第30卷 第5期 华侨大学学报(自然科学版) Vol. 30 No. 5
2009年9月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Sep. 2009

文章编号: 1000-5013(2009)05-0580-05

MARKOV-GARCH模型对我国证券市场在险价值的度量

陈燕武, 吴承业

(华侨大学 商学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 提出一种度量我国证券市场在险价值的MARKOV-GARCH(马尔可夫-广义自回归条件异方差)模型. 即通过MARKOV的性质, 提示市场的跳跃规律, 结合GARCH模型得出市场的波动率, 进一步通过波动率度量市场的在险价值. 实证结果表明, 在确保成功率的前提下, 其度量的在险价值的置信区间比一般GARCH模型所度量的置信区间更小, 而且稳定性也较其他模型强. 该模型在不放大所度量的在险价值区间的前提下, 却取得较高的成功率.

关键词: MARKOV-GARCH模型; 在险价值; 拟合优度; 中国证券市场

中图分类号: O 211.62; F 832.5(2) 文献标识码: A

中国股票市场尚处于发展初期, 具有市场竞争的无序性、运行机制的不规范, 以及投资主体的不理性; 而随着中国股票市场的不断对外开放, 国际资本流动的不确定性因素也随之不断增加. 这些国内外的因素, 造成中国股票市场表现出高度的波动性和高风险特征. 1990年, 马可维茨通过对各种风险度量方法的研究和分析, 将均值与方差相结合, 以方差衡量风险, 以均值衡量收益, 首次为人们提供了具有良好统计特性的风险度量指标. 但是, 以方差衡量风险却对高出均值的投资结果与低于均值的投资结果赋予了相同的权重, 难以符合实际. 因此, 后来的学者提出了更为科学的方法. 其中, 由于在险价值方法测量的是风险的绝对值, 更为直观、简洁, 而且其所度量的是在一定置信水平下所发生的最大损失, 比单一的只考虑其方差的方法更为科学. 在使用在险价值时, 最为关键的是关于波动率的确定问题, 国内大部分学者都是采用广义自回归条件异方差(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, GARCH)族模型的. 陈学华等[1]用VAR-APARCH(Value at Risks-Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)模型来模拟股票市场的丛集性效应、非对称效应, 进而得出不同时期所对应的方差. 龚锐等[2]通过比较GARCH族模型中各模型的预测效果, 选取一个最佳的度量波动率的模型. 陈祥钟等[3]将体制转换模型与广义自回归条件异方差模型相结合, 分析了体制变化前后中国股市的波动率特征. 本文采用一种新型的马尔可夫-广义自回归条件异方差(MARKOV-GARCH)模型, 结合在险价值的度量方法, 对上证综合指数进行度量.

1 新型MARKOV-GARCH模型

传统的马尔可夫-广义自回归条件异方差(MARKOV-GARCH)模型, 是指在GARCH模型的条件异方差方程中引入状态转移概率矩阵, 其状态转移概率矩阵依据MARKOV过程的性质并结合极大似然法估计而得. 模型本身并没有对状态进行划分, 即使是同一数据, 由于其所处的时期不一样, 所属的状态可能也会不一致. 相对于中国的投资者而言, 这可能比较难接受. 通过对普通股民的调查, 一般都认为, 对于大涨或是大跌, 投资者心理都存在着一定的标准, 即认为市场存在着巨大的风险. 因此, 先划

收稿日期: 2008-12-14
通信作者: 陈燕武(1971-), 女, 副教授, 主要从事应用经济计量模型的研究. E-mail: cywhelen@163.com.
基金项目: 高等学校博士点学科专项科研基金(20050385001); 福建省高等学校新世纪优秀人才支持计划项目(07FJRC07); 华侨大学科研基金资助项目(06BS211)

分状态, 再依据状态得出各状态间的转移概率矩阵, 然后, 通过 GARCH 模型估计市场的波动率.

