了离散非最小相位系统的前馈控制器的设计问题.当加入ZPETC控制后,可以使系统的相差为零,中低频段的增益近似为1.提高ZPETC的准确性有两个主要方法:(1)采用构造方法来拓展频带,改善零相差前馈控制器的增益特性<sup>[2-4]</sup>.但由于闭环系统逆不存在,不能从根本上消除ZPETC的误差;(2)采用零相差误差跟踪控制器(ZEPTC)的最优化设计<sup>[5-6]</sup>.这种方法的缺点是运算量大,且控制器阶数较高.提高ZPETC的鲁棒性的主要方法是采用自适应技术<sup>[7]</sup>,但其难点在于对非最小相位系统中不稳定零点的处理,而且在实际系统中较难实现.零相差前馈跟踪控制方法,具有对低频段信号跟踪精度高、设计灵活、参数调整简单的优点,但也仍存在着增益误差、跟踪误差,以及系统跟踪的鲁棒性无法保障等问题.基于此,本文提出用模糊控制的方法补偿零相差数字前馈跟踪控制器的跟踪误差,并对直线电机伺服系统进行仿真.

## 1 跟踪控制器基本原理及设计

### 1.1 基本原理

针对非最小相位系统,设受控系统的离散时间传递函数为

$$G_c(z^{-1}) = \frac{z^{-d} B_a(z^{-1}) B_u(z^{-1})}{A(z^{-1})}. \quad (1)$$

式中,  $A(z^{-1})$  为分母多项式,其所有的根都位于单位圆内部;  $d$  为非负整数,  $z^{-1}$  为  $d$  步延迟;  $B_a(z^{-1})$  和  $B_u(z^{-1})$  为多项式,  $B_u(z^{-1})$  中包含  $G_c(z^{-1})$  中所有的不稳定零点(位于单位圆上或单位圆外),  $B_a(z^{-1})$  中包含  $G_c(z^{-1})$  中的所有稳定的零点(位于单位圆内).假定闭环系统有个不稳定的零点,则  $B_u(z^{-1})$  可以写为

$$B_u(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_l z^{-l}, \quad b_0 \neq 0. \quad (2)$$

对于系统(1),假定输入信号的  $d+l$  步超前值已知,即当前时刻  $k$ ,  $r(k+1)$ ,  $r(k+2)$ ,  $\dots$ ,  $r(k+d+l)$  的值是预先知道的,则零相差前馈控制器可以用方程表示为

$$G_f(z^{-1}) = \frac{z^d A(z^{-1}) B_u(z)}{B_a(z^{-1}) [B_u(1)]^2}. \quad (3)$$

其中,  $B_u(1) = b_0 + b_1 + \dots + b_l$  为不稳定零点的幅值.

引入零相差跟踪控制器(ZPETC)后,系统从输入到输出的传递函数为

收稿日期: 2008-05-22

通信作者: 刘 强(1972-),男,教授,主要从事高精度运动控制的研究. E-mail: liuqiang@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(E0510023);福建省高校新世纪优秀人才计划项目(E0510023).

$$G(z^{-1}) = \frac{y(k)}{r(k)} = \frac{B_u(z)B_u(z^{-1})}{(B_u(1))^2}. \quad (4)$$

在所有频域范围, 式(4) 使得相位误差为零, 其幅频特性为

$$|G(\omega)| = \text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega). \quad (5)$$

式(5)中,  $\text{Re}(\omega)$ ,  $\text{Im}(\omega)$  分别为  $\frac{B_u(e^{j\omega})}{B_u(1)}$  的实部和虚部. 对于直流信号, 其幅值增益为 1; 对于高频信号, 其幅值存在较大的误差.

## 1.2 跟踪控制器设计

以直线电机为研究对象, 设计零相差前馈控制器结构图, 如图 1 所示. 图 1 中,  $G_f(z)$  为零相差前馈控制器,  $k_p[(1 + \frac{k_d}{T})z - \frac{k_d}{T}]/z$  为 PD 控制器,

$\frac{1}{ms^2 + bs}$  为直线电机传递函数,  $\frac{1 - e^{-Ts}}{s}$  为零阶保持器.

