

文章编号: 1000-5013(2009)01-0022-05

精密磁浮运动系统电磁力的非线性建模分析

齐 斌, 戴利明, 周海波, 黄 毅, 段吉安

(中南大学 机电工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 为了对磁悬浮运动系统中电磁力进行精确建模, 运用磁路理论分析气隙边缘效应、铁芯磁阻效应和磁路漏磁通对电磁力模型的影响, 推导并给出不同情况下电磁力模型的表达式, 绘制不同电磁力模型之间的误差曲线。从图形曲线及定点计算数据中可以得出3点主要结论: (1) 仅考虑气隙边缘效应时, 对电磁力模型的精度影响较大; (2) 漏磁通对模型的影响较小, 同时考虑3种因素影响时的曲线和不考虑漏磁通效应影响时的曲线非常相近, 但这并不说明磁路中漏磁通量很少; (3) 随着悬浮气隙的增大, 按理想磁路理论建立的简化电磁力表达式计算的磁动势, 与同时考虑气隙边缘效应、铁芯磁阻和漏磁通时的表达式计算结果之间的误差也不断增大, 会对系统的控制产生较大的影响。

关键词: 电磁力; 非线性模型; 边缘效应; 磁阻效应; 漏磁通

中图分类号: O 441; TP 273

文献标识码: A

磁悬浮系统具有强非线性特点, 在研究过程中通常对磁悬浮系统进行各种简化。在建立电磁力模型时, 常将电磁铁系统的实际磁路理想化, 按理想磁路理论进行分析建模, 即假设悬浮气隙中磁场无畸变, 磁力线垂直分布, 忽略铁芯磁阻和磁路漏磁通^[1]。按照以上假设推导出的电磁力计算公式对一般的磁悬浮系统具有很好的应用价值, 具有一定的优越性。但是, 当磁浮系统的运动精度达到微米级以上时, 上述因素对电磁力模型精度的影响将不可忽视^[2-5]。本文分析气隙边缘效应、铁芯磁阻效应和磁路漏磁通对磁悬浮系统建模的影响。

1 铁芯材料 B-H 曲线及其线性拟合

以 E 型吸力式结构, 单铁直流磁浮系统为研究对象, 系统模型如图 1 所示。文中所用各参数意义及数值如下: z 为悬浮气隙 (m); a_0, a_1, a_2 分别为中间和两边的铁芯柱宽度, $a_0 = 0.020$ m, $a_1 = a_2 = 0.10$ m; b 为中间铁芯柱与单边铁芯柱之间的宽度, $b = 0.030$ m; c 为电磁铁长度, $c = 0.070$ m; d 为铁芯柱高度, $d = 0.030$ m; m, n, l 分别为铁芯中磁路各部分长度, $m = 0.035$ m, $n = 0.045$ m, $l = 0.005$ m; μ_0, μ 分别为真空磁导率和铁芯磁导率, $\mu_0 = 0.4 \mu\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$; A_0 为中间铁芯柱截面积, $A_0 = a_0 \times c = 14.0 \text{ cm}^2$; A_1 为中间工作气隙的有效截面积 (m^2), $A_1 = (a_0 + z) \times (c + z)$; N 为线圈匝数, $N = 500$ 匝; I 为线圈电流 (直流信号, A); R_z, R_m 分别为气隙磁阻和铁芯磁阻 (H^{-1}); H_0, H_1 分别为铁芯磁场强度和工作气隙磁场强度 ($\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$); L_{fe} 为单侧铁芯中平均磁路长度, $L_{fe} = 2 \times (m + n + l) = 0.170$ m; o, z, s 分