1.1 转移概率矩阵

转移概率矩阵是 MARKOV 过程中的一个重要概念, 其衡量的是各个状态之间相互发生转换的一个概率矩阵. 假设股票市场是弱式有效的, 即当期的股票指数包含了以前所有的信息, 市场只是一阶 MARKOV 过程, 下期的状态只与当期状态有关, 而与前期之前的状态都无关. 则有

$$\left.\begin{aligned} &p_r[s_t=0/s_{t-1}=0]p_{0,0}, \qquad p_r[s_t=0/s_{t-1}=0]p_{0,1},\\ &p_r[s_t=0/s_{t-1}=0]p_{1,0}, \qquad p_r[s_t=0/s_{t-1}=0]p_{1,1}.\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

在式(1)中, 只是设定两状态的一阶转移概率矩阵, 多状态的转移概率矩阵可以类推, 其衡量的是各个状态间的转移概率情况. 如果要预测下一期的市场状况, 则按转移概率取其期望值[4].

1.2 新型 MARKOV-GARCH 模型

模型的具体形式为

$$\left.\begin{aligned} &t_t-u_{s_t}=\phi_1(y_{t-1}-u_{s_{t-1}})+\phi_2(y_{t-2}-u_{s_{t-2}})+\cdots+\phi_n(y_{t-n}-u_{s_{t-n}})+\varepsilon_t,\\ &\sigma_t^2=a_0+\sum_{i=1}^{p}a_i\sigma_{t-i}^2+\sum_{j=1}^{q}b_j\sigma_{t-j}^2+v_t.\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式(2)中, u_{s_t} 为状态均值, 在假设市场是弱式有效的前提下, u_{s_t} 只与前一期有关, 其值等于状态均值的期望值; ϕ_i 为待估计参数, 反映当期对状态均值的偏离受第 i 期的影响程度, ε 为残差项, σ_t^2 为条件异方差, v_t 服从高斯分布; 模型中其他参数的含义与一般的 GARCH 模型一样.

对于该模型的估计, 通常也采用极大似然估计的方法. 首先, 需要确定 y_t 的概率密度函数, 其概率密度函数为

$$\begin{aligned} f(y_t/Y_{t-1})=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}}\exp\{[-((y_i-\phi_1(y_{t-1}-u_{s_{t-1}})-\\ \phi_2(y_{t-2}-u_{s_{t-2}})-\cdots-\phi_n(y_{t-n}-u_{s_{t-n}})+u_{s_t})^2]/2\sigma_t^2\}.\end{aligned} \tag{3}$$

式(3)中, $u_{s_t}=\sum_{i=1}^{k}u_i\cdot p(s_t=i/s_{t-1})$, 表示在第 t 期的状态未知情况下, u_{s_t} 仅依赖于前期所处的状态均值及其转移概率.

其次, 确定对数似然函数, 有

$$\ln l(\phi)=\sum_{t=1}^{T}\ln(f(y_t/Y_{t-1})). \tag{4}$$

式(4)中, ϕ 为待估对数向量, $\phi=(\phi_1\cdots\phi_n, a_0\cdots a_p, b_1\cdots b_q)$.

模型(2)的参数估计可以借助 EVIEWS 编写相关程序来加以估计, 通常所采用的方法是牛顿法[5-6].

2 在险价值及分布拟合检验

2.1 在险价值

在险价值(VaR)是资产在给定的置信水平和目标时段下, 所预期的最大损失(或最坏情况下的损失). 即

$$P_{rob}(\Delta P>R_{Va})=1-c. \tag{5}$$

式(5)中, ΔP 为资产在持有期内的损失, R_{Va} 为置信水平 c 下处于风险中的价值, c 为置信水平. 计算 VaR 的 3 个基本要素, 有一定的置信水平的选择、资产收益的分布情况和资产持有期的选择.

在不对分布做出最一般情况的假设时, 根据 VaR 的定义, 有

$$R_{Va}=W_0(\boldsymbol{Er}-r^*). \tag{6}$$

式(6)中, W_0 为资产的初始值, $\boldsymbol{Er}$ 为资产预期收益率, r^* 为一定置信水平 c 下的最低收益率. 计算在险价值相当于计算最低的收益率 r^*. 假定资产其未来收益率的概率密度函数为 f_p, 则在某一置信水平 c 下的资产收益率最低值 p^* 为

$$1-c=\int_{-\infty}^{p^*}f(p)\mathrm{d}p. \tag{7}$$

为了准确估计在险价值, 既要考虑合适的分布函数, 还要估计资产回报率的条件标准差. 因此, 在计算股票市场的在险价值时, 需要求解出其预期收益、方差及分布函数.

