

文章编号: 1000-5013(2009)02-0215-06

大跨度公铁斜拉桥的几何非线性效应

王 颀¹, 瞿伟廉²

(1. 武汉理工大学 土木工程与建筑学院;

2. 武汉理工大学 道路桥梁与结构湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430070)

摘要: 考虑几何非线性效应, 计算大跨度公铁斜拉桥承载能力和正常使用极限状态下的结构变形和内力. 采用分步迭代调索方法计算成桥索力, 建立迭代修正 Ernst 公式, 在索力计算和结构内力计算中考虑垂度效应, 研究拉索垂度效应、梁柱效应和大位移效应对斜拉桥极限状态时内力的影响. 研究表明, 几何非线性对大跨度公铁斜拉桥的内力影响比较显著, 线性计算结果与非线性计算结果相比偏不安全, 在公铁斜拉桥结构设计中, 必须计入几何非线性的影响. 各种非线性因素中斜拉索的垂度效应最为显著, 其影响效应随外荷载的增大而变大.

关键词: 斜拉桥; 极限状态; 几何非线性; 垂度效应

中图分类号: U 448.271

文献标识码: A

相对公路斜拉桥而言, 公铁两用斜拉桥的铁路列车活载大、运行速度高, 对结构稳定性、安全性要求较高. 目前, 世界上已建成的主跨 400 m 以上的公铁两用斜拉桥仅 4 座. 其中, 我国在建的武汉天兴洲长江大桥是最大主跨为 504 m 的公铁斜拉桥. 目前, 对这种跨度大、荷载大, 具有一系列特殊的力学特性的斜拉桥的研究有限. 进行大跨度公铁斜拉桥非线性影响研究, 对于此种桥型的设计、施工及结构安全研究都具有十分重要的意义. 桥梁结构非线性分为材料非线性和几何非线性. 对正常使用阶段的斜拉桥, 一般不允许出现塑性变形, 结构处于几何非线性工作状态. 本文以几何非线性影响研究为主, 考虑材料屈服强度和极限强度, 分析结构在极限状态下的静力响应.

1 计算方法

1.1 分析模型

对大跨度斜拉桥来说, 几何非线性效应非常显著^[1-2], 在设计分析中必须考虑. 斜拉桥结构几何非线性主要来自于索的垂度影响、梁柱效应及大位移效应 3 个方面. 为了考察结构几何非线性效应对斜拉桥极限状态时受力的分析, 采用如下 4 种分析模型. (1) 模型 1 为线性分析. 其计算结果将与各非线性分析结果进行比较, 确定各非线性因素对分析结果的影响系数. (2) 模型 2 为仅考虑拉索垂度效应的非线性分析. (3) 模型 3 为仅计入梁柱效应和大位移效应的非线性分析. (4) 模型 4 为考虑所有几何非线性效应. 计算分析的前提是线性计算和非线性计算采用的成桥索力是一致的.

1.2 成桥索力计算方法

在斜拉桥受力分析中, 首先必须确定斜拉索的成桥索力. 目前, 国内外斜拉桥成桥索力的计算方法, 大致有受力状态的索力优化法、无约束优化索力法、有约束优化索力法及多约束条件优化方法^[3-4]. 本文提出一种索力分步迭代的方法. 首先, 按最小能量法计算斜拉索拉力及相应应变, 将此应变作为初始应变施加到斜拉索上, 重新求解结构在自重作用下拉索的应变及斜拉桥的几何构形. 然后, 以主梁最大竖向位移 u_i 为评判目标, 重复应变迭代、方程求解、结果提取和目标函数判断的过程, 最小 u_i 所对应的拉

收稿日期: 2008-01-22

通信作者: 王 颀(1977), 女, 讲师, 工学博士, 主要从事桥梁工程的研究. E-mail: wangweiyi_china@yahoo.com.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50708086)

索拉力为成桥索力.

