第 29 卷 第 4 期 华侨大学学报 (自然科学版) Vol. 29 No. 4
2008 年 10 月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Oct. 2008

文章编号: 1000-5013(2008)04-0622-05

二维抛物型方程的高稳定性两层显式格式

单双荣

(华侨大学 数学科学学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 利用加耗散项的方法,通过选取适当参数,构造二维抛物型方程的若干两层显式差分格式. 其局部截断误差阶为 $O(\tau+h^2)$,而稳定性条件最好为 $r=\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}=\frac{\Delta t}{(\Delta y)^2}=\frac{\tau}{h^2}\leq 1$,优于(或不亚于)其他两层显格式,且这些格式都是简洁实用的两层显格式. 数值试验表明,所做的稳定性分析是正确的.

关键词: 二维抛物型方程; 两层显式差分格式; 耗散项; 稳定性; 收敛性

中图分类号: O 241.82 **文献标识码**: A

在扩散、对流、势传导等问题中,经常会遇到求解如下的二维抛物型方程

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2},\qquad 0\leq x,\quad y\leq l,\ t>0, \tag{1}$$

的初边值问题或周期边值问题. 一般情况下,显式格式特别是两层显式格式,由于计算简单、存储量省且可自开始启动而受到人们的青睐,其缺点是稳定性限制较强. 因此,构造稳定性好的两层显式格式便引起人们的关注. 古典显式格式[1]精度不高,局部截断误差阶仅为 $O(\tau+h^2)$,且稳定性条件 $r=\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}=\frac{\Delta t}{(\Delta y)^2}=\frac{\tau}{h^2}\leq\frac{1}{4}$,也较为苛刻. 文[2-3]给出一类两层显格式,其稳定性条件分别为 $t\leq\frac{1}{2}$ 及 $r\leq 1$. 本文利用加耗散项的方法,通过选取适当参数,构造了若干两层显式差分格式.

1 差分格式的构造

设 $\Delta t=\tau$ 为时间 t 的步长,$\Delta x,\Delta y$ 分别为 x, y 方向的空间步长. 为简便计,令 $\Delta x=\Delta y=\frac{L}{M}=h$, M 为等分数. u_{jk}^n 为在节点 $(j\Delta x, k\Delta y, n\Delta t)=(jh, kh, n\tau)$ 处的网格函数值,且简记 $u_{jk}^n=u^n$. δ_x 及 δ_y 分别表示 x, y 方向的二阶中心差分,即

$$\delta_x u^n=\delta_x u_{jk}^n=u_{j+1,k}^n-2u_{j,k}^n+u_{j-1,k}^n,$$
$$\delta_y u^n=\delta_y u_{jk}^n=u_{j,k+1}^n-2u_{j,k}^n+u_{j,k-1}^n.$$

又设 $\eta>0$ 为待定实参数.

(I) 耗散项为 $\eta h^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial y^2}$. 引入此耗散项后,式(1)化为

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\eta h^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial y^2}. \tag{2}$$

对式(2),在时间方向用向前差商,在空间方向用中心差商加以离散化,得两层显式差分格式(I),即

$$\frac{u^{n+1}-u^n}{\tau}=\frac{1}{h^2}(\delta_x+\delta_y)u^n+\eta h^2\frac{\delta_x\delta_y}{h^4}u^n. \tag{3}$$

收稿日期: 2007-12-14

作者简介: 单双荣(1956-),男,副教授,主要从事计算数学的研究. E-mail:shansr@163.com.

基金项目: 国务院侨务办公室科研基金资助项目(04QZR09)

