

文章编号: 1000-5013(2009)06-0606-04

# 三角网格模型匹配分析

刘 斌, 上官宁, 江开勇

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 将主成分分析(PCA)方法与迭代近邻点(ICP)算法相结合,提出一种三角网格三维模型匹配方法.利用PCA方法将两个三维模型进行初始定位,再利用ICP方法进行微调校准;然后,以差值平方和函数来定量评估两模型的相似度.这种两阶段的定位校准方法,不仅可让所有比对的模型都处在相同的校准条件下,也可避免因位移量过大而造成ICP方法校准失败情况的发生.最后,给出一些对模型相似度进行评定的实例.

**关键词:** 三维模型; 相似度; 匹配; 主成分分析; 迭代近邻点算法

**中图分类号:** TP 391.41

**文献标识码:** A

随着计算机图形学研究的发展,三维模型得到广泛的使用与研究<sup>[1-3]</sup>,已成为继声音、图像和视频之后的第4种多媒体数据类型<sup>[4]</sup>.目前,有数以兆计的三维模型存在,而且每天都有大量的三维模型产生和传播,对其进行检索变得日益迫切.相对于二维多媒体信息的获取,三维模型的建模更加复杂,通过互联网络获取三维模型显然可以节约成本<sup>[5]</sup>.近年来,许多学者直接以三维模型作为搜寻的主键值,这种方式非常符合人类的直觉,但也带来了许多困难.主要是因为三维模型的比对与匹配,还必须考虑在缩放、旋转等因素影响下获得相同的结果.为此,本文提出一种三维模型匹配比对的方法,具有缩放和旋转变性,并定量分析三维模型间的相似度.

## 1 初始定位

初始定位的目的,在于使两个模型能缩小彼此之间的位置关系,以及让比对的两个模型都能有相同的校准条件.初始定位可以采用手动对齐,或交互指定对应点的方法使两模型对齐,但这两种方法交互操作较多.一方面,对齐不准确,对齐效果依赖于操作者;另一方面,对齐位置是任意的,不利于后续的相似度评估.

采用主成分分析法(PCA),不仅可以提高对齐的自动性,减少交互,而且可以使模型对齐后的处于特定的位置上,避免模型因位置、角度和大小不同对模型相似度的评价结果的影响.

模型的对齐过程,如图1所示.首先,让模型中的每一个顶点减去模型的质心坐标,获得一个新的

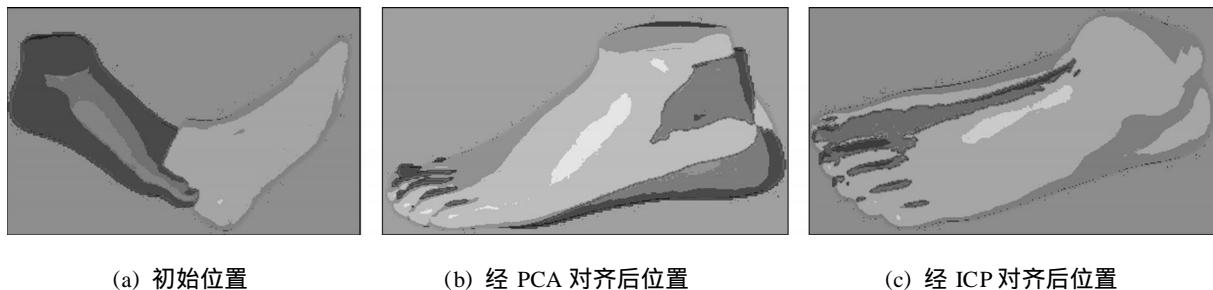


图1 模型对齐过程

Fig. 1 Process of models alignment

收稿日期: 2008-05-26

通信作者: 刘 斌(1972-),男,副教授,主要从事模具CAD/CAM的研究. E-mail: mold\_bin@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省科技计划重点项目(2006 H0029);福建省自然科学基金资助项目(E0810040, E0710017)

顶点集合,该顶点集合的质心为坐标原点.对于模型中的顶点  $V_i, 1 \leq i \leq k, k$  为模型中顶点个数; $V_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ ,其协方差矩阵为  $C(3,3)$ ,则有

$$C = (V_1 - \bar{V}, \dots, V_k - \bar{V}) \cdot (V_1 - \bar{V}, \dots, V_k - \bar{V})^T,$$
$$\bar{V} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k V_i.$$

对协方差矩阵  $C$  进行特征分解,计算其特征值及与对应的特征向量.特征值按照从大到小的顺序排列,最大特征值对应的特征向量方向称为第 1 主方向,其余依次为第 2,3 主方向.对模型进行旋转变换,使坐标系的  $x$  轴与第 1 主方向一致, $y$  轴与第 2 主方向一致.当两个模型都完成变换后,也就实现了初始对齐,如图 1(b) 所示.

