

文章编号: 1000-5013(2008)04-0609-05

高层建筑受下垫面热辐射的理论计算模型

冉茂宇

(华侨大学 建筑学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 在合理假设的基础上, 建立高层建筑受下垫面热辐射的物理数学模型. 通过理论分析, 得出高层建筑受下垫面热辐射量的理论计算关系式. 下垫面对高层建筑的热辐射随其距高层建筑水平距离的增加而迅速减少, 存在一个有效的辐射范围, 它仅与高层建筑的高度和半径有关. 在该范围内对下垫面进行处理, 可有效地减少或增加下垫面对高层建筑的热辐射.

关键词: 高层建筑; 下垫面; 热辐射; 空调能耗

中图分类号: TU 111.19

文献标识码: A

高层建筑由于其结构原因, 外形往往设计成柱状, 既有利于减小体形系数, 节省材料和运行能耗, 又有利于空气流动预防风害. 高层建筑往往高出其周围物体很多, 因此, 下垫面对高层建筑的热辐射(包括表面发射辐射和对太阳辐射的反射) 相对于低层建筑或多层建筑来讲要强得多, 它是引起高层建筑采暖空调能耗的重要因素. 为了减少结构负荷, 高层建筑围护结构常常采用轻型的玻璃幕墙, 这使得下垫面对高层建筑热辐射的影响增大. 高层建筑除了受到下垫面的热辐射外, 还要受到天空昼夜的长波辐射及白天太阳的直接辐射和散射辐射. 由于太阳的直接辐射和散射辐射, 以及天空长波辐射都取决于室外气候和大气状况, 不能人为控制, 因此, 在目前的技术水平下, 可人为改变或控制的只有下垫面的发射辐射和对太阳短波的反射辐射. 目前, 关于高层建筑的研究, 主要集中在防灾和结构^[1-5]、设备能耗和室内热环境^[6] 等方面, 就下垫面对高层建筑热辐射方面的研究, 尚未见相关报道^[7]. 本文揭示下垫面对高层建筑的辐射特性, 并提供合理可行的关系式, 以较准确地计算下垫面对高层建筑的热辐射量.

1 基本假设和数理模型

为了揭示下垫面对高层建筑的热辐射特征, 作以下 3 点合理的基本假设:

(1) 由于高层建筑的塔楼高度相比于其横断面长宽或半径要大得多, 可将其等效为一圆柱体; 圆柱体高与高层建筑实际高度相同, 其圆周长与高层建筑柱底面实际周长相同.

(2) 下垫面虽凸凹不平, 但这种凸凹相对于高层建筑高度而言非常小, 它们在下垫面上只起到粗糙度的作用, 使下垫面对太阳短波的反射辐射符合漫反射规律. 即在半球空间各个方向上的定向反射辐射强度相等.

(3) 下垫面可视为某一高度的水平面, 其温度分布均匀, 发射辐射符合灰体辐射特性. 即在半球空间各个方向上的定向发射辐射强度相等.

在上述假设基础上, 建立如图 1 所示的物理模型. 设高层建筑高度为 H_0 , 等效半径为 r_0 . 在下垫面上任意处 p 点处取微元面积 dA , 记 p 点的半径为 r , 过 p 点作柱体底面圆的外切线得两切点 a, b . 过 a, b 作底面的垂线, 可得两母线 aa', bb' , 两母线之间面对 dA 部分的柱外表面就是 p 点所能辐射到的柱体表面. 在 p 点能辐射到的柱面上任一处 c' 点取微元面积 dF , 由 c' 作底面垂线与底面圆相交于 c 点, 连接

收稿日期: 2008-03-22

作者简介: 冉茂宇(1967), 男, 教授, 博士, 主要从事建筑热工与建筑节能、生态建筑技术的研究. E-mail: ranmaoyu@yahoo.com.cn.