在按最小能量法计算初始索力时, 取结构的弯曲应变能为目标函数, 令 $EI \rightarrow 0$ 或 $EA \rightarrow 0$. 对于离散的杆系结构, 弯曲应变能为

$$U = \sum_{i=1}^m \frac{l_i}{2E_i I_i} M_i^2.$$

式中, l_i, E_i, I_i, M_i 分别表示单元的长度、弹性模量、抗弯惯矩和弯矩. $M_i = M_0 + C_i T_i$. 其中, C_i 为索力对弯矩的影响系数, T_i 为索力. 要使索力调整后结构弯曲应变能最小, 则 $\partial U / \partial T_i = 0, i = 1, 2, 3, \dots, l$.

1.3 索的垂度效应

在分析斜拉桥结构时, 如果将斜拉索单元模拟成桁架单元, 会产生计算模型与实际结构之间的误差. 通常用 Ernst 公式^[5]修正索的弹性模量, 即

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + \frac{(WL)^2 AE}{12T^3}}.$$

式中, E_{eq} 为拉索等效弹性模量, E 为拉索弹性模量, W 为单位长度拉索的重量, L 为拉索的水平投影长度, A 为拉索的横截面积, T 为拉索初始索力.

对于中小跨径斜拉桥, 采用 Ernst 公式修正索弹性模量能满足精度要求. 但对于跨径大、自重和活载均较大的斜拉桥, 使用 Ernst 公式修正索弹性模量精度则较低. Wang 等^[6]提出一种适用于大跨度斜拉桥索力调整的修正 Ernst 公式为

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + \frac{(WL)^2 (T_i + T_f) AE}{24T_i^2 T_f^2}}.$$

式中, T_i 和 T_f 分别为一级荷载增量步内拉索初始索力和最终索力.

针对分步迭代的成桥索力计算过程, 在确定拉索的弹性模量时提出相应的嵌入式迭代的修正 Ernst 公式, 在每次迭代计算索力的同时也修正相应的拉索弹性模量. 即

$$E_{i+1} = \frac{E_i}{1 + \frac{(WL)^2 (T_i + T_{i+1}) AE_i}{24T_i^2 T_{i+1}^2}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

式中, E_i 为第 i 步迭代初所使用的索的弹性模量, 初始迭代时采用的拉索弹性模量 E_1 取拉索弹性模量 E ; E_{i+1} 为第 i 步迭代完成后得到的经过修正的弹性模量; T_{i+1} 为第 i 步迭代完成时得到的拉索索力.

1.4 梁柱效应

斜拉索的初始拉力使桥塔和部分主梁在运营之前就存在较大应力, 需要考虑单元初内力对单元刚度矩阵的影响. 即结构现有内力引起的结构刚度变化对本期荷载响应的影响问题. 这常通过引入单元几何刚度矩阵或稳定函数的方法来考虑.

1.5 大变形效应

对公铁斜拉桥, 活载占总量(恒载+活载)的比例较大, 活载作用产生的结构线型变化也较大, 其影响自然也较大. 在全桥受力分析中, 几何形状的变化是不可忽视的非线性影响因素. 采用 UL (Updated Lagrangian) 列式求解大位移问题, 不仅能考虑大变形效应, 同时也能考虑到梁柱效应. UL 列式将参考坐标选在变形后的位置上, 节点坐标跟随结构一起变化, 它直观上更符合变形体的运动过程, 物理概念上更容易理解. 每施加一级荷载后, 平衡方程建立在新的变形位置上.

1.6 算法

分步嵌入迭代修正弹性模量的迭代索力计算过程有以下 5 个步骤.

(1) 按最小能量法计算斜拉索拉力 T_1 .

(2) 将 T_1 施加到斜拉索上, 斜拉索弹性模量为 E , 在自重作用下, 考虑梁柱效应和大位移效应求解主梁最大竖向位移 u_1 及此时的斜拉索拉力 T_2 .

(3) 斜拉索修正的 Ernst 弹性模量 E_2 计算式为

$$E_2 = E / [1 + (WL)^2 (T_1 + T_2) AE / (24T_1^2 T_2^2)],$$

经计算, 可得到与拉力 T_2 相对应的斜拉索修正的 Ernst 弹性模量 E_2 .