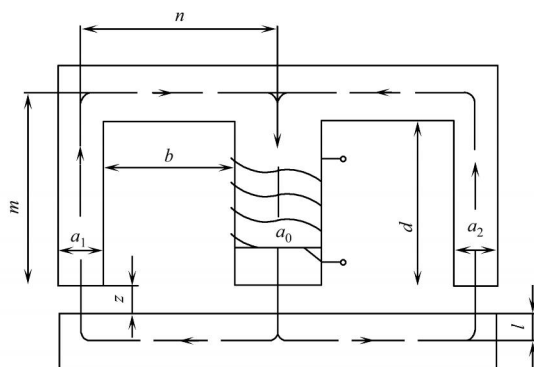


图1 磁悬浮系统模型

Fig. 1 Magnetic levitation system

收稿日期: 2008-03-10

通信作者: 段吉安(1962-), 男, 教授, 主要从事磁悬浮非线性特性分析的研究。E-mail: duanjian@mail.csu.edu.cn.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2003CB716206)

别为磁路中铁芯总磁通、气隙主磁通和漏磁通(Wb); $\phi_{0.1}$, $\phi_{0.2}$, $\phi_{0.3}$ 分别为中间与左右两边铁芯柱的磁通量(Wb); $\phi_{z.0}$, $\phi_{z.1}$, $\phi_{z.2}$ 分别为中间与左右两边工作气隙的主磁通量(Wb); $\phi_{s.1}$, $\phi_{s.2}$ 分别为中间铁芯柱与左右两边铁芯柱间的漏磁通量(Wb); R_s , G_s 分别为铁芯柱间气隙的归化漏磁阻(H^{-1})和归化漏磁导(H).

按照理想磁路理论分析,取工作气隙截面积等于铁芯柱截面积,得出的简化电磁力表达式为

$$F = \frac{1}{4} \mu_0 N^2 A_0 \frac{I^2}{z^2}.$$

(1)

式(1)中,考虑铁芯磁阻和漏磁通效应时,必须结合铁芯材料的实际 $B-H$ 曲线图,即基本磁化曲线图. 采用的铁芯材料为工业纯铁,在直流激励情况下利用 MATS-2010SD 软磁直流测量装置,实测出其 $B-H$ 曲线如图 2 所示. 对整个 $B-H$ 曲线进行精确的解析表达较为困难,因此采用分段线性表达,在非饱和段可由线性方程近似表达. 当磁感应强度 B 在 $0 \sim 1$ T 范围内变化时,可以近似认为 $B-H$ 之间成线性关系. 经过对此范围内的实测数据进行最小二乘法拟合,得到线性拟合曲线表达式为

$$H = 190.39 \times B + 82.852,$$

(2)

其拟合图形如图 3 所示. 由于计算时是由磁感应强度值推算磁场强度值,为了便于表达自变量和因变量的关系,图 3 中将磁感应强度作为横坐标画图. 经计算,拟合误差分布在 $\pm 5\%$ 以内,考虑到数据的测量

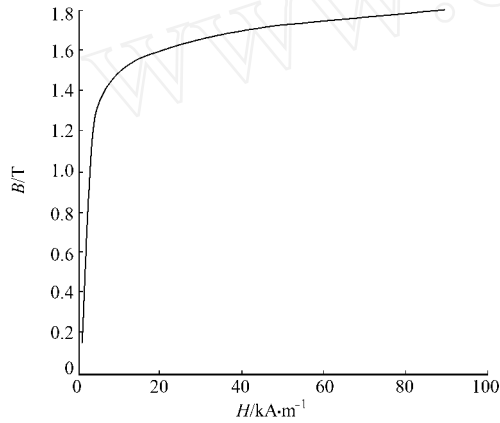


图 2 工业纯铁 $B-H$ 曲线
Fig. 2 $B-H$ curve of commercially pure iron

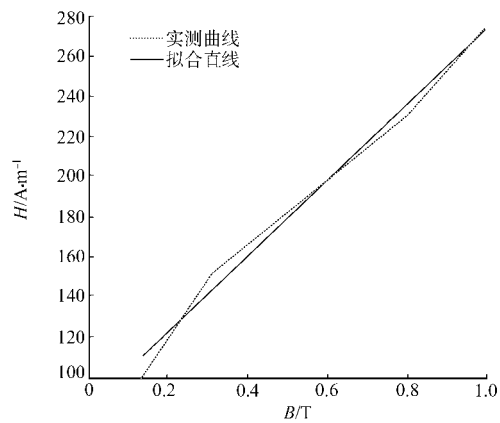


图 3 $B-H$ 初始段线性拟合曲线
Fig. 3 Straight-line fitting of $B-H$ curve at initial section