显见,其局部截断误差阶为 $O(\tau+h^2)$. 根据 Fourier 方法,令 $u_{jk}^n=\lambda^n e^{i(j\theta_1+k\theta_2)}$, $i=\sqrt{-1}$,将它代入格式(3),得传播因子 $\lambda=1-4r(s_1^2+s_2^2)+16\eta rs_1^2s_2^2$,其中, $s_1=\sin\frac{\theta_1}{2}$, $s_2=\sin\frac{\theta_2}{2}$. 两层格式(Ⅰ)稳定的充要条件:$|\lambda|\le 1$,等价于双向不等式为

$$-1\le 1-4r(s_1^2+s_2^2)+16\eta rs_1^2s_2^2\le 1. \tag{4}$$

式(4)的右端等价于证明

$$F_1(s_1^2,s_2^2,\eta)=s_1^2+s_2^2-4\eta s_1^2s_2^2\ge 0. \tag{5}$$

注意到 $0\le s_1^2=\sin^2\frac{\theta_1}{2}\le 1$, $0\le s_2^2=\sin^2\frac{\theta_2}{2}\le 1$. 可得,当 $\eta\le\frac{1}{2}$ 时,式(5)成立. 事实上,有

$$F_1(s_1^2,s_2^2,\eta)\ge s_1^2+s_2^2-2s_1^2s_2^2=s_1^2(1-s_2^2)+s_2^2(1-s_1^2)\ge 0.$$

式(4)的左端不等式等价于证明

$$2r[(s_1^2+s_2^2)-4\eta s_1^2s_2^2]\le 1. \tag{6}$$

为方便计,记 $s_1^*=s_1^2$, $s_2^*=s_2^2$, 则 $0\le s_1^*\le 1$, $0\le s_2^*\le 1$. 又记

$$F_2(s_1^*,s_2^*,\eta)=F_2(s_1^2,s_2^2,\eta)=s_1^2+s_2^2-4\eta s_1^2s_2^2=s_1^*+s_2^*-4\eta s_1^*s_2^*.$$

于是,不等式(6)化为 $2rF_2(s_1^*,s_2^*,\eta)\le 1$. 从而,稳定性条件 $|\lambda|\le 1$ 成立的一个最好的充分条件为

$$\eta\le\frac{1}{2},\qquad 2r\min_{\eta\le\frac{1}{2}}\max_{0\le s_1^*,s_2^*\le 1}F_2(s_1^*,s_2^*,\eta)\le 1. \tag{7}$$

由微分学知识可知,连续函数在闭区域上的最大(小)值必在边界上或内部达到. $F_2(s_1^*,s_2^*,\eta)$ 取得极值必要条件为 $\frac{\partial F_2}{\partial s_1^*}=1-4\eta s_2^*=0$, $\frac{\partial F_2}{\partial s_2^*}=1-4\eta s_1^*=0$. 由此解得驻点为 $s_1^*=s_2^*=\frac{1}{4\eta}$. 注意到 $0\le s_1^*\le 1$, $0\le s_2^*\le 1$,满足极值必要条件的 η 应满足 $0\le\frac{1}{4\eta}\le 1$,即 $\eta\ge\frac{1}{4}$. 又由于式(7)要求 $\eta\le\frac{1}{2}$,故此时仅需考虑 $\frac{1}{4}\le\eta\le\frac{1}{2}$ 的情况.

在驻点处,即当 $s_1^*=s_2^*=\frac{1}{4\eta}$ 时, $F_2(\frac{1}{4\eta},\frac{1}{4\eta},\eta)=\frac{2}{4\eta}-4\eta\cdot\frac{1}{4\eta}\cdot\frac{1}{4\eta}=\frac{1}{4\eta}$, $\eta\in[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ 单调减. 因此,在正方形区域 $\{0\le s_1^*\le 1,\ 0\le s_2^*\le 1\}$ 内部, $\frac{1}{2}=F_2(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})\le F_2(s_1^*,s_2^*,\eta)\le F_2(1,1,\frac{1}{4})=1$,且又在正方形域 $\{0\le s_1^*\le 1,\ 0\le s_2^*\le 1\}$ 边界上有 $F_2(1,0,\eta)=F_2(0,1,\eta)=1$, $F_2(0,0,\eta)=0$,又 $F_2(1,1,\eta)=2-4\eta$ 它当 $\eta\in(-\infty,\frac{1}{2}]$ 单调减,其最小值为 $F_2(1,1,\frac{1}{2})=0$. 所以,在正方形域 $\{0\le s_1^*\le 1,\ 0\le s_2^*\le 1\}$ 上有

$$\max_{0\le s_1^*,s_2^*\le 1}F_2(s_1^*,s_2^*,\eta)=\max(1,2,-4\eta)=\begin{cases}2, & \eta=0,\\ 3/2, & \eta=1/8,\\ 1, & 1/4\le\eta\le 1/2.\end{cases}$$

综上所述,得 $\min_{\frac{1}{4}\le\eta\le\frac{1}{2}}\max_{0\le s_1^*,s_2^*\le 1}F_2(s_1^*,s_2^*,1)=1$,并由式(7)可得下述定理.