为了使参数调节简单, 且 PD (Proportional Derivative) 控制器含有微分环节, 因此, 可以拓展频带选择 PD 控制器. 零阶保持器采样得到直线电机离散传递函数为

$$G_p(z) = Z[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{1}{ms^2 + bs}] = \frac{[(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T}) + (1 - e^{-\alpha T})z^{-1}]z^{-1}}{ab(1 - z^{-1})(1 - e^{-\alpha T}z^{-1})}; \quad (6)$$

前向通道传递函数为

$$G_q(z) = \frac{k_p[(1 + \frac{k_d}{T})z - \frac{k_d}{T}]}{z} \cdot \frac{[(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T}) + (1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T})z^{-1}]z^{-1}}{ab(1 - z^{-1})(1 - e^{-\alpha T}z^{-1})}. \quad (7)$$

其中,  $a = b/m$ . 闭环系统传递函数为

$$\begin{aligned} G_c(z) &= \frac{G_q(z)}{1 + G_q(z)} = \\ &= \frac{\frac{1}{ab} \cdot \frac{k_p[(1 + \frac{k_d}{T})z - \frac{k_d}{T}]}{z} \cdot \frac{[(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T}) + (1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T})z^{-1}]z^{-1}}{ab(1 - z^{-1})(1 - e^{-\alpha T}z^{-1})}}{1 + \frac{k_p[(1 + \frac{k_d}{T})z - \frac{k_d}{T}]}{z} \cdot \frac{[(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T}) + (1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T})z^{-1}]z^{-1}}{ab(1 - z^{-1})(1 - e^{-\alpha T}z^{-1})}} \\ &= \frac{k_p[(1 + \frac{k_d}{T})z - \frac{k_d}{T}][(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})z + (1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T})]}{abz(z^{-1})(z - e^{-\alpha T}) + k_p[(1 + \frac{k_d}{T})z - \frac{k_d}{T}][(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})z + (1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T})]}. \end{aligned} \quad (8)$$

从上式可以得到

$$z_1 = \frac{k_d/T}{1 + k_d/T}, \quad z_2 = \frac{1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T}}{1 - e^{-\alpha T} \alpha T}.$$

很显然, 零点  $z_1 < 1$ , 设计 PD 控制参数可以得到稳定零点  $z_1$ . 当  $z_2$  临近单位圆时或者位于单位圆上, 其为不稳定零点. 根据零相差基本原理, 可得到前馈控制器为

$$\begin{aligned} G_f(z) &= \{ \{ abz(z^{-1})(z - e^{-\alpha T}) + k_p[(1 + k_d/T)z - k_d/T] \} \times \\ &\quad [(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})z + (1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T})] \} \times \\ &\quad [(\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})z^{-1} + (1 - e^{-\alpha T} - \alpha T e^{-\alpha T})] \} / \{ k_p[(1 + k_d/T)z - k_d/T][(\alpha T - \alpha T e^{-\alpha T})^2] \}. \end{aligned} \quad (9)$$

## 2 模糊补偿零相差系统结构设计

由于系统参数、扰动等不利因素的影响, 零相差前馈控制器(ZPETC)跟踪产生的误差具有不确定性. 模糊控制器具有很强的鲁棒性, 因此, 可以采用模糊控制的方法补偿控制, 从而提高系统跟踪鲁棒

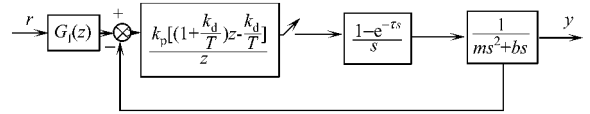


图 1 零相差前馈控制器结构图

Fig. 1 Diagram of feedforward controller for zero phase error

性。将 ZPETC 和 FUZZY (Fuzzy Contnoller) 结合起来,使 ZPETC 和 FUZZY 发挥各自的优势,实现高精度的跟踪。基于 ZPETC 和 FUZZY 的复合控制,如图 2 所示。

采用二维模糊控制器, 将误差  $e$  和误差的变化量  $de$ , 作为模糊控制器的输入变量. 它们对应的语言变量为  $E, EC$ , 输出变量为  $U, E$ , 而  $EC$  和  $U$  的基本论域为  $[-3, +3]$ . 将误差和误差变化量模糊化, 对应的模糊量  $E, EC$  的模糊集和  $U$  的模糊集为  $\{PB, PM, PS, ZO, NS, NM, NB\} = \{\text{“正大”}, \text{“正中”}, \text{“正小”}, \text{“零”}, \text{“负小”}, \text{“负中”}, \text{“负大”}\}$ .  $E, EC$  和  $U$  的隶属度函数, 如图 3 所示. 图 3 中,  $n$  为隶属度.

