

文章编号: 1000-5013(2009)04-0384-05

# Cher-Möbius 八路数字通信系统的性能仿真

孙桂杰, 苏武浔

( 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021 )

摘要: 利用 MATLAB 软件, 构建 Cher-Möbius 八路数字通信系统, 对 5 种常用函数族( 偶对称方波、奇对称方波、偶对称三角波、奇对称三角波和锯齿波函数族) 调制解调系统进行仿真. 通过计算机编程运算, 对保存的信噪比和错误概率的数据进行处理. 结果表明, 新系统利用调制的原理, 使得原始信号在经过乘法器之后得到的信号的带宽有较大幅度的提高, 相当于对原始信号进行了扩频变换.

关键词: Cher-Möbius 变换; 八路数字通信系统; 性能分析; 错误概率; 信噪比

中图分类号: TN 919.72

文献标识码: A

近年来, 陈难先教授使用无穷级数的 Möbius 反演公式解决了一系列物理中的逆问题, 引起国际学术界的高度重视<sup>[1-5]</sup>. 把 Möbius 变换应用到通信系统中, 则又是一个新的起点<sup>[6]</sup>. 其基本理论是, 在对信号进行调制和解调时, 调制与相干解调的函数是不同的函数( 族), 虽然它们是相互正交的函数族, 但每一个函数族本身却是非正交的, 或称为斜正交的. 在传统的模型中, 两个正交的调制与解调的函数是同一个函数( 族), 此函数族内本身是正交的. 本文对 Cher-Möbius 八路数字通信系统进行仿真, 并对系统的性能进行分析.

## 1 Cher-Möbius 通信系统

在数论中, Möbius 函数定义为

$$\mu(n) = \begin{cases} 1, & n = 1, \\ (-1)^r, & n \text{ 是 } r \text{ 个不同质数的乘积,} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

对于定义在  $(-\infty, +\infty)$  上的两个函数  $G(x)$  和  $g(x)$ , 有

$$G(x) = \sum_{n=1}^{\infty} g(nx) \Leftrightarrow g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(n) G(nx),$$

即为 Möbius 逆变公式. 根据数论中的 Möbius 逆变公式, 可以得到 Cher-Möbius 变换公式, 其具体推导过程及逆变系数的计算, 文[6]都进行了详尽的论述.

把 Cher-Möbius 变换应用到通信系统中, 就是把信号调制在非正交周期函数族上. 这些非正交周期函数族是现代数字通信技术中最常用的信号(例如方波、矩形波、三角波、锯齿波及全、半波余弦等)的 Cher-Möbius 逆变换函数族, 而这些数字信号作为相干解调函数族. 由此, 在这两族本身是非正交但相互正交的函数族的基础上, 建立了一个与传统通信系统完全不同的通信系统, 即 Cher-Möbius 数字通信系统.

## 2 Cher-Möbius 多路通信系统的基本原理

在数字信号的基带传输中, 可以利用几种常用的信号波形与其经过 Cher-Möbius 变换, 对所得

收稿日期: 2008-05-14

通信作者: 苏武浔(1947-), 男, 教授, 主要从事电路理论与通信工程的研究. E-mail: suwuxun@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(Z0512007)

的逆变换结果进行数字信号的编码传输<sup>[7]</sup>. Cherr Möbius 多路传输系统的基本框图, 如图 1 所示. 在图 1 中,  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  和  $S_d(nt)$  分别表示调制函数和解调函数.

在发送端, 可采用与  $S_d(nt)$  正交的逆变换函数族  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  进行编码传输. 其中,  $\tilde{S}_{d,n}(nt) = \sum_{m=n} I(\frac{n}{m}) \times \cos mt$  或者  $\tilde{S}_{d,n}(nt) = \sum_{m=n} I(\frac{n}{m}) \sin mt$  (求和是对  $n$  的所有整数因子, 包括  $n$  和 1 本身的求和), 而每一频率分量前面的系数  $I(\frac{n}{m})$  是由逆变换计算出来的. 在接收端, 用  $S_d(nt)$  进行相干解调( $S_d(nt)$  为几种常用的信号, 如偶奇三角波、偶奇方波、锯齿波等).