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(D0640010)

oa, ob, oc, op , 则 $\triangle oap, \triangle obp, \triangle c'cp$ 为直角三角形. 过 p 点作 oc 的延长线的垂线, 记垂足为 q ; 过 p 点作底面的垂线, 与过 c' 平行于 cp 的直线相交于 q' , 则 $\triangle opq, \triangle pq'q', \triangle pc'q'$ 为直角三角形. 微元面积 $dA = r d\beta dr$. 微元面积 $dF = r_0 d\theta dh$.

由 $\triangle opq$ 和直角三角形 $\triangle pc'q'$ 可得

$$r_1^2 = h^2 + q^2 = h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta$$
$$r_1 = \sqrt{h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta}$$

由直角三角形 $\triangle pc'q'$ 可得

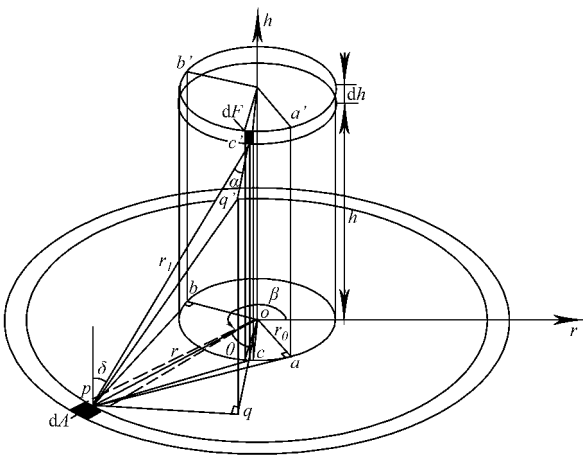
$$\cos \alpha = \frac{c'q'}{r_1} = \frac{cq}{r_1} = \frac{r \cos \theta - r_0}{\sqrt{h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta}}$$


图 1 热辐射物理模型

Fig. 1 Physical model of the thermal radiation

dF 相对于 p 的立体角 $d\omega$ 为

$$d\omega = \frac{dF \cos \alpha}{r_1^2} = \frac{r_0(r \cos \theta - r_0) d\theta dh}{(h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta) \sqrt{h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta}}$$

由于下垫面发射辐射符合灰体辐射, p 点处微元面积 dA 向半空任意方向的发射辐射强度相等^[3], 即 $I_1 = \frac{\varepsilon_0}{\pi} T^4$. 其中, ε 为下垫面材料的发射率, ε_0 为黑体的辐射系数, 其值为 $56.7 \text{ nW} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}$, T 为下垫面的绝对温度.

根据假设, 下垫面对太阳辐射的反射为漫反射, 则微元面积 dA 向半空任意方向的漫反射辐射强度为 $I_s = \frac{\rho \cdot I_G}{\pi}$. 其中, ρ 为下垫面反射系数, I_G 为到达下垫面的太阳短波辐射强度, 包括太阳直接辐射和散射辐射两部分. 地面向半空任意方向的辐射强度 I 表示为

$$I = I_1 + I_s = \frac{1}{\pi} (\varepsilon_0 T^4 + \rho I_G).$$

dA 在微小立体角 $d\omega$ 内向柱体辐射量为

$$dq_{0, r, h, \beta} = I d\omega \cdot dA \cos \delta = \frac{1}{\pi} (\varepsilon_0 T^4 + \rho I_G) \frac{r_0(r \cos \theta - r_0) h d\theta dr dh d\beta}{(h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta)^2}.$$

考虑到 p 点所辐射到的柱体表面左右对称, 下垫面对高层建筑的辐射数学模型为

$$dQ_{0, r, h, \beta} = 2dq_{0, r, h, \beta} = \frac{1}{\pi} (\varepsilon_0 T^4 + \rho I_G) \frac{2r_0(r \cos \theta - r_0) h d\theta dr dh d\beta}{(h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta)^2}.$$

2 热辐射随距离 r 的变化关系

对下垫面对高层建筑的辐射数学模型中的角度 β 从 0 到 2π 积分, 得

$$dQ_{0, r, h} = (\varepsilon_0 T^4 + \rho I_G) \frac{4r_0(r \cos \theta - r_0) h d\theta dr dh}{(h^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta)^2}.$$