2 基于迭代近邻点算法的位置校准

在经过 PCA 初始对齐后,还应使两模型精确对准.校准的目的是,让两物体之间相对应的距离或角度误差达到最小,且利用校准过程中所得到的相关信息作为评估相似度的依据.迭代近邻点(ICP)算法是一种十分有效的模型配准和对齐的方法,主要包括模型间对应点搜寻和变换矩阵计算两个步骤<sup>[6-7]</sup>.

2.1 对应点搜寻

设网格模型  $M$  的顶点数为  $m$ ,网格模型  $N$  的顶点数为  $n, n \geq m$ .对于模型  $M$  中的任一点  $p_a \in M$ ,定义其在模型  $N$  中的对应点  $p_b \in N$ ,有

$$\forall q \in N, \quad D(p_a, p_b) < D(p_a, q).$$

其中,距离函数  $D(p_a, p_b)$  为两项的加权和,即

$$D(p_a, p_b) = w_1 \|p_a - p_b\| + w_2 \arccos(N_a \cdot N_b), \tag{1}$$

上式中,第 1 项为两点间的欧氏距离,第 2 项表示两点法矢  $N_a$  与  $N_b$  之间的夹角; $w_1$  和  $w_2$  分别取 0.7, 0.3 是用户定义的权值系数.

模型中网格顶点法矢的计算,采用柯映林从力学角度提出的单位法矢加权叠加公式.对三角网格模型中的任一点  $V_i$ ,如图 2 所示,设  $V_i$  的  $m$  个相关三角形为  $T_k(1 \leq k \leq m)$ .相应地, $V_i$  有  $m$  个相邻顶点  $P_k(1 \leq k \leq m)$ , $N_i$  为顶点  $V_i$  处的法矢, $n_k$  为  $T_k$  向外的单位法矢, $d_{i,k}$  为  $V_i$  与  $P_k$  的距离,则有

$$N_i = \frac{\sum_{k=1}^m \frac{d_{i,k+1}}{d_{i,k} + d_{i,k+1} + d_{i,k+2}} \cdot n_k}{\sum_{k=1}^m \frac{d_{i,k+1}}{d_{i,k} + d_{i,k+1} + d_{i,k+2}}}, \quad d_{i,m+1} = d_{i,1}.$$

在最近点搜索方法上,通过构造  $k-d$  树来加速搜索速度.以模型  $N$  上的点集构建  $k-d$  树,搜索模型  $M$  上各顶点在模型  $N$  中的对应点,构建对应点集合,用于计算各个顶点的变换矩阵.为了提高 ICP 的计算效率和加速收敛,必须对获得的对应点对集合进行过滤.

2.2 变换矩阵计算

在得到对应点对集合后,有许多方法可以求解变换矩阵,如采用矩阵的奇异值分解方法(Singular Value Decomposition, SVD)求解模型的旋转矩阵和平移矩阵.

设  $P_i$  为模型  $M$  点集, $Q_i$  为模型  $N$  上与之对应的最近邻点集. ICP 算法就是需要找到一个旋转矩阵  $R$  和平移矩阵  $T$ ,使目标函数最小.即

$$F = \min_{R, T} \sum_{i=1}^N \|Q_i - (RP_i + T)\|^2. \tag{2}$$

首先,分别计算两个点集的质心,有

$$p_c = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{N}, \quad q_c = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i}{N}.$$