2.2 分布拟合检验

分布拟合检验的目的, 在于寻找与样本数据拟合程度最好的分布形式. 对其检验的方法很多, 如游程检验、秩和检验等. 但是, 使用极大似然估计法和拟合优度法较为科学.

2.2.1 分布的最大似然估计法　极大似然估计的基本思想是, 已经发生的事件在未发生之前其发生的概率最大. 根据 Law 和 Kelton 的定义, 分布的极大似然估计是使分布与给定观测数据之间的拟合程度最佳的函数形式.

对于任意两个拥有 n 个样本值 X 的不同概率密度分布 $f(X)$, $g(X)$ 似然函数可表示为

$$L_1 = \prod_{i=1}^{n} f(X_i, \alpha), \qquad L_2 = \prod_{i=1}^{n} g(X_i, \beta). \tag{8}$$

式(8)中, α, β 均为分布函数的参数. 基于此, 可得到两个分布函数的似然函数值. 似然值越大, 其分布与实际的样本值的拟合程度越高. 若 $l_1 > l_2$, 说明密度函数比密度函数的拟合程度更高, 反之亦然.

2.2.2 拟合优度法　拟合优度是指样本数据的实际统计频率与给定分布之间的拟合概率的接近程度. 它通常被用在比较不同分布函数之间拟合程度, 可以通过 χ^2 检验, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling 检验 3 种方法对拟合优度进行检验. 其中, χ^2 检验是最常用的检验方法, 适用于连续和离散的样本数据. χ^2 检验的定义为

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\overline{P}_i - p_i)^2}{p_i}. \tag{9}$$

式(9)中, $\overline{P}_i$ 为观测到的频率值, p_i 为落在某一区域的理论概率值. 拟合优度统计量测量了分布与样本数据之间的偏差, 拟合优度越小, 拟合程度越好[7].

3 实证分析

实证研究的样本数据为 2004 年 4 月 29 日至 2008 年 4 月 30 日的上证综合指数, 资料来源于兴业证券行情系统(白金版). 用样本数据计算出每天上证综合指数的在险价值(R_{Va}), 并采用返回测试来检验新型 MARKOV-GARCH 模型度量上证综合指数在险价值(R_{Va})的有效性与精确性.

3.1 状态的划分及状态转移概率矩阵

研究的是上证指数收益率的在险价值(R_{Va}). 首先, 将上证指数转换成收益率. 有

$$r_t = \ln(x_t / x_{t-1}). \tag{10}$$

其中, r_t 为收益率, x_t 为上证指数. 将样本按收益率从小到大等量的划分成 5 个状态, 即大跌、小跌、平盘、小涨及大涨; 然后, 求同一状态样本的平均值, 可得到样本均值, 如表 1 所示.

表 1 状态临界值及状态均值

Tab.1 State critical value and state mean

s_i	状态区间	u_{s_i}
s_1	$r \leqslant -3.89\times10^{-3}$	-11.39×10^{-3}
s_2	$-3.89\times10^{-3} < r \leqslant 2.68\times10^{-6}$	-1.80×10^{-3}
s_3	$2.68\times10^{-6} < r \leqslant 2.62\times10^{-3}$	1.30×10^{-3}
s_4	$2.62\times10^{-3} < r \leqslant 6.37\times10^{-3}$	4.40×10^{-3}
s_5	$6.37\times10^{-3} < r$	11.00×10^{-3}

3.2 分布检验

误差项服从何种分布, 对于模型的参数估计及在险价值(R_{Va})的度量都会产生重大的影响. 因此, 在参数估计前, 应先检验样本的分布. 针对于该模型的特殊性, 以样本数据减去样本所处的状态均值为目标序列(模型的均值方程为该序列的自回归方程)来检验误差的分布函数类型, 以 r'_i 来表示目标序列.

假设样本可能服从正态分布、广义误差分布及逻辑分布的一种, 通过目标序列检验误差项具体是服从哪种分布. 在检验时, 为了克服由于参数未知的影响, 假设

$$\mu = \bar{r} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} r'_i, \qquad \sigma = s = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{i=1}^{T}(r'_i - \bar{r})}. \tag{11}$$

由于分布的参数都已知, 再通过似然函数和拟合优度法比较各分布函数的优劣. 在采用拟合优度检验分布函数时, 涉及到实际概率与理论概率的比较问题. 为了解决该问题, 把目标序列随机地分成几个区间.