对上式的 h 从 0 到 H_0 积分, 整理可得

$$dQ_{0, r} = (\varepsilon_0 T^4 + \rho I_G) \times \left[\frac{r^2 - r_0^2}{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta} - \frac{H_0^2 + r^2 - r_0^2}{H_0^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta} \right] d\theta dr.$$

对上式的 θ 从 0 到 $\arccos(r_0/r)$ 积分, 整理可得

$$dQ_r = (\varepsilon_0 T^4 + \rho I_G) \times \left[2 \arctg \left(\frac{r + r_0}{\sqrt{r^2 - r_0^2}} \right) - \frac{2(H_0^2 + r^2 - r_0^2) \arctg \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r + r_0)^2} (r - r_0)}{\sqrt{H_0^2 + (r - r_0)^2} (r + r_0)} \right)}{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2) (H_0^2 + (r - r_0)^2)}} \right] dr.$$

经变换, 可得

$$\frac{dQ_r}{dr} = (\varpi_0 T^4 + \varrho_c) \times \left[2 \arctg \left(\frac{r + r_0}{\sqrt{r - r_0}} \right) - \frac{2(H_0^2 + r^2 - r_0^2) \arctg \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r + r_0)^2}(r - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r - r_0)^2)(r + r_0)}} \right)}{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(H_0^2 + (r - r_0)^2)}} \right]. \tag{1}$$

式(1)是下垫面上半径为 r 处的微小圆环对整个高层建筑的热辐射量,它反映了下垫面对高层建筑热辐射随距离 r 的变化特性.从式(1)可知,高层建筑受下垫面热辐射的大小与下垫面发射率 ε 反射率 ρ 、下垫面绝对温度 T ,高层建筑半径 r_0 和高度 H_0 ,以及到达下垫面的太阳辐射强度 I_c 和辐射地点的半径 r 有关.令

$$f(r) = 2 \arctg \left(\frac{r + r_0}{\sqrt{r - r_0}} \right) - \frac{2r(H_0^2 + r^2 - r_0^2) \arctg \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r + r_0)^2}(r - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r - r_0)^2)(r + r_0)}} \right)}{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(H_0^2 + (r - r_0)^2)}}, \tag{2}$$

表明 $f(r)$ 只与 H_0, r_0 和 r 有关,它反映了高层建筑受下垫面热辐射随距离 r 的变化关系.当 $r = r_0$ 时, $f(r_0) = \pi \cdot r_0$,下垫面对高层建筑的热辐射强度最大;当 r 增加时,下垫面对高层建筑的热辐射强度逐渐减小;当 $r \rightarrow +\infty$ 时, $f(+\infty) = 0$ 即无限远处下垫面对高层建筑热辐射为 0.

例如,德国埃森 RWE AG 总部大楼是一栋圆柱形的塔楼,由方形底座支撑,圆形塔楼直径为 32 m,高 128 m,如果周围建筑平均高度为 6 层取为 18 m,则圆形塔楼高出下垫面 110 m.取 $H_0 = 110$ m, $r_0 = 16$ m,代入式(2),可得函数 $f(r)$ 随 r 的变化关系,如图 2 所示.从图 2 可知,当 r 在 16 m 至 46 m 间,函数 $f(r)$ 下降迅速;当 r 在 46 m 至 136 m 间,基本上是线性下降;当 r 大于 180 m 后,函数 $f(r)$ 下降变得缓慢.

因此,存在着一个有效的下垫面辐射范围,在此范围内,对下垫面性质进行改变可有效地降低或增加下垫面对高层建筑的热辐射.当超过这一范围后,改变下垫面性质所起的作用就不明显了.同时,如果下垫面为无穷大平面,则其对高层建筑热辐射总量趋近于某一定值.这个定值与曲线 $f(r)$ 和横纵坐标围成的面积有关.