为更直观地描述  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  和  $S_d(nt)$  信号, 假定  $n=10$ 、基频  $f_0=1\text{ kHz}$  (最高频率为  $10\text{ kHz}$ ) 且信号  $S_d(nt)$  的幅值为 1, 可分别画出 5 种函数族相对应的  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  和  $S_d(nt)$  信号, 如图 2 所示. 图 2 中, 自上而下分别为偶对称方波、奇对称方波、偶对称三角波、奇对称三角波和锯齿波函数族; 左半部分描述了 5 种函数族的  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  信号, 而右半部分则描述了  $S_d(nt)$  信号. 在图 1 的多路通信系统中, 没有采用时分复用或频分复用, 只是简单的把各个支路信号叠加到一个信道中进行传输. 这样做的目的, 是为了更好的验证 Cherr Möbius 通信系统的性能.

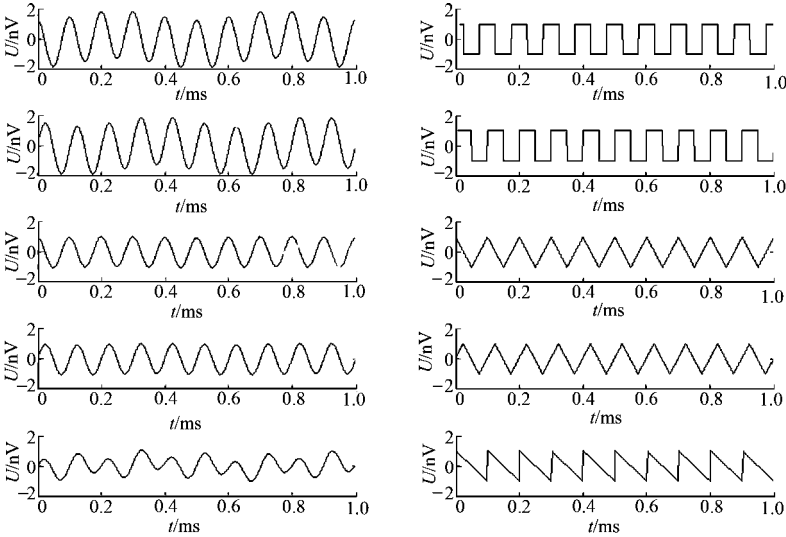


图 2 5 种函数族的  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  和  $S_d(nt)$

Fig. 2 The  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  and  $S_d(nt)$  of five kinds' functions

3 Cherr Möbius 八路通信系统仿真

3.1 八路仿真的基本方法

对于八路仿真, 取  $n$  分别为 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 时的 8 种  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  和  $S_d(nt)$  分别作为八路的调制解调信号, 基频  $f_0=1\text{ kHz}$  且解调信号  $S_d(nt)$  的幅值为 1. 在仿真过程中, 八路的调制解调信号都取自同一函数族, 系统的采样时间为  $1.0\text{ }\mu\text{s}$ , 且一次的仿真时间为  $10\text{ min}$ .

Cherr Möbius 八路通信系统的 MATLAB 仿真模型, 如图 3 所示. 其中, Random Integer Generator 为随机整数生成器, In 1~In 16 为输入端口, UnitDelay 为延迟单元, Product 为乘法器, To Workspace 为返回工作空间模块, Band-limited White Noise 为产生带限白噪声模块, Analog Filter Design 为滤波器设计模块, Rounding Function 为四舍五入模块, Relational Operator 为判决模块, Tsamp 为采样模