(4) 重复步骤(2), (3), 将迭代得到的 T_i 施加到斜拉索上. 此时, 斜拉索弹性模量取 E_i , 有

$$E_i = E_{i-1} / [1 + (WL)^2 (T_{i-1} + T_i) AE_{i-1} / (24 T_{i-1}^2 T_i^2)].$$

在自重作用下, 考虑梁柱效应和大位移效应求解主梁最大竖向位移 u_i .

(5) 以 u_i 为评判目标, 选取最小 u_i , 其所对应的拉索拉力 T_i 即所求成桥索力.

2 计算实例

2.1 天兴洲公铁斜拉桥方案

图 1 为湖北武汉天兴洲大桥半桥跨示意图. 大桥为 98 m+ 196 m+ 504 m+ 196 m+ 98 m 的双塔三索面的公铁两用斜拉桥. 主跨 504 m, 设有边墩和辅助墩, 间距 98 m. 上层通公路, 双向 6 车道; 下层通铁路, 4 线铁路(2 线货运 2 线客运). 主桁高 15.2 m, 节间宽 14 m, 共 3 片主桁, 桁间距 30.0 m. 钻石型桥塔, 塔高 188.5 m. 一根主塔上有 3 个斜拉索索面, 每一索面由 16 对斜拉索组成. 全桥共 192 根斜拉索. 图 1 约束设置: 采用适当约束模拟边墩和辅助墩, 主桁架下弦节点在边墩及辅助墩处约束 u_y, u_z, rot_x 和 rot_z 4 个自由度. 主梁在塔墩处采用耦合 u_y, u_z, rot_x, rot_z 共 4 个自由度. 材料参数: 钢桁材料弹性模量为 210 GPa, 屈服强度为 340 MPa, 极限强度为 550 MPa; 桥塔和桥面板混凝土材料弹性模量为 35 GPa, 抗压屈服强度为 36.5 MPa, 抗拉屈服强度为 3.5 MPa.

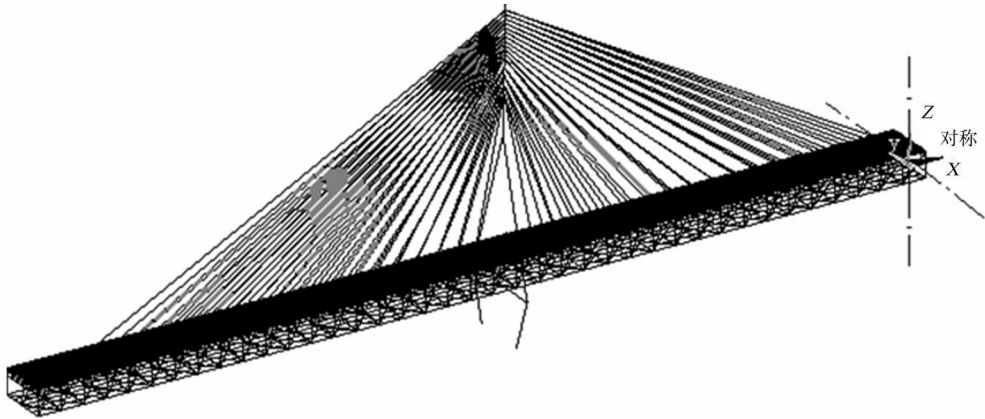


图 1 天兴洲大桥结构(半跨)示意图
Fig. 1 Scheme of Tian Xingzhou bridge (half span)

2.2 荷载组合

通过设置自重加速度, 恒载的施加由程序自动实现; 活载选用 6 车道公路 iv 级荷载和 4 线中-活载, 荷载按照规范^[7-10]考虑折减系数及冲击系数, 并进行相应的组合. 结构安全等级确定为一级, 荷载组合有以下两种极限状态. (1) 承载能力极限状态. $1.1 \times (1.2 \times \text{恒载} + 1.4 \times (\text{列车动力系数} \times 4 \text{ 线中-活载} \times 0.8 + \text{汽车动力系数} \times 6 \text{ 线公路-iv 级} \times 0.55 \times 0.75))$, 同时考虑制动力效应, 按竖向静活载的 10% 计算. (2) 正常使用极限状态. $\text{恒载} + 0.4 \times (4 \text{ 线中-活载} \times 0.8 + 6 \text{ 线公路-iv 级} \times 0.55 \times 0.75)$, 同时考虑制动力效应, 按竖向静活载的 10% 计算.