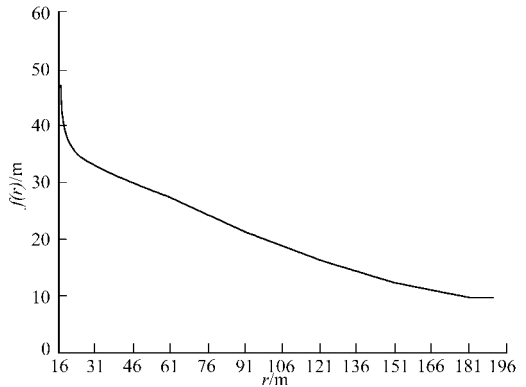


图 2 函数 $f(r)$ 随距离半径 r 的变化关系

Fig. 2 The variation of function $f(r)$ with the distance r

3 理论计算公式

令 $f_1(r) = 2 \arctg \left(\frac{r + r_0}{\sqrt{r - r_0}} \right)$, $f_2(r) = \frac{2r(H_0^2 + r^2 - r_0^2) \arctg \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r + r_0)^2}(r - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r - r_0)^2)(r + r_0)}} \right)}{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(H_0^2 + (r - r_0)^2)}}$, 则有

$$dQ_r = (\varpi_0 T^4 + \varrho_c) f(r) dr = (\varpi_0 T^4 + \varrho_c) [f_1(r) dr - f_2(r) dr],$$

$$Q_r = (\varpi_0 T^4 + \varrho_c) \int_{r_0}^r f(r) dr = (\varpi_0 T^4 + \varrho_c) \left[\int_{r_0}^r f_1(r) dr - \int_{r_0}^r f_2(r) dr \right]. \tag{3}$$

对 $f_1(r), f_2(r)$ 分别从 r_0 到 r 积分,可得出辐射总量 Q_r 随距离 r 的变化关系.采用分步积分对 $f_1(r), f_2(r)$ 积分,可得

$$\int_{r_0}^r f_1(r) dr = \int_{r_0}^r 2 \arctg \left(\frac{r + r_0}{\sqrt{r - r_0}} \right) dr = r^2 \arctg \left(\frac{r + r_0}{\sqrt{r - r_0}} \right) + \frac{r_0}{2} \sqrt{r^2 - r_0^2} - \frac{\pi}{2} r_0^2, \tag{4}$$

$$\int_{r_0}^r f_2(r) dr = \sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(H_0^2 + (r - r_0)^2)} \arctg \left(\frac{\sqrt{H_0^2 + (r + r_0)^2}(r - r_0)}{\sqrt{(H_0^2 + (r - r_0)^2)(r + r_0)}} \right) + \frac{1}{2} r_0 \sqrt{r^2 - r_0^2} - \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r} \right) - 2r_0 H_0 \arctg \left(\frac{\sqrt{r^2 - r_0^2}}{H_0} \right). \tag{5}$$

将式(4)和式(5)代入式(3), 可得

$$Q_r = (\varepsilon_0 T^4 + \rho_c) \left[r^2 \arctg \left(\frac{\sqrt{r^2 - r_0^2}}{r - r_0} \right) - \frac{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(H_0^2 + (r - r_0)^2)}}{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(r - r_0)}} \right. \\ \left. \arctg \left(\frac{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(r - r_0)}}{\sqrt{(H_0^2 + (r - r_0)^2)(r + r_0)}} \right) + \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r} \right) + 2r_0 H_0 \arctg \left(\frac{\sqrt{r^2 - r_0^2}}{\sqrt{H_0^2}} \right) - \frac{\pi}{2} r_0^2 \right]. \quad (6)$$