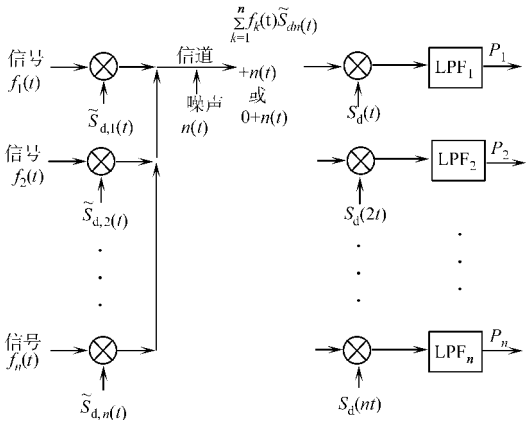


图 1 Cherr Möbius 多路通信系统

Fig. 1 Cherr Möbius multi channel communication system

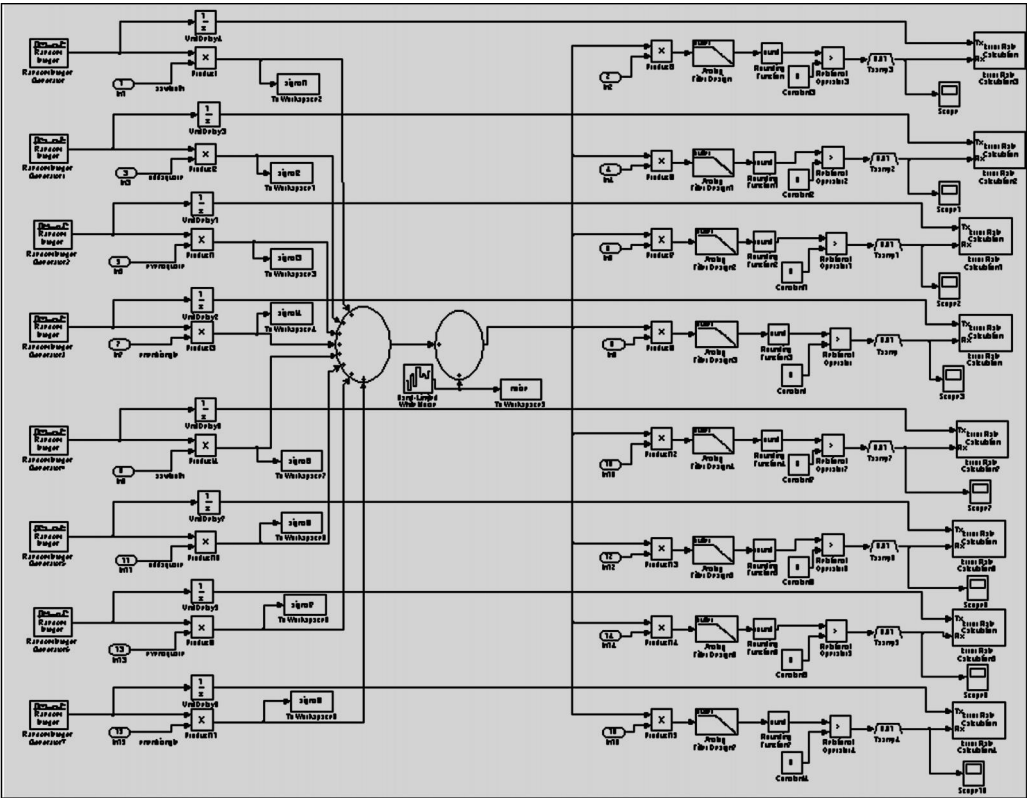


图 3 Cherr Möbius 八路通信系统仿真框图

Fig. 3 The figure of Cherr Möbius eight-channel communication system simulated

块, Error Rate Calculation 模块用来计算错误概率.

在图 3 的仿真框图中, In 1, In 3, In 5, In 7, In 9, In 11, In 13, In 15 端口用来输入  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  信号; In 2, In 4, In 6, In 8, In 10, In 12, In 14, In 16 用来输入分别与  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  相正交的  $S_d(nt)$  信号; Band limited White Noise 中的噪声功率参数设置为 Pnoise, 在 MATLAB 空间中给出 Pnoise 的初始值、步长、终值; 其他的参数设置, 这里不再给出.

在仿真图中各参数设置好后, 固定输入信号的功率(即输入信号不变), 通过计算机编程, 改变 Pnoise 的值来控制各个支路的信噪比. 仿真中, 由于是把各个支路的信号直接叠加而构成了八路系统, 所以在计算错误概率的时候(以第 1 路为例), 其他 7 路相对于这一路(第 1 路)都是干扰信号, 可以看作是噪声信号. 这样做的目的, 是为了更好的验证 Cherr Möbius 数字通信系统超强的抗噪性能.

3.2 性能仿真结果

确定  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  和  $S_d(nt)$  信号后, 根据图 3 所示的 Cherr-Möbius 八路通信系统仿真框图, 对 5 种常用函数族(偶对称方波、奇对称方波、偶对称三角波、奇对称三角波和锯齿波函数族)调制解调系统进行仿真. 通过计算机编程运算, 对保存的信噪比( $R$ )和错误概率( $P_b$ )的数据进行处理, 就可以画出各个系统的每个支路在此系统中的信噪比-错误概率曲线, 如图 4 所示.