误差,认为此拟合表达是可以接受的. 文中衔铁产生 5.4 N 大小磁吸力所需的气隙磁通量 $\phi_{z.0} = \sqrt{F \times \mu_0 \times A_0} = 9.7469 \times 10^{-5}$ Wb,据此得出铁芯中的磁感应强度为 $B = \phi_{z.0} / A_0 = 0.0696$ T^[3]. 由此可知,系统工作在铁芯材料的非饱和和线性区,可以用式(2)描述磁感应强度和磁场强度的关系.

2 电磁力模型理论计算

实际电磁铁系统的磁路分布极为复杂,这里主要讨论气隙边缘效应、铁芯磁阻效应和漏磁通对电磁力模型的影响情况. 电磁铁系统的磁力线在工作气隙处的分布并不均匀,在气隙边缘部分有向外扩散的趋势,使得气隙中的磁力线产生一定的弯曲变形,此现象称为边缘效应^[4],如图 4 所示. 边缘效应使得气隙中的磁通密度减小,增加了系统工作气隙的有效面积,气隙越大,边缘效应越显著.

电磁铁系统主要是靠工作气隙中的磁场能量工作的,因此系统工作气隙中磁场分布的计算精度直接影响到系统建模的精度. 虽然铁芯材料的磁导率比空气磁导率大得多,铁芯材料的磁阻也比气隙磁

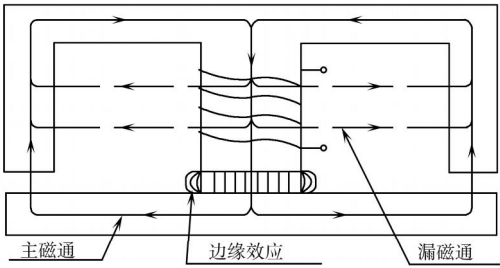


图 4 电磁铁系统的磁通分布
Fig. 4 The distribution of magnetic flux in the electromagnetic system

阻小得多^[4],但是铁芯磁阻在一定程度上仍然对电磁力的大小有影响.此外,由于铁芯材料的磁导率比空气磁导率大得多,磁力线大部分都约束在铁磁材料中传播,但是系统中仍然有漏磁现象产生.把经过工作气隙的磁通称为主磁通,用 Φ_z 表示;而将不经过工作气隙的磁通称为漏磁通,用 Φ_s 表示.

2.1 气隙边缘效应

气隙边缘效应的计算属于磁场计算的问题,严格计算较为困难.在工程实际中,当气隙尺寸不超过铁芯柱截面短边尺寸的 0.2 倍时,可以表达^[4]为

$$A_1 = (a_0 + z)(c + z). \quad (3)$$

此时的电磁力修正表达式为

$$F = \frac{1}{4} \mu_0 N^2 A_1 \frac{I^2}{z^2}. \quad (4)$$

2.2 考虑边缘效应和铁芯磁阻效应

考虑边缘效应、铁芯磁阻和漏磁通在分析时有重叠,限于篇幅,仅给出此种情况的电磁力表达式.即

$$F = \frac{1}{4} \mu_0 A_1 \frac{(NI - H_0 \times L_{fe})^2}{z^2}. \quad (5)$$

式(5)中,铁芯中的磁场强度 H_0 为

$$H_0 = 190.39 \times \frac{\sqrt{F \times \mu_0 \times A_1}}{A_0} + 82.852. \quad (6)$$