间于半径 r_1 与 r_2 之间的圆环形带状下垫面对高层建筑的热辐射量 $Q_{r_1 \sim r_2}$, 可分别在式(6)中代入 r_1 和 r_2 计算后再相减得到. 即

$$Q_{r_1 \sim r_2} = (\varepsilon_2 \sigma T_{12}^4 + \rho_{12} I_G) \left[r_2^2 \arctg \left(\frac{\sqrt{r_2^2 - r_0^2}}{r_2 - r_0} \right) - \frac{\sqrt{(H_0^2 + (r_2 + r_0)^2)(H_0^2 + (r_2 - r_0)^2)}}{\sqrt{(H_0^2 + (r_2 + r_0)^2)(r_2 - r_0)}} \right. \\ \left. \arctg \left(\frac{\sqrt{(H_0^2 + (r_2 + r_0)^2)(r_2 - r_0)}}{\sqrt{(H_0^2 + (r_2 - r_0)^2)(r_2 + r_0)}} \right) - r_1^2 \arctg \left(\frac{\sqrt{r_1^2 - r_0^2}}{r_1 - r_0} \right) + \frac{\sqrt{(H_0^2 + (r_1 + r_0)^2)(H_0^2 + (r_1 - r_0)^2)}}{\sqrt{(H_0^2 + (r_1 + r_0)^2)(r_1 - r_0)}} \right. \\ \left. \arctg \left(\frac{\sqrt{(H_0^2 + (r_1 + r_0)^2)(r_1 - r_0)}}{\sqrt{(H_0^2 + (r_1 - r_0)^2)(r_1 + r_0)}} \right) + \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r_2} \right) - \right. \\ \left. \frac{H_0^2 + r_0^2}{2} \arccos \left(\frac{r_0}{r_1} \right) + 2r_0 H_0 \arctg \left(\frac{\sqrt{r_2^2 - r_0^2}}{\sqrt{H_0^2}} \right) - 2r_0 H_0 \arctg \left(\frac{\sqrt{r_1^2 - r_0^2}}{\sqrt{H_0^2}} \right) \right]. \quad (7)$$

式(7)中 ε_2 , T_{12} , σ_{12} 分别为圆环形带状下垫面的黑度、绝对温度、反射系数. 如果环形带状下垫面不是封闭的圆形, 则可根据其占圆环形带状面积的比例, 乘以式(7)计算的结果即可. 例如, 若是半圆环带状就乘 1/2, 3/4 圆环带状就乘 3/4.

由此可知, 虽然式(6)是在下垫面性质相同的前提下导出的理论计算公式, 但它可用于下垫面性质分布不均匀的场合. 这一特性使其能计算下垫面任意局部分面积对高层建筑的辐射量, 能与实际下垫面情况结合, 应用范围大大扩展. 关于下垫面在太阳辐射下的温度变化, 是可以结合室外气候和下垫面构造状况进行模拟的^[8].

4 热辐射极限量及其有效辐射范围

当 $r \rightarrow +\infty$ 时, $\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(H_0^2 + (r - r_0)^2)} \approx H_0^2 + r^2$. 于是, 有

$$\frac{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(H_0^2 + (r - r_0)^2)} \arctg \left(\frac{\sqrt{(H_0^2 + (r + r_0)^2)(r - r_0)}}{\sqrt{(H_0^2 + (r - r_0)^2)(r + r_0)}} \right)}{(H_0^2 + r^2) \arctg \left(\frac{\sqrt{r^2 - r_0^2}}{\sqrt{r + r_0}} \right)} = \quad (8)$$

在下垫面温度和材料相同的情况下, 将式(8)代入式(6), 可得无穷大下垫面对高层建筑辐射总量为

$$Q_{+\infty} = \pi \cdot r_0 (\varepsilon_0 T^4 + \rho_c) (H_0 - 0.25r_0).$$

为了获得下垫面对高层建筑辐射的有效范围, 可令 $g(r) = Q_r / Q_{+\infty}$, 则 $g(r)$ 反映下垫面 r 范围内对高层建筑辐射量占极限辐射量的比例.

