

文章编号: 1000-5013(2008)04-0514-04

# 无衍射 Bessel 及 Bessel-Gauss 光的理论与实验

邱振兴, 吴逢铁, 郭东栋

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 理论分析 Bessel 光束和 Bessel-Gauss 光束的相互联系及区别, 数值模拟理想 Bessel 光束和 Bessel-Gauss 光束在任意平面的径向光强分布, 以及光腰半径和谐振腔腔长对输出 Bessel-Gauss 光束的影响. 模拟结果表明, 相对于 Bessel 光, Bessel-Gauss 光衰减较快, 实验结果也验证了理论分析. 同时, 光腰半径越大, 光强的径向分布衰减越慢; 而腔长越大, 其主模式的振幅分布衰减越慢.

**关键词:** Bessel 光束; Bessel-Gauss 光束; 轴棱锥; 光强分布

**中图分类号:** O 436

**文献标识码:** A

无衍射光束是美国罗彻斯特大学教授 Durnin 于 1987 年提出的, 它是一种典型的空间衍射不变光场. 由于零级 Bessel 光束具有一个强度高、尺度小(可达到波长量级)的中央亮斑, 并且该亮斑随衍射距离在一定范围内不发生扩散, 使这种无衍射光束有很多潜在的用途<sup>[1]</sup>. 利用透镜对 Bessel 光进行聚焦, 很容易获得 Bottle Beam<sup>[2]</sup>, 实现对微观粒子的操控<sup>[3]</sup>. 众所周知, 函数  $J_0(x)$  振荡的最大值在  $x$  趋于无穷时, 按照  $1/x^{1/2}$  的规律衰减. 正是由于这一缓慢的衰减规律, 且理想的 Bessel 光束需要携带无穷的能量, 因此在实验中得到的只能是近似理想的 Bessel 光束. 与理想的 Bessel 光束不同, 由于 Gauss 分布快速衰减的特性, Bessel-Gauss 光束携带有限能量, 在实验中比较容易实现. 本文主要研究无衍射 Bessel 及 Bessel-Gauss 光束之间的联系与区别, 并从理论与模拟实验等方面进行探讨与比较.

## 1 理论与模拟

### 1.1 Bessel 光束

Bessel 光束是自由空间标量波动方程的一组特殊解, 其场分布具有第一类零阶 Bessel 函数  $J_0$  的形式. 在无界的自由空间传播时, 与传播方向垂直的每个平面上光场分布不变, 并且具有高度的局域化强度分布. 也就是说, 光束中电场强度的横向分布很集中, 这类光场不受到衍射扩展. 通过亥姆霍兹方程  $[\nabla^2 + k^2] \Phi(r, k) = 0$ , 可以求得  $z \geq 0$  时波动方程在自由空间的一个特解. 这个特解具有零阶 Bessel 函数形式, 即强度分布与轴向传播距离无关. 这个具有 Bessel 函数形式的光场分布可以表示为

$$U_m(\rho, \varphi, z) = U_0 J_m(\alpha \rho) \exp[i(\beta z + m\varphi)]. \quad (1)$$

光沿着  $z$  轴传播,  $\rho$  和  $\varphi$  分别为径向坐标和方位角坐标,  $U_0$  为标量振幅,  $J_m$  为第一类  $m$  阶 Bessel 函数,  $\alpha = k \sin \theta$  为波矢在径向的分量,  $\beta = k \cos \theta$  为波矢在传播方向的分量, 其中,  $k = 2\pi/\lambda$  为波矢,  $\lambda$  表示波长,  $\theta$  为 Bessel 光束的锥顶角.

通常讨论的 Bessel 光是指  $m = 0$  时, 由  $J_0$  (第一类零阶 Bessel 函数) 所描述的零阶 Bessel 光, 即 Durnin 等提出的无衍射光束. 理论上, 其在传播过程中光强的横向分布不随传播距离发生变化. 实际上能够产生的是携带有限能量, 在有限距离内光强横向分布基本不变的近似无衍射光. 无衍射光束最简单形式就是一个沿着  $z$  方向传播的单色波<sup>[4]</sup>, 有

收稿日期: 2008-01-09

作者简介: 邱振兴(1984-), 男; 通信作者: 吴逢铁(1958-), 男, 教授, 主要从事光束传输与控制、超短光脉冲及其非线性效应的研究. E-mail: ftwu@public.qz.fj.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60477041); 福建省自然科学基金计划资助项目(A0710011, A0410017)

$$\Psi(x, y, z; k) = \exp(i\beta z) J_0(\alpha \rho). \tag{2}$$

式中,  $\alpha^2 + \beta^2 = k^2$ ,  $x^2 + y^2 = \rho^2$ ,  $J_0$  是第一类零阶 Bessel 函数. 当  $0 < \alpha < k$ , 式(2)为无衍射光束, 它在垂直于  $z$  轴的每一个平面都有相同的强度分布  $J_0^2(\alpha \rho)$ . 中央主极大的半宽度接近于  $1/\alpha$ , 横模分布随  $1/\rho$  而衰减. 为了更好的理解无衍射 Bessel 光束, 可将 Bessel 光束视作波矢落在环绕  $z$  轴的圆锥面上的平面波的叠加, 所有这些平面波在沿  $z$  轴方向有相同的波矢分量. 相应地, 在沿  $z$  轴方向任一给定光程的相位变化一致. 各个平面波之间的相位关系不变, 在任意垂直于  $z$  轴的平面上干涉图样具有同样的波形.