即拟合优度检验的概率区间临界值有 - 0.02, - 0.01, - 0.005, - 0.003, - 0.002, - 0.001, 0, 0.001, 0.002, 0.003, 0.005, 0.01, 0.02.

当然, 区间分得越小, 其检验结果越精确. 然后, 以统计频率代替实际概率, 在大样本的前提下, 概率和频率较为一致. 最后, 将实际概率与分布函数计算出来的理论概率相比较, 确定拟合优度. 拟合优度检验的概率区间是区间的临界值, 可以统计出介于两个临界值之间的实际频率再与之相对应的理论概率相对比.

根据似然估计函数等式及拟合优度的计算公式, 可以得到如表 2 的检验结果. 从表 2 中可以看出, 广义误差分布的拟合优度为 2.643 977 792, 比正态分布的拟合优度要小得多, 但比逻辑分布的拟合优度要更大些. 其似然估计值是 3 个分布当中最大的. 综合考虑两者, 说明目标序列更服从广义误差分布. 因此, 在模型的参数估计及在险价值的度量中, 采用广义误差分布进行估计.

表 2　分布检验结果

Tab. 2　Distribution test result

概率区间	实际概率	正态分布理论概率	广义误差理论概率	逻辑分布理论概率
< - 0.020	0.023 351 648	$1.557\ 27 \times 10^{-7}$	0.000 360 218	0.005 961 936
> - 0.020, < - 0.010	0.068 681 319	0.005 260 771	0.013 060 248	0.065 916 251
> - 0.010, < - 0.005	0.087 912 088	0.095 170 861	0.068 495 546	0.145 826 114
> - 0.005, < - 0.003	0.068 681 319	0.120 973 122	0.086 976 067	0.099 325 154
> - 0.003, < - 0.002	0.037 087 912	0.083 047 265	0.073 617 849	0.057 780 157
> - 0.002, < - 0.001	0.048 076 923	0.094 593 119	0.105 706 906	0.061 582 152
> - 0.001, < 0	0.064 560 440	0.100 954 705	0.151 783 164	0.063 608 237
> 0, < 0.001	0.076 923 077	0.100 954 705	0.151 783 165	0.063 608 237
> 0.001, < 0.002	0.078 296 703	0.094 593 119	0.105 706 907	0.061 582 152
> 0.002, < 0.003	0.072 802 198	0.083 047 265	0.073 617 849	0.057 780 157
> 0.003, < 0.005	0.115 384 615	0.120 973 123	0.086 976 068	0.099 325 154
> 0.005, < 0.010	0.170 329 670	0.095 170 861	0.068 495 547	0.145 826 114
> 0.010, < 0.020	0.076 923 077	0.005 260 771	0.013 060 249	0.065 916 251
> 0.020	0.010 989 011	$1.557\ 27 \times 10^{-7}$	0.000 360 218	0.005 961 936
拟合优度	-	4 278.902 191 0	2.643 977 792	0.117 698 963
似然估计	-	240.577 626 3	304.120 719 700	162.400 014 400

3.3　模型的参数估计

在确定了误差项的分布函数后, 需要对新型 MARKOV-GARCH 模型进行参数的估计. 参数估计过程中, 对模型的阶数进行检验. 通过赤池信息准则(Akaike Information Criterion, AIC)和 Schwarz 信息准则(Schwarz Information Criterion, SIC)等准则, 设定该实证过程的模型为

$$y_t - u_{s_t} = \phi_3(y_{t-3} - u_{s_{t-3}}) + \varepsilon_t, \qquad \sigma_t^2 = a_0 + a_1\sigma_{t-1}^2 + b_1\varepsilon_{t-1}^2 + v_t. \tag{12}$$

其参数估计的结果, 如表 3 所示. 在表 3 的最后一列中, 如果采用的是广义误差分布, 则统计量为 Z; 若是采用正态分布其统计量为 T, 即式中 ϕ_3 为零, 无论是接受原假设还是拒绝原假设, 其结果都一样, 故其标准差与 Z 统计量没有任何意义.