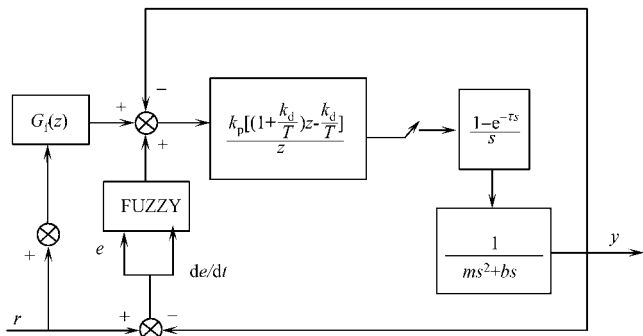


图 2 模糊补偿跟踪误差结构图

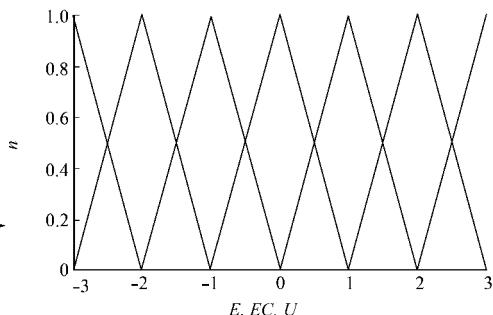


图 3 隶属度函数图

Fig. 2 Diagram of tracking error for fuzzy compensation

Fig. 3 Degree of membership for function graphs

模糊控制规则是根据操作经验和对系统的深入分析, 经过归纳综合得到的. 规则采用“如果-则”的形式. 如果  $E(k)$  是  $PB$ , 且  $EC(k)$  是  $PB$ , 则控制输出  $U(k)$  是  $NS$ . 根据相同原理, 可以得到一系列规则. 模糊控制规则, 如表 1 所示.

量化因子  $k_e$  及  $k_{ec}$  的大小, 对控制系统的动态性能影响也很大.  $k_e$  选得较大时, 系统的超调也较大, 过渡时间较长;  $k_{ec}$  选得较大时, 超调量减小, 但系统响应时间变长. 此外, 输出比例因子  $k_u$  的大小也会影响控制系统的特性,  $k_u$  选得过小会使系统动态响应过程变长, 而  $k_u$  选得过大导致系统振荡. 基于上述考虑, 在控制系统中选择  $k_e$ 、 $k_{ec}$  及  $k_u$ , 其值分别为  $k_e = 75$ ,  $k_{ec} = 750$ ,  $k_u = 0.2$ .

表 1 控制规则表

Tab. 1 Table of control rules

$EU$	$EC$						
	$NB$	$NM$	$NS$	$Z$	$PS$	$PM$	$PB$
$NB$	$PB$	$PB$	$PM$	$PM$	$PS$	$Z$	$NS$
$NM$	$PB$	$PM$	$PS$	$PS$	$Z$	$NS$	$NM$
$NS$	$PM$	$PS$	$PS$	$PS$	$Z$	$NS$	$NM$
$Z$	$PM$	$PS$	$Z$	$Z$	$Z$	$NS$	$NM$
$PS$	$PM$	$PS$	$Z$	$NS$	$NS$	$NS$	$NM$
$PM$	$PM$	$PS$	$Z$	$NS$	$NS$	$NM$	$NB$
$PB$	$PS$	$Z$	$NS$	$NM$	$NM$	$NB$	$NB$

### 3 数字仿真

仿真对象是直线电机,其离散传递函数为

$$G_p(s) = 1/[1/1200s^2 + 34.56/1200s]. \quad (10)$$

采样时间  $t = 0.001$  s, PD 控制器  $k_p = 5$ ,  $k_d = 0.01$ . 由图 2 及式(8)可求出闭环传递函数为

$$G_c(z^{-1}) = \frac{3.262 \times 10^{-2} z^{-2} + 2.592 \times 10^{-3} z^{-2} - 2.932 \times 10^{-2} z^{-2}}{1 - 1.933 z^{-1} + 0.968 z^{-2} - 293.2 \times 10^{-2} z^{-3}} = \frac{0.0326(z + 0.9885)(z - 0.9091)}{(z - 0.03232)(z^2 - 1.901z + 0.9072)}. \quad (11)$$

式(11)中, 零极点分别为  $z_1 = -0.9885, z_2 = 0.9091, p_1 = 0.03232, p_2 = 0.9505 - 0.0604i, p_3 = 0.9505 + 0.0604i$ 。

显然, 系统(11)是稳定的, 它的一个零点接近于单位圆上, 是不稳定零点. 系统(11)经过双线性变换, 其频率特性如图 4 所示. 图 4 中,  $\omega$  为角频率,  $\varphi$  为相角,  $M$  为幅度.