在两种极限状态下分别计算两种荷载工况. (1) 工况 1. 恒载+ 全桥满布活载(包括列车活载和汽车活载). (2) 工况 2. 恒载+ 主跨满布活载(包括列车活载和汽车活载). 在正常使用极限状态下, 采用芜湖桥的标准, 静活载引起的最大竖向挠度 $\delta = L/550 = 504/550 = 0.916 \text{ m}$. 其中, L 为中跨跨径.

2.3 成桥索力分析

根据本文确定的斜拉桥成桥索力计算方法进行迭代计算, 经过 3 次迭代便能得到合理成桥索力. 分别计算出斜拉桥在线性状态和非线性状态下的成桥索力, 非线性因素对斜拉桥成桥时内力的影响如图 2 所示. 由于天兴洲大桥为对称结构, 且拉索较多, 故图 2 仅列出半桥跨中索面共 32 根斜拉索索力的线性与非线性对比结果.

由图 2 可知, 靠近塔柱和辅助墩及跨中的斜拉索受非线性影响相对较大. 成桥阶段拉索受综合非线

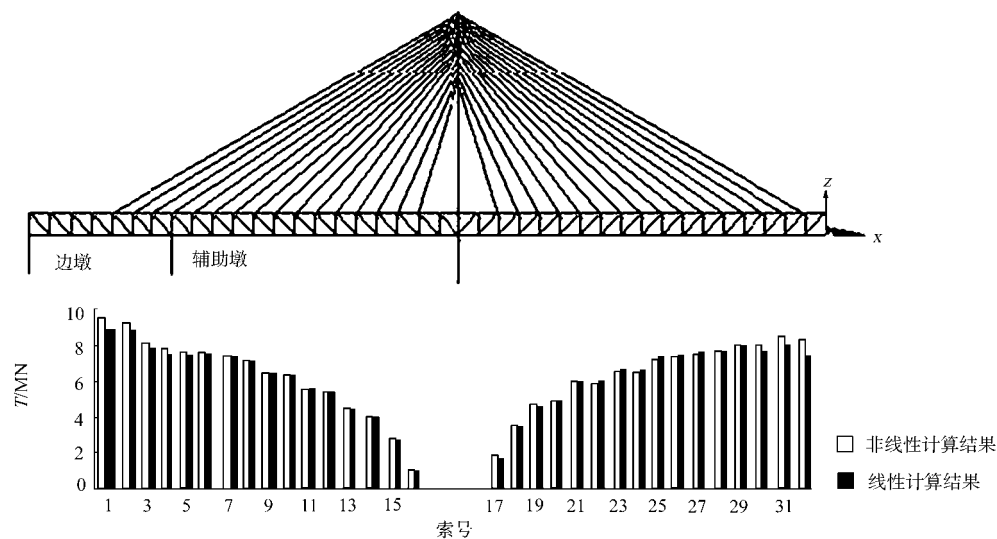


图 2 成桥索力非线性与线性计算结果对比表

Fig. 2 Comparison between the nonlinear results and linear results of completed bridge cable forces

性因素影响的平均水平为 2.2%, 最大影响系数为 12.3%. 非线性状态下成桥索力(半跨)计算结果, 如表 1 所示. 表 1 中, T 为索力, + 表示位于 Y 轴正坐标的斜拉索, - 表示位于 Y 轴负坐标的斜拉索. 编号从最靠近主塔的斜拉索到最外侧斜拉索从 1 到 16 顺序排列.