由于没有考虑漏磁通的影响,认为流经铁芯的磁通量全部通过工作气隙,铁芯中磁通量和气隙中磁通量相等,即有

$$\Phi_{0,1} = \Phi_{z,0} = \sqrt{F \times \mu_0 \times A_1}.$$

2.3 考虑边缘效应、铁芯磁阻效应和漏磁通

电磁铁系统的气隙边缘效应和漏磁通分布,如图 4 所示.漏磁通主要分布在铁芯柱之间,且沿铁芯柱高度的漏磁通量不相等,分布不均匀.为了便于表达,引入归化漏磁导 G_s ,其表达式^[3]为

$$G_s = \frac{1}{R_s} = \mu_0 d \left(\frac{c}{b} + \frac{a_0}{b + a_0/4} \right). \quad (7)$$

气隙磁阻和铁芯磁阻分别为

$$R_z = z / (\mu_0 \times A_1), \quad (8)$$

$$R_m = (H_0 \times l_{fe}) / \mu_0. \quad (9)$$

在进行磁路分析时,认为漏磁阻和气隙磁阻是并联关系,由此可以得出等效磁路如图 5 所示.系统的结构特点决定了磁路呈对称分布,即

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{,1} = z_{,2} = \frac{1}{2} z_{,0}, \\ \Phi_{0,2} = \Phi_{0,3} = \frac{1}{2} \Phi_{0,1}, \\ s_{,1} = s_{,2}, \\ R_{z,1} = R_{z,2} = \frac{1}{2} R_{z,0}, \\ R_{0,2} = R_{0,3} = \frac{1}{2} R_{0,1}, \\ R_{s,1} = R_{s,2}. \end{array} \right.$$

对左半边磁路进行简化分析,仿照电路中的基尔霍夫电压定律可得

$$\Phi_{0,1} R_{m,0} + \Phi_{z,0} R_{z,0} + \Phi_{z,1} R_{z,1} + \Phi_{0,2} R_{m,1} = NI. \quad (10)$$

联立式(7)~(10),可得到同时考虑气隙边缘效应、铁芯磁阻和漏磁通时的电磁力表达式为

$$F = \frac{\Phi_{z,0}^2}{\mu_0 \times A_1} = \frac{1}{4} \mu_0 A_1 \frac{(NI - H_0 \times L_{fe})^2}{z^2}, \quad (11)$$

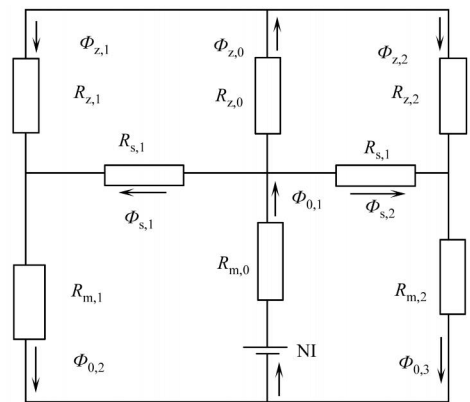


图 5 等效磁路图

Fig. 5 The schematic equivalent representation of the magnetic circuit

式(11)和式(5)形式相同,区别之处在于求解铁芯磁场强度 H_0 时不同. 此时,由于考虑漏磁通的影响,铁芯中的总磁通量等于工作气隙磁通量和漏磁通量之和,即有

$$0,1 = z,0 + s,1 + s,2 = z,0 + 2 s,1.$$

(12)

由于漏磁阻和气隙磁阻是并联关系,漏磁阻上的磁压降等于工作气隙上的磁压降,即

$$s,1 R_{s,1} = z,0 R_{z,0} + z,1 R_{z,1},$$

结合式(7)可得到漏磁通的表达式为

$$s,1 = 2zd(\frac{c}{b} + \frac{a_0}{b + a_0/4}) \times \sqrt{(F \times \mu_0)/A_1}.$$

(13)

式(11)中,磁场强度 H_0 的计算为

$$H_0 = \frac{190.39 \times (z,0 + 2 s,1)}{A_0} + 82.852.$$

(14)