然后,分别从点集  $P_i$  和  $Q_i$  中减去其相应的质心,去除平移变换的影响.有

$$P_i = P_i - p_c, \quad Q_i = Q_i - q_c,$$

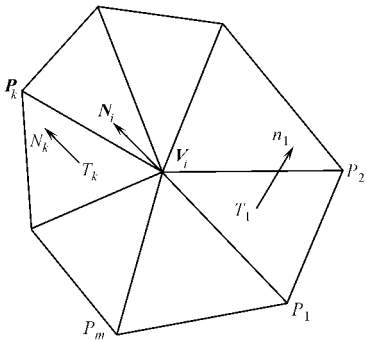


图 2  $V_i$  点的法矢

Fig. 2 Normal vector of  $V_i$

则目标函数(2)变为

$$F = \min_{R, T} \sum_{i=1}^N \|Q_i - RP_i - T\|^2.$$

这等同于

$$\sum_{i=1}^N Q_i^T RP_i = \text{Tr} \left( \sum_{i=1}^N RP_i Q_i \right) = \text{Tr}(RH)$$

的最大化. 其中,  $H = \sum_{i=1}^N P_i Q_i^T$ ,  $\text{Tr}$  表示矩阵的迹. 对其进行奇异值分解, 可得

$$H = U W V^T.$$

其中,  $U, V$  是正交矩阵,  $W$  是对角矩阵. 因此, 其旋转矩阵和平移矩阵分别为

$$R = VU^T, \quad T = \bar{q} - R \times \bar{p}_c. \quad (3)$$

此时, 模型  $M$  与模型  $N$  之间的平均误差为  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|Q_i - R \times P_i - T\|^2$ .

对转换后的模型  $M$  的网格顶点重新搜索其在模型  $N$  中的最近点, 并计算新的转换矩阵, 如此反复迭代. 迭代终止条件为平均误差计算值小于给定的极限值, 或者两次迭代误差的变化小于给定极限.

### 3 相似度评测

为了说明两物体间的相似程度, 需要用数学模型来对相似度进行定量的分析, 一般有基于距离和基于角度的方法. 在使用 ICP 方法作迭代比对的过程中, 已计算出两模型对应点之间的最小距离平方和.

为了便于直接利用此计算结果, 选择基于差值平方和函数的相似度评判准则, 差值平方和函数 (Sum of Squared Differences, SSD) 定义为

$$S_{SD} = \sum_{i=1}^N \|Q_i - RP_i - T\|^2. \quad (5)$$

为了定量描述两模型的相似度, 在利用 ICP 算法结果的基础上, 考虑两模型的尺寸大小, 定义其相似度函数为

$$S = \exp \left( - \frac{S_{SD}}{(L_M + L_N)/2} \right) \times 100\%. \quad (6)$$

其中,  $S_{SD}$  为模型  $M, N$  的最小差值平方和,  $L_M$  为模型  $M$  顶点至原点的距离平方和,  $L_N$  为模型  $N$  中与模型  $M$  顶点相对应顶点至原点的距离平方和.

### 4 应用实例

提出的算法已用 Visual C++ 语言和 OpenGL 技术, 在鞋楦快速定制 CAD/CAM 系统 (华侨大学模具技术研究中心) 中实现. 从鞋楦数据库中调用两个鞋楦模型, 对其进行初始对齐、精确匹配和相似度评估的过程, 如图 3 所示. 经过 PCA 对齐、ICP 匹配对准后, 计算两鞋楦模型顶点至原点的距离平方和分别为 11 382 915 和 11 911 459, 两模型间的最小差值平方和为 19 559. 按照式 (6) 计算两模型间的相似

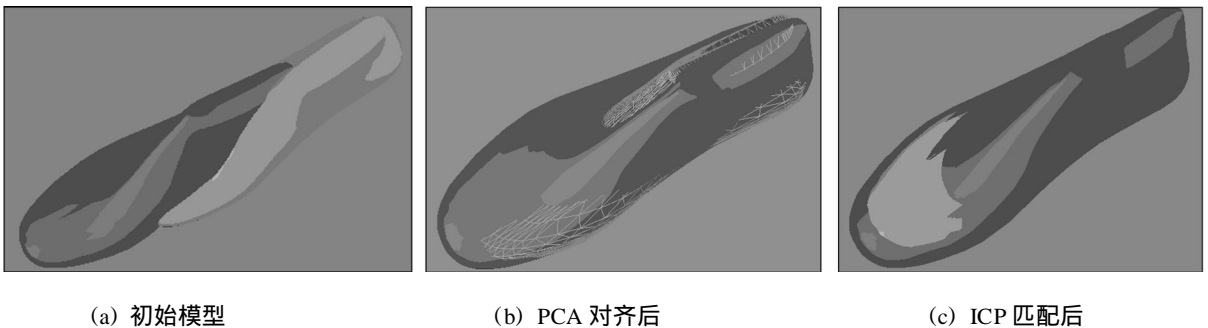


图 3 鞋楦模型的匹配与相似度评估

Fig. 3 Matching of shoe last models and similarity evaluation

度函数值为 99.83%, 说明两个模型十分相似.