定理 1　当 $\frac{1}{4}\le\eta\le\frac{1}{2}$ 时,两层显格式(Ⅰ)稳定性条件最好, $r\le\frac{1}{2}$.

(Ⅱ) 耗散项为 $\eta h^2(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4})$. 加入此耗散项后,式(1)化为

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\eta h^2(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}). \tag{8}$$

离散化后得到两层显式差分格式(Ⅱ),即

$$\frac{u^{n+1}-u^n}{\tau}=\frac{1}{h^2}(\delta_x^2+\delta_y^2)u^n+\eta h^2\frac{\delta_x^4+\delta_y^4}{h^4}u^n. \tag{9}$$

其局部截断误差阶也是 $O(\tau+h^2)$, $\lambda=1-4r(s_1^2+s_2^2)+16\eta r(s_1^4+s_2^4)$,稳定性条件 $|\lambda|\le 1$ 等价于

$$-1\le 1-4r(s_1^2+s_2^2)+16\eta r(s_1^4+s_2^4)\le 1. \tag{10}$$

式(10)的右端不等式等价于证明

$$G_1(s_1^2,s_2^2,\eta)=(s_1^2+s_2^2)-4\eta(s_1^4+s_2^4)\geq 0,$$

且当 $\eta\leq\frac{1}{4}$ 时成立. 此时,有

$$G_1(s_1^2,s_2^2,\eta)\geq(s_1^2+s_2^2)-(s_1^4+s_2^4)=s_1^2(1-s_1^2)+s_2^2(1-s_2^2)\geq 0,$$

而式(10)的左端不等式可化为

$$2r[s_1^2+s_2^2-4\eta(s_1^4+s_2^4)]\leq 1. \tag{11}$$

若记

$$G_2(s_1^*,s_2^*,\eta)=s_1^*+s_2^*-4\eta(s_1^*+s_2^*)=s_1^2+s_2^2-4\eta(s_1^4+s_2^4),$$

则式(11)化为 $2rG_2(s_1^*,s_2^*,\eta)\leq 1$. 从而使稳定性条件 $|\lambda|\leq 1$ 成立的最好的充分条件是

$$\eta\leq\frac{1}{4},\qquad 2r\min_{\eta\leq\frac{1}{4}}\max_{0\leq s_1^*,s_2^*\leq 1}G_2(s_1^*,s_2^*,\eta)\leq 1. \tag{12}$$

下面求 $\max\limits_{0\leq s_1^*,s_2^*\leq 1}G_2(s_1^*,s_2^*,\eta)$. 有

$$\frac{\partial G_2}{\partial s_1^*}=1-8\eta s_1^*=0,\qquad \frac{\partial G_2}{\partial s_2^*}=1-8\eta s_2^*=0,$$

由此解得驻点为 $s_1^*=s_2^*=\frac{1}{8\eta}$ 注意到 $0\leq s_1^*\leq 1$, $0\leq s_2^*\leq 1$, 于是 $0\leq\frac{1}{8\eta}\leq 1$, 即 $\eta\geq\frac{1}{8}$. 又由充分条件 $\eta\leq\frac{1}{4}$, 故只要讨论 $\frac{1}{8}\leq\eta\leq\frac{1}{4}$ 的情形. 在驻点处,即当 $s_1^*=s_2^*=\frac{1}{8\eta}$ 时, 有

$$G_2\left(\frac{1}{8\eta},\frac{1}{8\eta},\eta\right)=\frac{1}{4\eta}-4\eta\cdot\frac{1}{8\eta}\cdot\frac{1}{8\eta}=\frac{1}{8\eta},$$