同样用德国埃森 RWE AG 总部大楼来分析. 在式(6)和式(8)中取 H_0 为 110 m, 半径 r_0 为 16 m, 可绘出 $g(r)$ 与 r 的关系曲线, 如图 3 所示. 从图 3 可知, 离该建筑外表 100 m 水平范围内, 辐射量占总量的 50%; 离该建筑外表 200 m 范围内, 辐射量占总量的占 70%; 离该建筑外表 300 m 范围内, 辐射量占总量的占 80%; 离该建筑外表 500 m 范围内, 辐射量占总量的占 90%. 原则上, 可以将辐射量占总量 90% 的高层建筑周围的下垫面圆环范围, 定义为有效辐射范围. 对于德国埃森 RWE AG 总部大楼而言, 该范围为建筑周围 500 m 范围左

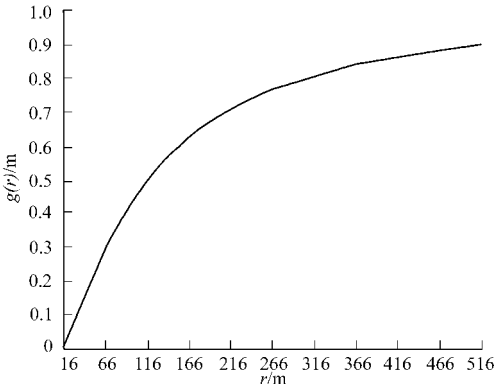


图 3 函数 $g(r)$ 随距离半径 r 的变化关系
Fig. 3 The variation of function $g(r)$ with the distance r

右. 在该范围内, 用黑度和反射系数小的材料做下垫面, 或对下垫面进行降温处理, 例如种植绿化和设置水体, 可有效地减少下垫面对该高层建筑的热辐射.

5 结束语

下垫面对高层建筑的热辐射是影响高层建筑采暖空调能耗的重要因素之一, 本文得到下垫面对高层建筑热辐射量的一般计算关系式. 该关系式表明, 下垫面对高层建筑热辐射随距高层建筑距离的增加而迅速减少, 存在一个有效的辐射范围. 利用所得的一般关系式, 可以结合高层建筑的具体情况和下垫面具体性质, 分析下垫面对高层建筑的热辐射情况.

参考文献:

[1] 季 静, 赵书宁, 韩小雷, 等. 复杂高层建筑的模拟地震振动台试验[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2007, 35 (3): 83-89.

[2] YOSHIE R, KAWAI H, SHIMURA M, WEI R. Study on wind-induced vibration of super high rise building by multi-degree-of freedom model[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997(69-71): 745-755.

[3] 黄本才, 汪丛军, 周大伟, 等. 下游干扰体对上游高层建筑风力的影响[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2007, 35 (8): 1025-1029.

[4] BENEDICT N L, HUNT M L, ZUKOSKI E E. Buoyant flows in vertical shafts with applications to high-rise building fires[J]. American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, 1998, 357(2): 47-54.

[5] XUE H, CHOU S K, ZHONG X Q. Thermal environment in a confined space of high-rise building with split air conditioning system[J]. Building and Environment, 2004, 39(7): 817-823.

[6] 吕大刚, 邢方亮, 张世海, 等. 高层建筑结构选型智能决策支持系统研究开发[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2004, 36 (2): 205-208.

[7] 冉茂宇. 室外人体受地面热辐射的预测模型[J]. 建筑热能通风空调, 2007, 26(4): 5-8.

[8] 冉茂宇, 杨若菡, 孟庆林. 太阳辐射下户外空间界面温度的预测模型和方法[J]. 太阳能学报, 2006, 27(7): 719-724.

Theoretical Calculation Model of the Thermal Radiation from the Underlying Surface to the Tall Building

RAN Mao-yu

(College of Architecture, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: The assumptions to the thermal radiation of the underlying surface agrees with Lambert cosine law, the tall building is equivalent firstly to a cylinder, then the mathematical model to describe the thermal radiation from the underlying surface to tall building is established and analyzed theoretically. The general formulas to calculate this thermal radiation are obtained. The formulas show that the rate of this thermal radiation decreases quickly with increasing the horizontal distance between the radiation surface and tall building, and there is a range of underlying surface from which the thermal radiation to the tall building is dominant; so taking some measures to this range, this thermal radiation can be effectively adjusted.

Keywords: tall building; underlying surface; thermal radiation; energy consumption of air condition

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 方德平)