表 1 成桥索力(半跨)

Tab. 1 Cable forces of completed stage of bridge (half span)

斜拉索位置	T/kN	斜拉索位置	T/kN	斜拉索位置	T/kN	斜拉索位置	T/kN
1- 左- 中	1 003.157 0	5- 左- 中	5 273.924	9- 左- 中	6 969.445	13- 左- 中	7 267.909
1- 左- 边(+)	910.114 7	5- 左- 边(+)	4 528.632	9- 左- 边(+)	6 266.459	13- 左- 边(+)	7 109.263
1- 左- 边(-)	915.704 8	5- 左- 边(-)	4 512.547	9- 左- 边(-)	6 253.552	13- 左- 边(-)	7 112.135
1- 右- 中	1 655.731 0	5- 右- 中	5 748.662	9- 右- 中	7 106.895	13- 右- 中	7 653.026
1- 右- 边(+)	1 267.966 0	5- 右- 边(+)	4 980.094	9- 右- 边(+)	6 464.476	13- 右- 边(+)	7 224.283
1- 右- 边(-)	1 264.632 0	5- 右- 边(-)	4 959.894	9- 右- 边(-)	6 444.159	13- 右- 边(-)	7 214.308
2- 左- 中	2 614.488 0	6- 左- 中	5 384.204	10- 左- 中	7 216.891	14- 左- 中	7 556.324
2- 左- 边(+)	2 027.628 0	6- 左- 边(+)	4 692.425	10- 左- 边(+)	6 548.418	14- 左- 边(+)	7 382.971
2- 左- 边(-)	2 021.119 0	6- 左- 边(-)	4 676.323	10- 左- 边(-)	6 539.410	14- 左- 边(-)	7 387.147
2- 右- 中	3 335.662 0	6- 右- 中	5 734.019	10- 右- 中	7 260.568	14- 右- 中	7 473.962
2- 右- 边(+)	2 722.285 0	6- 右- 边(+)	5 028.973	10- 右- 边(+)	6 680.128	14- 右- 边(+)	7 100.010
2- 右- 边(-)	2 712.473 0	6- 右- 边(-)	5 008.644	10- 右- 边(-)	6 662.274	14- 右- 边(-)	7 092.694
3- 左- 中	3 873.629 0	7- 左- 中	6 139.292	11- 左- 中	7 303.539	15- 左- 中	8 554.106
3- 左- 边(+)	3 171.417 0	7- 左- 边(+)	5 409.058	11- 左- 边(+)	6 747.287	15- 左- 边(+)	8 225.344
3- 左- 边(-)	3 159.858 0	7- 左- 边(-)	5 391.973	11- 左- 边(-)	6 742.459	15- 左- 边(-)	8 229.454
3- 右- 中	4 495.461 0	7- 右- 中	6 428.246	11- 右- 中	7 398.837	15- 右- 中	7 668.753
3- 右- 边(+)	3 764.070 0	7- 右- 边(+)	5 703.946	11- 右- 边(+)	6 875.680	15- 右- 边(+)	7 338.160
3- 右- 边(-)	3 749.182 0	7- 右- 边(-)	5 681.809	11- 右- 边(-)	6 860.526	15- 右- 边(-)	7 333.652
4- 左- 中	4 305.205 0	8- 左- 中	6 272.332	12- 左- 中	7 219.13	16- 左- 中	8 723.032
4- 左- 边(+)	3 630.521 0	8- 左- 边(+)	5 599.517	12- 左- 边(+)	6 858.453	16- 左- 边(+)	8 338.398
4- 左- 边(-)	3 617.329 0	8- 左- 边(-)	5 584.664	12- 左- 边(-)	6 858.445	16- 左- 边(-)	8 342.129
4- 右- 中	4 768.325 0	8- 右- 中	6 484.662	12- 右- 中	7 472.185	16- 右- 中	7 177.647
4- 右- 边(+)	4 068.688 0	8- 右- 边(+)	5 828.791	12- 右- 边(+)	7 002.665	16- 右- 边(+)	6 951.676
4- 右- 边(-)	4 052.085 0	8- 右- 边(-)	5 808.128	12- 右- 边(-)	6 990.155	16- 右- 边(-)	6 950.747

2.4 计算结果

在计算出的成桥索力下, 施加本文确定的荷载组合, 进行斜拉桥承载能力极限状态和正常使用极限状态下线型及内力计算. 两种极限状态下, 跨中挠度(δ)计算结果及各项非线性因素对跨中挠度的影响,