1.2 Bessel-Gauss 光束

Bessel-Gauss 光束可以视作是从不变的理想 Bessel 光束到 Gauss 光束的平滑过渡<sup>[5]</sup>, 可以通过用 Gauss 分布来调制零阶 Bessel 光束的横向扰动分布. 即可得到一个近轴情况下的零阶 Bessel-Gauss 光. 这种光束被定义为零阶 Bessel-Gauss 光. Gauss 横向调制也可以应用于更高阶无衍射光束的调制.  $m$  阶 Bessel-Gauss 光在光腰处的光场分布为

$$U_m(\rho, \varphi, z = 0) = U_0 J_m(\alpha \rho) \exp(-\rho^2/w_0^2) \exp(im\varphi). \tag{3}$$

由式(3)可以看到  $m$  阶 Bessel-Gauss 光光腰处是受 Gauss 项( $\exp(-\rho^2/w_0^2)$ )调制的  $m$  阶 Bessel 光,  $w_0$  是对应 Gauss 光( $U \sim \exp(-\rho^2/w_0^2)$ )的光腰半径.  $m$  阶 Bessel-Gauss 沿  $z$  轴传播的表达式<sup>[5]</sup>为

$$U_m(\rho, \varphi, z) = U_0 \frac{w_0}{w(z)} J_m \frac{\alpha \rho}{1 + iz/z_R} \times \exp\left[-\frac{1}{w(z)^2} - \frac{ik}{2R(z)}\right](\rho^2 + \theta^2 z^2) \times \exp[i\Phi(z)] \exp(im\varphi). \tag{4}$$

在式(4)中, 瑞利长度  $z_R = \frac{1}{2}kw_0^2$ , 光斑半径  $w(z) = w_0(z)[1 + (z/z_R)^2]^{1/2}$ , 波前曲率半径  $R(z) = z + z_R^2/z$ , 而  $w(z)$  和  $R(z)$  与 Gauss 光的特性表达形式是相同的.  $\Phi(z)$  是 Bessel-Gauss 光的轴向相位,  $\Phi(z) = \beta z - \arctan(z/z_R)$ ,  $\beta$  为传播常数, 则在近轴光学近似下有  $\beta \approx k - \alpha^2/2k$ .

不难看出, Bessel-Gauss 光随着轴向距离的增加, 光场会发生变化. 图 1 模拟了零阶 Bessel 及 Bessel-Gauss 光束光强径向分布图. 可以看到, Bessel-Gauss 光束与 Bessel 光相比随  $\rho$  的增大衰减的很快, 并且只有四环, 比 Bessel 光的亮环数量少得多. 这是受到 Gauss 光调制后, 光强随径向距离  $\rho$  的增加迅速衰减的结果. 模拟结果指出, 零阶 Bessel 和 Bessel-Gauss 光均为近似的无衍射光, 但随着径向距离  $\rho$  的增大, Bessel-Gauss 光迅速衰减. 图 2 模拟的是在  $z$  为 0, 0.5 处, 零阶 Bessel-Gauss 光束的径向光强分布随  $w_0$  的变化情况. 结果表明,  $z$  一定时,  $w_0$  越大, 光强的径向分布衰减越慢.

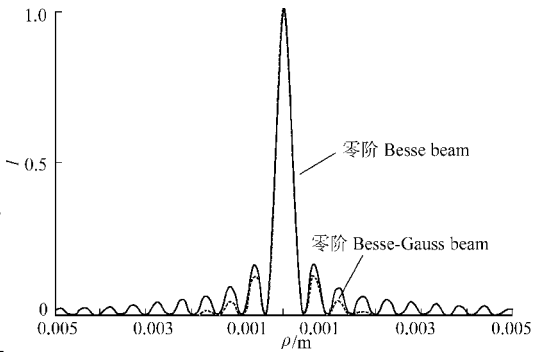


图 1 零阶 Bessel 及 Bessel-Gauss 光束径向光强分布  
Fig. 1 Intensity distribution of  $J_0$  beam and Bessel-Gauss beam