图 4 为两个相同的马模型, 对齐后的位置如图 4(b) 所示, 两模型基本上是完全重合的, 模型的迭代误差为零, 说明 ICP 算法是有效的. 两模型间的相似度函数值为 100%, 完全符合实际情况.

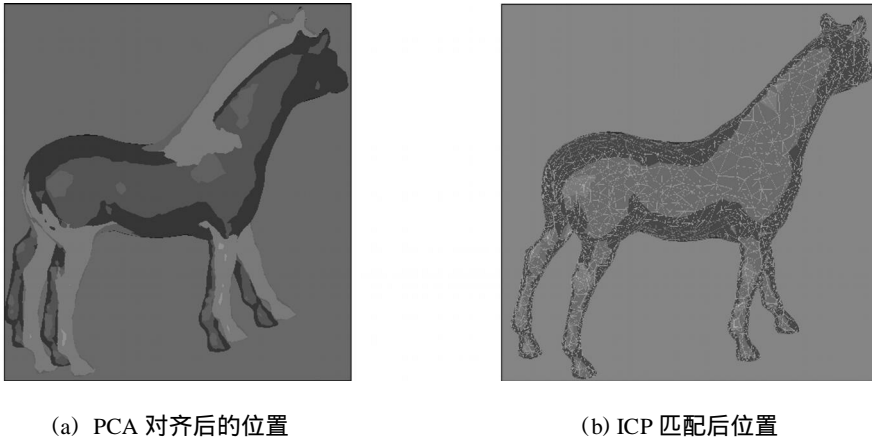


图4 马模型的匹配与相似度评价

Fig. 4 Matching of two horse models and similarity evaluation

## 5 结论

研究分析三维模型匹配方法,应用实例证明所提方法是有效的、方便的,为三维模型搜索、形态差异分析,以及产品的快速定制等应用奠定基础。目前,算法仅针对于三角网格模型,在未来工作中将进一步拓展应用范围,使其可以应用于其他数据模型。

### 参考文献:

- [1] 崔晨旸,石教英. 三维模型检索中的特征提取技术综述[J]. 计算机辅助设计与图形学报,2004,16(7):882-889.
- [2] 杨育彬,林琿,朱庆. 基于内容的三维模型检索综述[J]. 计算机学报,2004,27(10):1297-1310.
- [3] 郑伯川,彭维,张引,等. 3D模型检索技术综述[J]. 计算机辅助设计与图形学报,2004,16(7):873-881.
- [4] 石旭利,肖广,羊子格,等. 改进的多分辨率形态匹配算法研究[J]. 中国图象图形学报,2006,11(11):1661-1664.
- [5] 权胜赫. 基于形状特征三维模型检索的一些关键技术实现研究[D]. 长春:吉林大学,2007.
- [6] RUSIN KIEWICZ S,LEVO Y M. Efficient variants of the ICP algorithm[C]. Third International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling. Quebec:IEEE Xplore,2001:145-152.
- [7] 王集镇,冯培锋,韩宋第. 刀具扫描体与曲面法天求新算法[J]. 华侨大学学报:自然科学版,2005,26(3):295-298.

## Analysis of Triangular Mesh Model Matching

LIU Bin, SHANG Guan-ning, JIANG Kai-yong

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** A triangular mesh model matching method by combination of principal component analysis (PCA) and iterative closet point (ICP) algorithm is presented. Firstly, two 3D models are initially located by using PCA method. Secondly, ICP algorithm is applied to do fine adjustment and calibration. Finally, the similarity of the two models are quantitatively evaluated by using difference sum of squares function. This kind of two-stage location and calibration method, not only makes all comparative models be under the same conditions of calibration, but also advoids the situation in which there is a failure of ICP calibration because of excessive displacement. In the end, case studies about evaluation of the similarity of some comparative models are given.

**Keywords:** 3D models; similarity; matching; principal component analysis; iterative closet point algorithm

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 郑亚青)