如表 2 所示. 表 2 中, η 为相对误差. 由表 2 可以得出以下 4 点结论. (1) 工况 2 较工况 1 不利, 表明辅

表 2 两种极限状态下跨中挠度

Tab. 2 Midspan deflections of two limit states

极限状态	工况	线性分析	仅考虑索的垂度效应		仅考虑梁柱和大位移效应		全几何非线性分析数值	
		δ	δ	$\eta_r / \%$	δ	$\eta_r / \%$	δ	$\eta_r / \%$
承载能力	1	1.787	1.065	- 40.4	1.820	1.8	1.071	- 40.1
	2	1.936	1.085	- 44.0	1.952	0.8	1.091	- 43.6
正常使用	1	0.500	0.410	- 18.0	0.504	0.8	0.406	- 18.8
	2	0.537	0.415	- 22.7	0.541	0.7	0.411	- 23.5

助墩有助于改善斜拉桥受力. (2) 正常使用极限状态下的跨中挠度小于规定的最大挠度, 满足要求. (3) 在成桥索力相同的情况下, 各种非线性因素都会改变结构的受力状态. 其中斜拉索的垂度效应最为显著, 其影响系数高达 44%. (4) 施加的外荷载越大, 非线性影响越明显. 正常使用极限状态下, 非线性影响系数最大为 23.5%, 而承载能力极限状态下为 44%.

分析可知, 该斜拉桥结构复杂, 工况 2 较工况 1 不利, 承载能力极限状态较正常使用极限状态的可靠度低. 为研究非线性对主梁内力的影响, 仅列出在最不利状态下斜拉桥主要构件的应力状态. 在承载能力极限状态下, 斜拉桥中的铁路平联、铁路货运纵梁、主桁斜杆、主桁竖杆应力(σ)的线性与非线性效应比较, 如图 3 所示. 图 3 中一共比较了线性分析、仅考虑大位移效应和梁柱效应、仅考虑垂度效应和

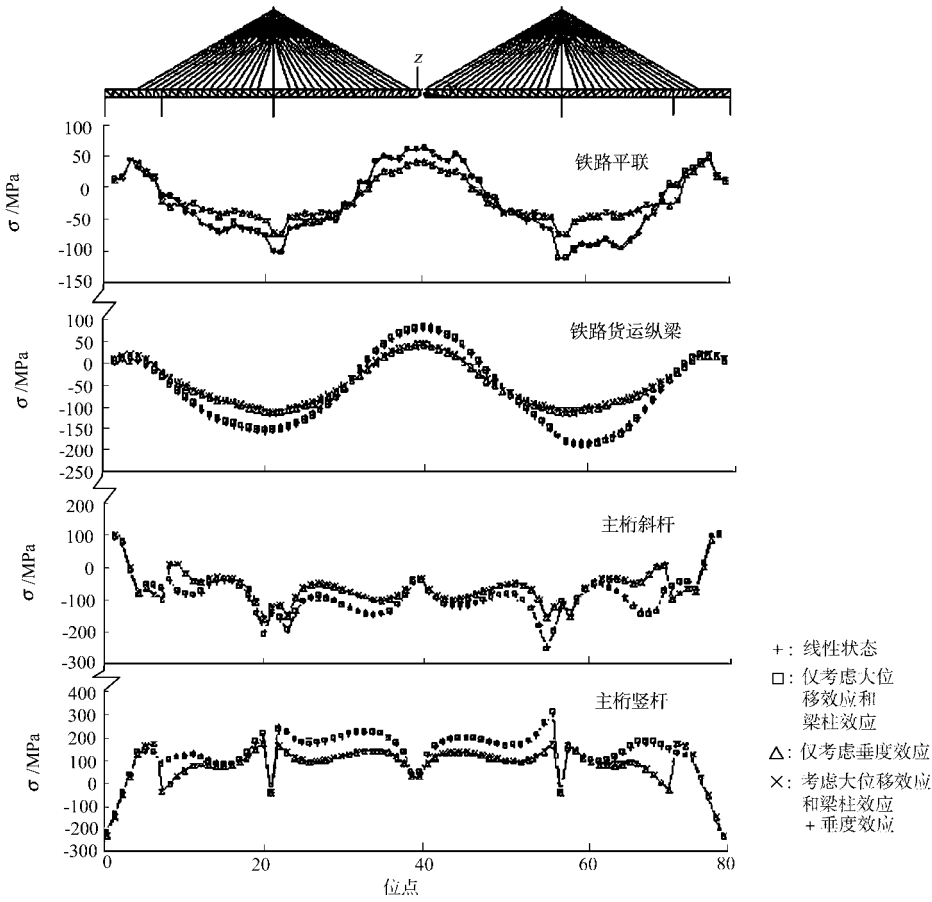


图 3 斜拉主要构件应力线性与非线性效应比较图

Fig. 3 Comparison between the nonlinear results and linear results of main members of the bridge