而当 $\eta\in[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$ 时,单调减. 因此,在正方形区域 $\{0\leq s_1^*\leq 1,\ 0\leq s_2^*\leq 1\}$ 内部有, $\frac{1}{2}=G_2\left(\frac{1}{8\eta},\frac{1}{8\eta},\frac{1}{4}\right)\leq G_2(s_1^*,s_2^*,\eta)\leq G_2\left(\frac{1}{8\eta},\frac{1}{8\eta},\frac{1}{8}\right)=1$. 又在正方形域 $\{0\leq s_1^*\leq 1,\ 0\leq s_2^*\leq 1\}$ 边界上有

$$G_2(0,0,\eta)=0,$$

$$G_2(1,0,\eta)=G_2(0,1,\eta)=1-4\eta=\begin{cases}1/2, & \eta=1/8,\\ 1/4, & \eta=3/16,\\ 0, & \eta=1/4,\end{cases}$$

$$G_2(1,1,\eta)=2-8\eta=\begin{cases}1, & \eta=1/8,\\ 1/2, & \eta=3/16,\\ 0, & \eta=1/4,\end{cases}$$

且 $G_2(0,1,\eta)=G_2(1,0,\eta)=1-4\eta$ 及 $G_2(1,1,\eta)=2-8\eta$ 均在 $(-\infty,\frac{1}{4}]$ 内单调减,其最小值为 0. 所以,在正方形域 $\{0\leq s_1^*\leq 1,\ 0\leq s_2^*\leq 1\}$ 上有

$$\max_{0\leq s_1^*,s_2^*\leq 1}G_2(s_1^*,s_2^*,\eta)=\max\left\{\frac{1}{8\eta},1-4\eta,2-8\eta\right\}=\begin{cases}1, & \eta=1/8,\\ 2/3, & \eta=3/16,\\ 1/2, & \eta=1/4.\end{cases}$$

综上所述,得 $\min\limits_{\eta\leq\frac{1}{4}}\max\limits_{0\leq s_1^*,s_2^*\leq 1}G_2(s_1^*,s_2^*,1)=\frac{1}{2}$, 它当 $\eta=\frac{1}{4}$ 时达到. 于是,由式(12)可得定理.

定理 2 当 $\eta=\frac{1}{4}$ 时,两层显格式(Ⅱ)稳定性条件最好, $r\leq 1$.

(Ⅲ) 耗散项为 $\eta h^2\left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}\right)$. 加入此耗散项后,式(1)化为

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\eta h^2\left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}\right). \tag{13}$$

离散化后得到两层显式差分格式(Ⅲ),有

$$\frac{u^{n+1}-u^n}{\tau}=\frac{1}{h^2}(\delta_x^2+\delta_y^2)u^n+\eta h^2\frac{\delta_x^4+2\delta_x^2\delta_y^2+\delta_y^4}{h^4}u^n. \tag{14}$$

其局部截断误差阶是 $O(\tau+h^2)$,传播因子 $\lambda=1-4r(s_1^2+s_2^2)+16\eta r(s_1^4+2s_1^2s_2^2+s_2^4)$,稳定性条件 $|\lambda|\leq 1$ 等价于

$$-1\leq 1-4r[(s_1^2+s_2^2)-4\eta(s_1^2+s_2^2)^2]\leq 1. \tag{15}$$

式(15)的右端不等式等价于证明

$$H_1(s_1^2,s_2^2,\eta)=(s_1^2+s_2^2)-4\eta(s_1^2+s_2^2)\geq 0,$$

它当 $\eta\leq\frac{1}{8}$ 时成立.此时,有

$$H_1(s_1^2,s_2^2,\eta)\geq(s_1^2+s_2^2)[1-\frac{1}{2}(s_1^2+s_2^2)]\geq 0.$$

式(15)的左端不等式可化为

$$2r[s_1^2+s_2^2-4\eta(s_1^2+s_2^2)]\leq 1. \tag{16}$$

若记 $x=s_1^2+s_2^2$,则 $0\leq x\leq 2$.又记

$$H_2(x,\eta)=x-4\eta x^2=s_1^2+s_2^2-4\eta(s_1^2+s_2^2)^2,\quad 0\leq x\leq 2,$$