从八路仿真的结果来看, 在同样的带宽和扩频增益条件下, 三角波函数族调制解调系统的性能最优, 其次是方波函数族调制解调系统, 最后是锯齿波函数族调制解调系统. 从图 4 还可以看出, 锯齿波函数族调制解调系统的信噪比-错误概率曲线的趋势与其他系统的不太一致, 这主要是由软件的仿真的精度导致的. 在频率很高时, MATLAB 生成的锯齿波函数有所失真. 即使是这样, 锯齿波函数族调制解调系统的各个支路在信噪比为负分贝时, 错误概率都能以不同的速度逼近于零. 这在传统的八路通信系统(各个支路简单的叠加)中是很难办到的.

3.3 仿真结果分析

对 Cherr Möbius 数字通信系统的优势, 这里只做一下初步的分析.  
首先, 对于传统的调制解调系统, 其调制解调函数族是同一个函数族, 即正、余弦函数, 正、余弦函数

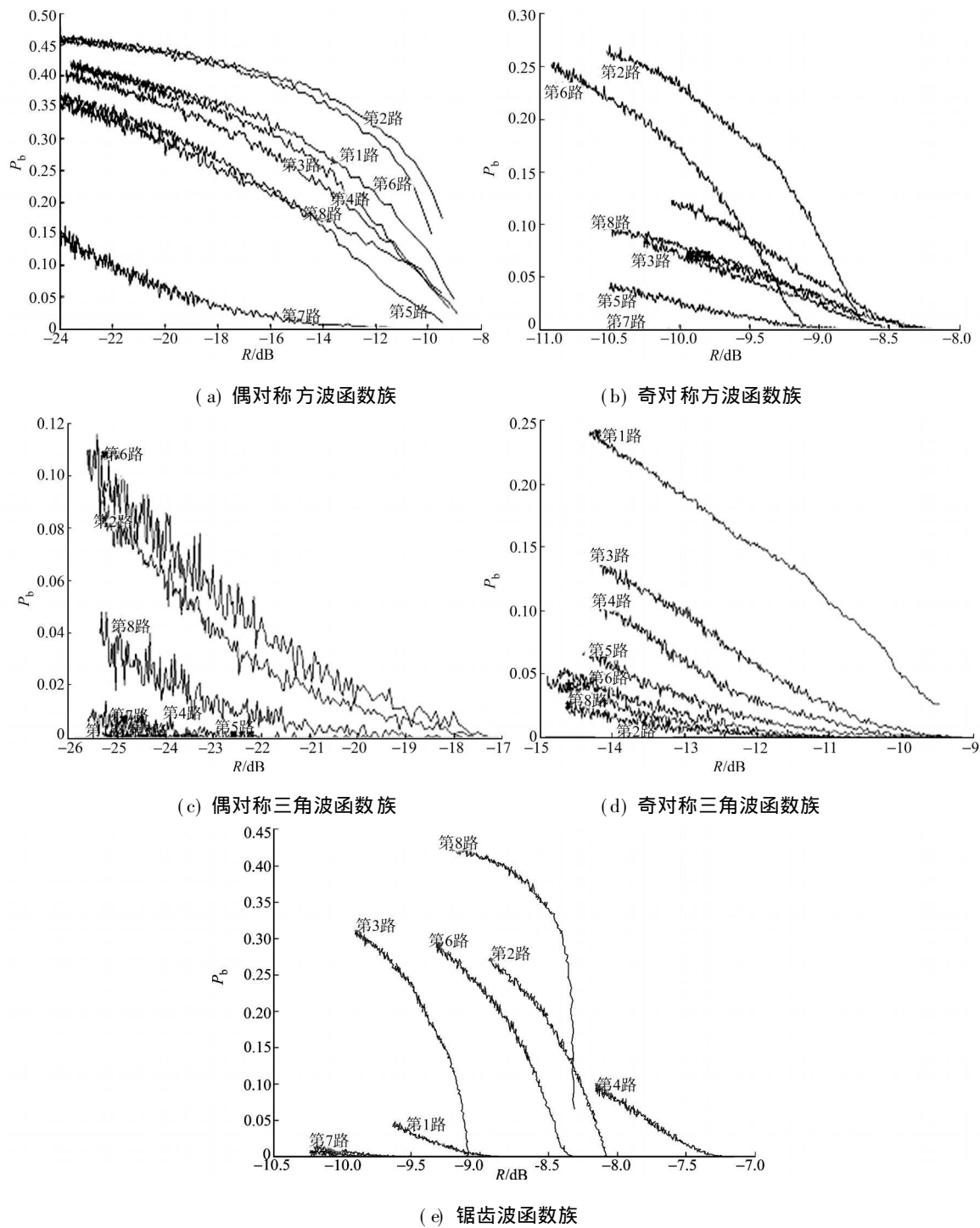


图 4 5 种函数族的信噪比与错误概率曲线

Fig.4 The figure of the error rates to S/N of five kinds' functions

和 1 构成了完备的正交集, 也就是说它们不但是相互正交的, 而且本身也是正交的. 因此, 在进行同步相干解调时, 噪声中的同频与所有各个倍频的分量( 包括与其有固定相位差的正弦或余弦的分量), 都会被解调出来, 也就大大增加了解调出来信号中的噪声功率, 当然也就降低了系统的性能.

对于新型的系统, 虽然  $\tilde{S}_{d,n}(t)$  信号和  $S_d(nt)$  信号是相互正交的, 但它们各自的函数族却是不正交的. 噪声信号都是随机的, 其与 Cherr Möbius 系统的解调波  $S_d(nt)$  要完全正交是很困难的.  $S_d(nt)$  是周期数字信号, 从傅里叶分析的观点看, 其频谱有极其广泛的分量, 在作相干解调时, 各个频谱分量上的噪声也都会被解调出来. 但由于噪声的随机性, 其总的平均值会接近于零. 因此, 增加到信号上的噪声功率自然就小了, 信噪比的提高当然就会大大提高新系统的性能.

## 4 结束语

对 Chen-Möbius 八路数字通信系统进行了 Matlab 仿真, 结果表明, 虽然各支路性能有一定的差别, 但是都能在信噪比为负几分贝时错误概率逼近于零, 这是传统的通信系统几乎达不到的. 由于新系统利用了调制的原理, 使得原始信号在经过乘法器之后, 得到的信号的带宽有较大幅度的提高, 相当于对原始信号进行了扩频变换. 这对于在带宽资源相对紧张的通信系统中应用是有限制的, 但随着光纤通信技术的发展, 相信这并不能成为该系统发展的瓶颈. 把 Chen-Möbius 变换应用到通信系统中, 虽然还处于初步的研究阶段, 但却有较好的应用前景.

### 参考文献:

- [1] CHEN Nai-xian. Modified möbius inverse formula and its applications in physics[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(11): 1193-1195.
- [2] CHEN Nai-xian, ZHANG Chen-fu, ZHOU Mai, et al. Closed-form solution for inverse problems of Fermi systems[J]. Phys Rev (E), 1993, 48(2): 1558-1561.