考虑全部几何非线性效应 4 种分析模型. 各种非线性因素对构件内力影响的平均水平, 如表 3 所示.

由图 3 可知, 主桁中竖杆和中斜杆在边墩处的应力最大. 这是由斜拉桥模型的边界条件设置方式引起的. 在承载能力极限状态的情况下, 构件均处于弹性受力阶段, 结构的极限承载能力有富余. 因此, 可以得出以下 3 点结论. (1) 在 3 种非线性状态下, 索的垂度效应对结构内力影响最大, 对铁路平联的影响平均水平高达 61.5%; 大位移效应和梁柱效应对铁路平联内力影响平均水平为 6.09%. (2) 线性

计算结果与非线性结果相比偏不安全.
(3) 非线性因素在辅助墩和主塔附近的影响最为显著.

3 结束语

本文采用的迭代调索方法和迭代修正 Ernst 公式合理而有效. 对大跨度公铁斜拉桥来说, 几何非线性效应比较显著, 线性计算结果与非线性结果相比偏不安全. 在公铁斜拉桥结构设计中, 必须计入几何非线性的影响. 各种非线性因素都会改变结构的受力状态, 而斜拉索的垂度效应最为显著, 其影响效应随外荷载的增大而变大.

参考文献:

[1] 李 乔, 杨兴旺, 卜一之. 特大跨度斜拉桥变形的几何非线性效应分析[J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(2): 133-137.

[2] 梁 鹏, 肖汝诚, 孙 斌. 超大跨度斜拉桥几何非线性精细化分析[J]. 中国公路学报, 2007, 20(2): 57-62.

[3] 李传习, 夏桂云. 大跨度桥梁结构计算理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.

[4] 黄 侨, 吴红林, 杨大伟. 确定斜拉桥成桥索力多约束条件下最小能量法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(2): 288-291.

[5] ERNST H J. Der E-Modul von seilen unter beruecksichtigung des durchhanges[J]. Der Bauingenieur, 1965, 40(2): 52-55.

[6] WAND P H, TSENG E C, YANG C G. Initial shape of cable stayed bridges[J]. Computers & Structures, 1993, 46(6): 1095-1106.

[7] 铁道第三勘察设计院. TB 10002. 1- 2005 铁路桥涵设计基本规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2005.

[8] 中交公路规划设计院. JT G D60- 2004 公路桥涵设计通用规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.

[9] 交通部规划设计院. GB/ T 50283- 1999 公路工程结构可靠度设计统一标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 1999.

[10] 中华人民共和国铁道部. GB 50216- 1994 铁路工程结构可靠度设计统一标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 1994.

Effect of Geometrical Non- Linearity on Long Span Highway and Railway Cable-Stayed Bridges

WANG Wei¹, QU Wei-lian²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology;
2. Hubei Key Laboratory of Roadway Bridge and Structure Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Internal forces and deformation of long span highway and railway cable-stayed bridge in the ultimate limit state and serviceability limit state are calculated. Considering geometrical nonlinearity behavior, the cable force under dead load is calculated by step iterative algorithm. The iterative modified Ernst formula is established and used in calculation of reasonable cable force and the internal force of structure. The cable sag effect, the beam-column effect and the large displacement effect are taken into account in the study. The results indicate that geometrical nonlinearity significantly influences the internal force of long span highway and railway cable-stayed bridge, so the geometrical nonlinearity must be considered in design. Among various nonlinear factors, the cable sag effect is the most significant, and the effect enhances with increasing load.

Keywords: cable-stayed bridge; limit state; geometrical non-linearity; cable sag effect

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 方德平)