则式(16)化为 $2xH_2(x,\eta)\leq 1$,从而使稳定性条件 $|\lambda|\leq 1$ 成立的一个最好的充分条件为

$$\eta\leq\frac{1}{8},\quad 2r\min_{\eta\leq\frac{1}{8}}\max_{0\leq x\leq 2}H_2(x,\eta)\leq 1. \tag{17}$$

下面求 $\max\limits_{0\leq x\leq 2}H_2(x,\eta)$.令 $\frac{\mathrm{d}H_2(x,\eta)}{\mathrm{d}x}=1-8x\eta=0$ 得 $0\leq x=\frac{1}{8\eta}\leq 2$,故 $\eta\geq\frac{1}{16}$.结合式(17),只要考虑 $\frac{1}{16}\leq\eta\leq\frac{1}{8}$ 的情形.在驻点处,即当 $x=\frac{1}{8\eta}$ 时,有

$$H_2(\frac{1}{8\eta},\eta)=\frac{1}{8\eta}-4\eta(\frac{1}{8\eta})^2=\frac{1}{16\eta},$$

它在 $\eta\in[\frac{1}{16},\frac{1}{8}]$ 上单调减.因此,在 $0\leq x\leq 2$ 内部有,$\frac{1}{2}=H_2(\frac{1}{8\eta},\eta)\leq H_2(x,\eta)\leq H_2(\frac{1}{8\eta},\frac{1}{16})=1$.再考虑在边界 $x=0$ 及 $x=2$ 处,$H_2(x,\eta)$ 的值.此时 $H_2(0,\eta)=0$,$H_2(2,\eta)=2-16\eta$,在 $(-\infty,\frac{1}{8}]$ 内单调减,且其最小值为 $H_2(2,\frac{1}{8})=0$.又 $H_2(2,\eta)=\begin{cases}1,\eta=1/16,\\ 2/3,\eta=1/12,\\ 0,\eta=1/8.\end{cases}$ 因此,在闭区间 $[0,2]$ 上,有

$$\max_{0\leq x\leq 1}H_2(x,\eta)=\max\{\frac{1}{16\eta},2-16\eta\}=\begin{cases}1, & \eta=1/16,\\ 3/4, & \eta=1/12,\\ 1/2, & \eta=1/8.\end{cases}$$

综上所述,便得 $\min\limits_{\eta\leq\frac{1}{8}}\max\limits_{0\leq x\leq 2}H_2(x,\eta)=\frac{1}{2}$,再由式(17)得如下定理.

定理 3　当 $\eta=\frac{1}{8}$ 时,两层显格式(Ⅲ)稳定性条件最好,$r\leq 1$.

当 $\eta=\frac{1}{12}$ 时,如果取 $r=\frac{1}{6}$,满足稳定性条件且局部截断误差阶可达 $O(\tau^2+h^4)$.因为 $u_t=u_{xx}+u_{yy}$,所以 $u_{tt}=(u_{xx}+u_{yy})_t=u_{xxt}+u_{yyt}$,而且有 $u_{xxt}=u_{xxxx}u_{xxyy}$,$u_{yyt}=u_{xxyy}+u_{yyyy}$,$u_m^{n+1}-u_m^n=\tau(u_{xx}+u_{yy})+\frac{\tau^2}{2}u_{tt}=\tau(u_{xx}+u_{yy})+\frac{\tau^2}{2}(u_{xxxx}+2u_{xxyy}+u_{yyyy})$.用此式与式(14)相减可得 $(\frac{\tau^2}{2}-\eta h^2)(u_{xxxx}+2u_{xxyy}+u_{yyyy})$.若取 $\eta=\frac{1}{12}$,$r=\frac{1}{6}$,则 $\frac{\tau^2}{2}-\eta h^2=0$,局部截断误差阶可达 $O(\tau^2+h^4)$.

最后必须指出,根据 Lax 稳定性与收敛性等价定理.由于本文所构造的格式都是相容的,因此,满足稳定性条件时也是收敛的.