据此, 求出零相差前馈控制器为

$$G_f(z^{-1}) = [7.752 - 7.146z^{-1} - 7.652z^{-2} + (7.368z^{-3} - 0.2299z^{-4})]/(1 - 0.9091z^{-1}). \quad (12)$$

采用 MATLAB 进行实验仿真, 输入信号  $R = 2\sin(2\pi t)$ . 为了考察控制器的鲁棒性, 在不存在外部扰动和存在外部扰动情况下, 分别作有、无扰动位置跟踪误差( $e$ )仿真, 如图 5 所示. 为了比较方便, 对无模糊补偿的数字前馈控制器系统位置跟踪特性也进行相应仿真.

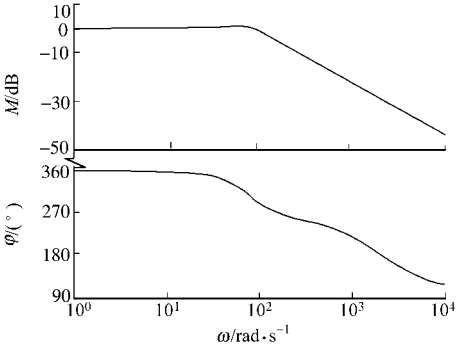
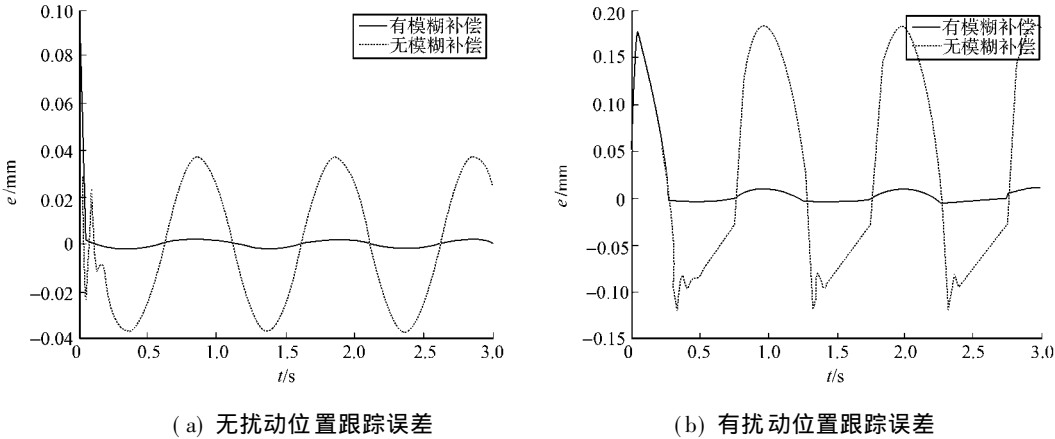


图 4 频率特性曲线  
Fig. 4 Frequency characteristic curve

从图 5 可以看出, 提出的控制器明显减少跟踪误差, 对外部扰动具有很强的鲁棒性.



(a) 无扰动位置跟踪误差 (b) 有扰动位置跟踪误差  
图 5 仿真实验结果  
Fig. 5 Simulation result

### 4 闭环系统稳定性判断

由于模糊控制器稳定性判断理论不够完善, 且分析比较复杂, 仅以近似的方法判断系统稳定性. 系统的近似图, 如图 6 所示. 利用根轨迹分析闭环系统的稳定性. 由图 6 和式(11), 可得

$$K G_c(z^{-1}) = \frac{K \times 0.0326(z - 0.9091)(z + 0.9885)}{(z - 0.03232)(z^2 - 1.901z + 0.9072)}. \quad (13)$$

式(13)中, 零极点分别为  $z_1 = -0.9885, z_2 = 0.9091, p_1 = 0.03232, p_2 = 0.9505 - 0.0604i, p_3 = 0.9505 + 0.0604i$