3 误差分析

3.1 已知电磁力求解磁动势

当系统稳定悬浮时,所需的电磁力应等于衔铁的重力. 在悬浮气隙(z)为 0~4 mm 时,分别按式(1),(4),(11)绘出不同情况下的电磁力-磁动势(F_m)关系曲线,如图 6 所示. 考虑不同影响因素时的表达式与式(1)之间的相对误差(ε)曲线,如图 7 所示. 由于漏磁通对模型精度的总体影响较小,为表达清

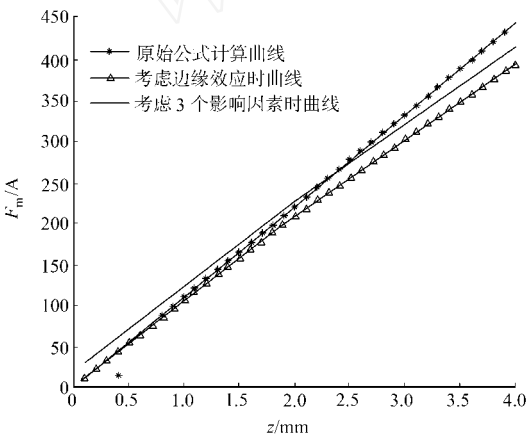


图 6 磁动势-气隙曲线

Fig. 6 The magneto momentum-air gap relationship curve under different status

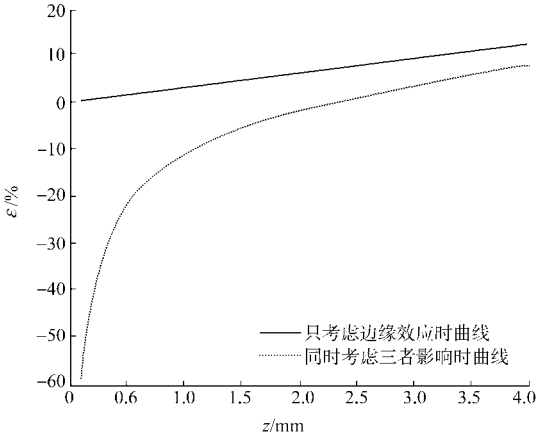


图 7 磁动势相对误差曲线

Fig. 7 The relative error curve of magneto momentum under different status

晰,图 6,7 中省略式(5)的表达曲线. 当悬浮气隙为 2 mm 时,按式(1)计算,所需的磁动势为 221. 61 A;按式(4)计算出的磁动势为 208. 34 A;按式(5)算出的磁动势为 224. 82 A;按式(11)算出的磁动势为 225. 83 A. 相对于式(1)计算的结果,其相对误差分别为 6. 368 6%, - 1. 429 2%, - 1. 868 4%.

3.2 已知磁动势求解电磁力

假设线圈中的直流 $I = 0. 443\ 20\ \text{A}$,即线圈中的磁动势 $F_m = 221. 60\ \text{A}$. 在线圈中通入固定直流信号时,考虑不同因素影响时电磁力随悬浮气隙不同而变化的曲线,如图 8 所示. 图 8 中仍省略式(5)的表达曲线. 此种情况下,当悬浮气隙为 2 mm 时,按式(1)计算得出的电磁力为 5. 399 5 N;按式(4)计算出的电磁力为 6. 109 2 N;按式(5)算出的电磁力为 5. 236 0 N;按式(14)算出

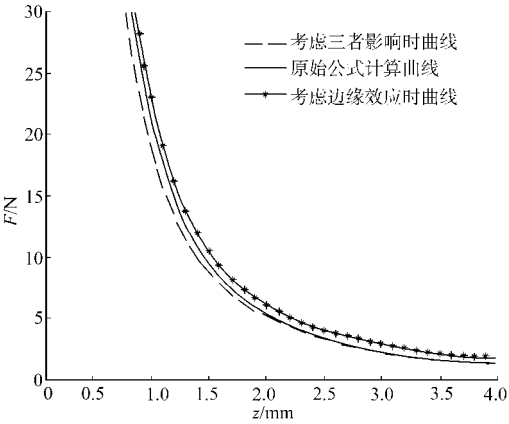


图 8 电磁力-气隙曲线

Fig. 8 The curve of magnetic force-air gap under different status

的电磁力为 5.187 0 N. 相对于式(1)计算的结果, 相对误差分别为 13.140 %, - 3.030 0 %, - 3.940 0 %.