表 3　模型的参数估计

Tab. 3　Parameter estimation of model

变量	系数	标准偏差	T/Z-统计量	变量	系数	标准偏差	T/Z-统计量
μ_1	- 0.011 3	0.006 8	- 20.117 8	a_0	7.09×10^{-8}	4.28×10^{-8}	1.659 2
μ_2	- 0.001 8	0.001 2	- 18.021 1	a_1	0.973 0	0.008 8	111.105 7
μ_3	0.001 2	0.000 8	19.698 1	b_1	0.016 4	0.004 7	3.461 0
μ_4	0.004 3	0.001 1	49.220 6	对数似然	3 218.338 0		
μ_5	0.011 0	0.005 2	25.723 9	AIC	- 8.867 1		
ϕ_3	0.015 9	0.024 5	0.651 5				

3.4　在险价值的度量

通过模型的参数估计, 利用样本数据可以得到各时期的收益率期望值、方差. 结合检验结果所示样

本数据服从广义误差分布, 可以得到各个时期在95%置信水平下的在险价值(R_{Va}), 采用返回测试方法进行检验. 即R_{Va}最大值为-0.011 800, R_{Va}最小值为-0.002 620, R_{Va}平均值为-0.006 004, R_{Va}标准差为0.001 741, 失败天数为110 d, 成功率为84.83%.

从以上结果可以看出, 虽然该模型的成功率仅有84.83%, 但是该模型度量出的置信区间较小, R_{Va}的平均值仅有-0.006 004, 而一般GARCH模型度量的R_{Va}平均值达到-0.023 9, 是该模型的4倍左右. 而且, 该模型度量的R_{Va}标准差较小, 只有0.001 741, 而一般GARCH模型度量的R_{Va}标准差达到0.010 2, 是该模型的10倍左右. 说明, 该模型度量的在险价值稳定性较好, 而且该模型度量的R_{Va}的最大值和最小值, 也比其他的GARCH模型度量出来结果的更小.

总的来说, 其他模型的成功率较高是以牺牲衡量在险价值的各指标为代价的, 而且其代价很大, 大部分的指标都要放大到原来的好几倍才能保证成功率较高. 该模型在不放大所度量的在险价值区间的前提下, 却取得了较高的成功率.

4 结束语

采用新型MARKOV-GARCH模型结合在险价值的度量方法, 在尽量缩小置信区间的前提下, 能够达到较高的成功率. 该区间的稳定性较强(方差较小), 对于投资者度量当前所处的市场风险有着重要的现实意义. 该模型不仅可用于度量证券市场的风险情况, 还可用于在其他波动性较大的市场.

参考文献:

[1] 陈学华, 杨辉耀. VaR-APARCH模型与证券投资风险量化分析[J]. 中国管理科学, 2003, 11(1): 22-27.

[2] 龚 锐, 陈仲常, 杨栋锐. GARCH族模型计算中国股市在险价值(VaR)风险的比较研究与评述[J]. 数量经济技术经济研究, 2005, 22(7): 68-82, 134.

[3] 陈祥钟, 黄荣坦. 中国股市波动率变化特征的实证分析[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2006, 27(4): 437-440.

[4] HAMILTON J D. Time series analysis[M]. Princeton: Princeton University Press, 1994.

[5] 张世英, 樊 智. 协整理论与波动模型: 金融时间序列分析及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

[6] 高铁梅. 计量经济分析方法与建模: Eviews应用及实例[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.

[7] 王春峰, 李 刚. 基于分布拟合法的VaR估计[J]. 管理工程学报, 2002, 16(4): 33-37.

The Measure of VaR of the Chinese Stock Exchanges Based on a New MARKOV-GARCH Model

CHEN Yan-wu, WU Cheng-ye

(College of Commerce, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: A Markov-generalized autoregressive conditional heteroscedasticity (MARKOV-GARCH) model has been put forth in this paper to measure the value at risk (VaR) of our stock exchange market, namely, it reveals the jumping law of the market based on the MARKOV theory and gets the fluctuation ratio of market combined with the GARCH model and, with witch to have the further measure the VaR of the market. The conclusion shows that, under the insured fitness ratio, the new MARKOV-GARCH model has a narrower confidence interval than that by general GARCH models and also has better stability than other modals. The MARKOV-GARCH model has got a relatively higher fitness ratio on the premise of the modal without expanding the interval of VaR.

Keywords: Markov-generalized autoregressive conditional heteroscedasticity model; value at risk; goodness of fitness; Chinese stock market

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 司福成)