- [3] WEI Yi-chuan, CHEN Nai-xian. Square wave analysis[J]. J Math Phys, 1998, 39(8): 4226-4245.
- [4] 陈难先, 刘 刚. Fermi 体系逆问题的一种新解法[J]. 自然科学进展, 2003, 13(5): 473-477.
- [5] MADDIX J. Möbius and problems of inversion[J]. Nature, 1990, 29(344): 377.
- [6] SU Wu-xun, ZHANG Wei-bin, WANG Jia-cheng, et al. The evaluations of the inverse transform of eight often-used waveforms by Möbius transform: The inverse transform of their Fourier series[J]. Chinese Journal of Electronics, 2005, 14(3): 513-518.
- [7] 苏武浚, 陈 方, 魏腾雄. 陈-Möbius 八路载波数字通信系统的仿真[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2007, 28(3): 246-251.

## Performance Simulation of Chen-Möbius Eight-Channel Digital Communication System

SUN Guo-jie, SU Wu-xun

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** Utilizing the MATLAB software platform, the Chen-Möbius eight channels digital communication system is constructed. The modem system for five often-used function set (i.e. even and odd symmetrical square wave, even and odd symmetrical triangle wave and saw-tooth wave) is simulated. Through the computer programmed calculations, the stored data of the ratio of signal to noise and error rates is treated. The results have shown that the new system utilizes the modulation principle and make the band width of the original signals being wider obviously. It is equivalent to perform the frequency expanding transform to the original signals.

**Keywords:** Chen-Möbius transform; eight channel digital communication systems; performance analysis; the bit error rates; signal to noise ratio

(责任编辑: 陈志贤 英文审校: 吴逢铁)