主磁通、总磁通和漏磁通随气隙变化的关系曲线, 如图 9 所示. 从图 9 中可看出, 当气隙较大时, 磁路漏磁通量基本接近主磁通量. 计算结果表明, 当悬浮气隙为 2 mm 时, 漏磁通分别占主磁通和总磁通的 41.983 % 和 29.569 %.

4 结束语

分析气隙边缘效应、铁芯磁阻效应和磁路漏磁通对磁悬浮系统建模的影响, 可以看出, 随悬浮气隙的逐渐增大, 磁路中 3 种非线性因素的影响迅速加强, 对系统建模精度影响增大. 本文对磁悬浮系统中关于电磁力的精确建模有一定的参考价值.

参考文献:

- [1] AFANAS E F, MOROZOVA E A. Determination of a magnetic field with rotational symmetry about a given line of magnetic force[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 1966, 7(5):205-213.
- [2] 虞 烈. 可控磁悬浮转子系统[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [3] 蔡国廉. 电磁铁[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1965.
- [4] 龚绍文. 磁路及带铁心电路[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985.
- [5] 李 恒, 朱 煜, 贾松涛, 等. 电磁式超精密微动工作台研究现状与方向[J]. 现代机械, 2007(2):1-3.

Nonlinear Modeling and Analysis of Magnetic Force in Precision Magnetic Levitation System

QI Bin, DAI Li-ming, ZHOU Hai-bo,
HUANG Yi, DUAN Ji-an

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: In order to get accurate modeling of the electromagnetic force in the magnetic suspension system, the rationale of magnetic circuit is used to analyze the impact of the fringing effect of air gap, the magneto resistive effect of iron core and magnetic circuit magnetic flux leakage on electromagnetic force model. The expressions of electromagnetic force model are derived under different conditions, and the corresponding error curves are plotted. Then 3 conclusions can be drawn, as following: firstly, the accuracy of the electromagnetic force model is influenced greatly if only the air-gap fringing effect is considered; secondly, because of small influence of the magnetic flux leakage on the accuracy of the electromagnetic force model, there is little difference between the curve for the electromagnetic force model under the condition of considering the 3 kinds of factors mentioned above and that without considering the magnetic flux leakage, but it can not be concluded that there exists few magnetic flux leakage; thirdly, with the increase of the air-gap, the errors also increase between the results of the magnetic momentum calculated by the simplified expression of the electromagnetic force model according to the ideal magnetic circuit theory and those calculated by expression when the air-gap fringing effect, the magneto resistive effect of iron core and magnetic flux leakage are taken into account together, which will have a great impact on the control of the suspension system.

Keywords: electromagnetic force; non-linear model; fringing effect; magneto resistive effect; magnetic flux leakage

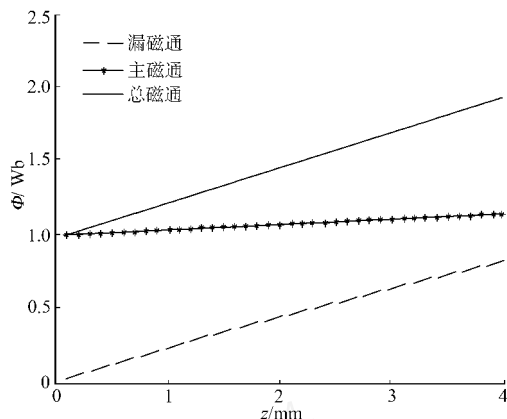


图 9 铁芯磁通曲线

Fig. 9 The magneto force-air gap relationship curve under different status

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 郑亚青)