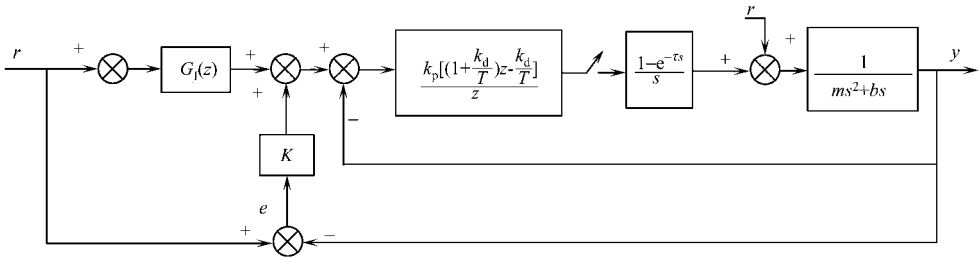


图 6 系统的近似图  
Fig. 6 Approximate chart of the system

图 7 为闭环根轨迹图. 由图 7 可知, 起始于开环极点  $p_1 = 0.03232$ , 终止于无穷远; 而起始于  $p_2 = 0.9505 - 0.0604i$ , 终止于  $z_1 = -0.9885$ . 它们分别在  $z = -2.41165$  和  $z = 0.4426$  处相遇. 对于  $k = 30.8625$ , 正好将移出单位圆, 且分别对应  $z'_1 = 0.0259 + 0.9992i, z'_2 = 0.0259 - 0.9992i$  起始于极

点  $p_3 = 0.9505 + 0.0604i$ , 终止于  $z_2 = 0.9091$  的分支, 对所有的  $k$  都保持在单位圆内. 由此, 可得闭环系统的根为  $z_1^* = 0.0264 + 0.9988i$ ,  $z_2^* = 0.0264 - 0.9988i$ ,  $z_3^* = 0.9064$ .

因此, 对于所有 3 个分支在单位圆内的仅正增益, 其范围是  $0 < k < 30.8625$ , 而增益  $K$  的最大值为  $K = 30.8625/0.0326 = 946.7$ . 即当  $K$  的范围是  $0 < K < 946.7$  时, 系统稳定.

## 5 结束语

针对直线电机伺服系统, 提出了用模糊补偿零相差跟踪误差的控制方法. 零相差前馈跟踪控制器保证了快速性, 使系统实现准确跟踪; 而模糊控制器克服了内外扰动的不确定性, 保证系统的稳定性和鲁棒性. 仿真结果表明, 该控制方案具有很好的跟踪性能和抗干扰性能, 从而大大提高了伺服系统的伺服精度.

## 参考文献:

- [1] TOMIZUKA M. Zero phase error tracking algorithm for digital control[J]. ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 1987, 109(1): 65-68.
- [2] TORFS D, SWEVERS J, SCHUTTER J D. Quasi-perfect tracking control of non-minimal phase systems[C] // Proceedings of the 30th Conference on decision and control Brighton. Brighton: University of Brighton, 1991.
- [3] HAACK B, TOMIZUKA M. The effect of adding zeros to feedforward controllers[J]. ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 1991, 113(1): 6-10.
- [4] FUHASHI Y, YAMADA M. Zero phase error tracking controllers with optimal gain characteristics[J]. ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 1993, 115(3): 311-318.
- [5] 王永初. 智能控制理论与系统的发展评述[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2004, 25(1): 1-4.
- [6] TSAO T C. Optimal feedforward digital tracking controller design[J]. ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 1994, 116(4): 583-591.
- [7] YEH S S, HSU P L. An optimal and adaptive design of the feedforward motion controller[J]. IEEE Transactions on Mechatronics, 1999, 4(4): 428-438.

# Fuzzy Zero Phase Error Tracking Control for Linear Motor Servo System

ZHANG Chun-hong, LIU Qiang

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Zero phase error tracking control method can improve the tracking performance of servo system, but there still exists problems such as weak robustness and gain error. The gain error compensation algorithm is proposed to reduce gain error, and moreover fuzzy compensation replacing gain compensation is used to improve the robustness of the system. The results of digital simulation have shown that the method is simple and practical, which can effectively improve the tracking accuracy and robust stability of servo system.

**Keywords:** linear motor; zero phase error; fuzzy compensation; tracking; robustness

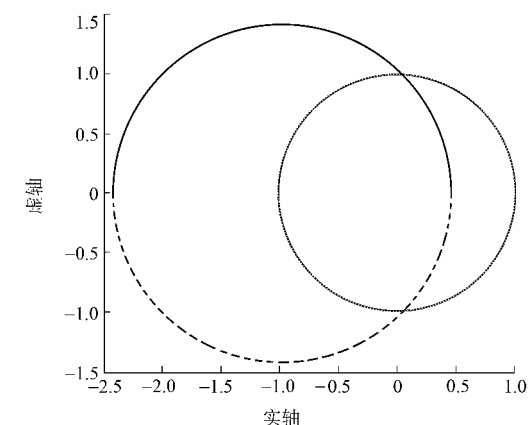


图 7 闭环根轨迹图

Fig. 7 Closed loop root locus graph

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 郑亚青)