2 数值试验

考虑二维抛物型方程周期边值问题

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \qquad -\infty < x,\quad y < +\infty,\quad t > 0, \\ &u(x + 2\pi, y + 2\pi, t) = u(x, y, t), \\ &u(x, y, 0) = \sin(x + y), \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

其精确解为 $u(x, y, t) = e^{-2t}\sin(x + y)$. 取 $h = \Delta x = \Delta y = 2\pi/100 = \pi/50$, 按显式格式(Ⅰ)～(Ⅲ)计算到 $n = 1\ 000$,其计算结果如表 1 所示. 数值结果表明,理论分析是正确的.

表 1 格式(Ⅰ)～(Ⅲ)数值计算结果比较

Tab. 1 Comparison for the numerical results of scheme (Ⅰ)～(Ⅲ)

解法	(η, r)	(x, y)			
		$(0.2\pi, 0.7\pi)$	$(0.4\pi, 0.4\pi)$	$(0.6\pi, 0.5\pi)$	$(0.8\pi, 0.6\pi)$
精确解 格式(Ⅰ)解	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$	$1.254\ 475\times10^{-7}$ $1.165\ 785\times10^{-7}$	$1.170\ 597\times10^{-7}$ $1.087\ 837\times10^{-7}$	$1.361\ 868\times10^{-7}$ $1.265\ 585\times10^{-7}$	$1.361\ 868\times10^{-7}$ $1.265\ 585\times10^{-7}$
精确解 格式(Ⅰ)解	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	$1.254\ 475\times10^{-7}$ $1.203\ 194\times10^{-7}$	$1.170\ 597\times10^{-7}$ $1.122\ 746\times10^{-7}$	$1.361\ 868\times10^{-7}$ $1.306\ 197\times10^{-7}$	$1.361\ 868\times10^{-7}$ $1.306\ 197\times10^{-7}$
精确解 格式(Ⅱ)解	$(\frac{1}{4}, 1)$	$1.739\ 236\times10^{-14}$ $1.239\ 213\times10^{-14}$	$1.622\ 946\times10^{-14}$ $1.159\ 433\times10^{-14}$	$1.888\ 128\times10^{-14}$ $1.345\ 478\times10^{-14}$	$1.888\ 128\times10^{-14}$ $1.348\ 527\times10^{-14}$
精确解 格式(Ⅲ)解	$(\frac{1}{8}, 1)$	$4.683\ 074\times10^{-3}$ $4.683\ 086\times10^{-3}$	$4.369\ 952\times10^{-3}$ $4.369\ 962\times10^{-3}$	$5.083\ 982\times10^{-3}$ $5.083\ 994\times10^{-3}$	$5.083\ 982\times10^{-3}$ $5.083\ 994\times10^{-3}$

参考文献:

[1] 南京大学. 偏微分方程数值解法[M]. 北京:科学出版社,1979:75-77.

[2] 马明书. 二维抛物型方程的一族两层显式格式[J]. 河南师范大学学报:自然科学版,2002,30(1):23-25.

[3] 金承日,刘家琦. 关于二维热传导方程的一族显式格式[J]. 哈尔滨工业大学学报,1995,27(5):9-12.

Two-Level Explicit Difference Schemes with Higher Stability Properties for Solving the Equation of Two-Dimensional Parabolic Type

SHAN Shuang-rong

(School of Mathematics Sciences, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: By introducing dissipative term into conventional explicit schemes and choosing apropos parameter, several two-level explicit difference schemes are established for solving the equation of two-dimensional parabolic type. The order of the local discretization is $O(\tau + h^2)$ and best stability condition is $r = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{\Delta t}{(\Delta y)^2} = \frac{\tau}{h^2} \leq 1$, which is better than (or equal to) the order by other two level explicit schemes. The schemes are also simple and practical explicit two-level difference schemes. The stability analysis made by the author is clearly stabled by numerical example.

Keywords: equation of two-dimensional parabolic type; two-level explicit difference scheme; dissipative term; stability; convergence

(责任编辑: 钱 筠 英文审校: 张金顺, 黄心中)