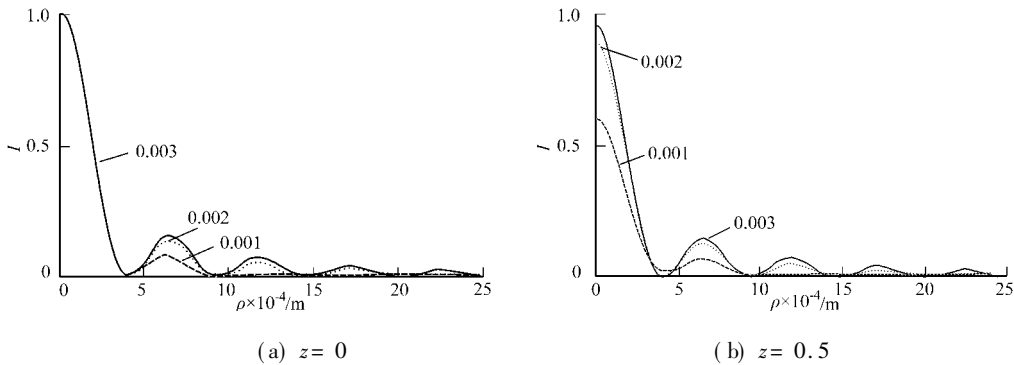


图 2 径向光强分布随  $w_0$  的变化

Fig. 2 The radial intensity distribution with  $w_0$

因为 Gauss 光束的波前是球面波, 所以 Gauss 谐振腔可用球面镜来构造; Bessel-Gauss 光束的波前

是圆锥形的, 可以用轴棱锥来构造谐振腔<sup>[6]</sup>. 如果用两个完全相同的轴棱锥来构造, Bessel-Gauss 光束仅存在于谐振腔内, 无法输出. 在  $L = Z_{\max}/2 = a/2(n-1)\gamma$  ( $\gamma$  为轴棱锥底角) 处插入一个平面镜, 就可以得到一个谐振腔, 腔中除了锥面波成分外, 还有平行平面腔引起的钟型振幅分布的光成分. 因此, 谐振腔中振荡的是受钟型分布调制的 Bessel 光<sup>[7]</sup>, 输出为 Bessel-Gauss 光束.

一般认为, 谐振腔的腔长为  $L = Z_{\max}/2 = a/2(n-1)\gamma$  时<sup>[8]</sup>, 效果最为理想. 为探究腔长的对输出光束质量的影响, 变换腔长为  $L'$ , 数值模拟输出镜面光振幅主模式的振幅分布, 如图 3 所示. 图 3 中,  $I(A)$  为归一化振幅. 模拟结果指出: 腔长为  $0.7L$  时, 光场分布结果不再收敛于腔长  $L$  时的光模式; 而在其

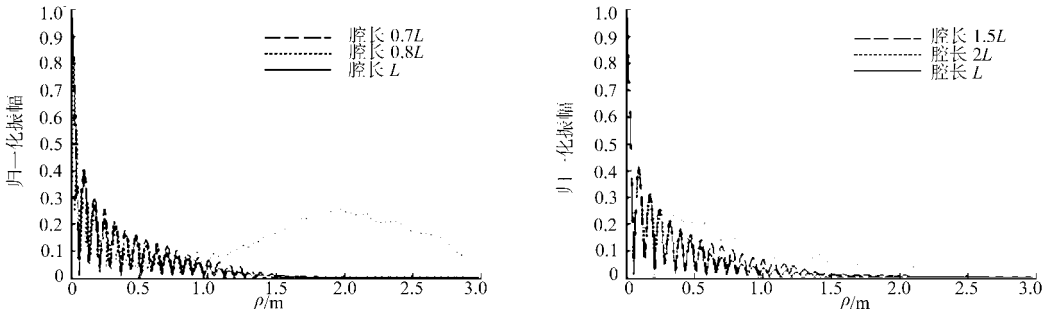


图 3 不同腔长的输出镜面光振幅分布

Fig. 3 Amplitude at output mirror with different cavity length

他情况下, 腔长越大, 主模式的振幅分布衰减的越慢; 腔长越小, 主模式的振幅分布衰减的越快.

2 相关实验

轴棱锥法具有结构简单、效率高、抗损伤阈值高的特点<sup>[9-10]</sup>, 因此本文均采用轴棱锥法. 平面波通过轴棱锥后, 由波矢位于同一锥面上的平面波叠加, 将产生近似无衍射 Bessel 光束. 这在最大无衍射距离  $Z_{\max} = a/(n-1)\gamma$  (其中,  $a$  为入射轴棱锥的光束半径,  $n$  为轴棱锥的折射率) 范围内是可以观察到的.

根据对谐振腔的分析, 设计了实现 Bessel-Gauss 光的实验装置, 如图 4 所示. 在  $z < L$  的范围内, 得到了 Bessel-Gauss 光束, 其光强分布如图 5 所示. 其中,  $z = 0$  的状况最为理想; 当  $z > L$  时, 观察到的光束为空心光束. 通过对 3 mW 的 He-Ne 激光进行准直

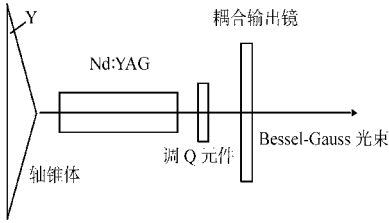


图 4 实验装置示意图  
Fig. 4 Scheme of experiment

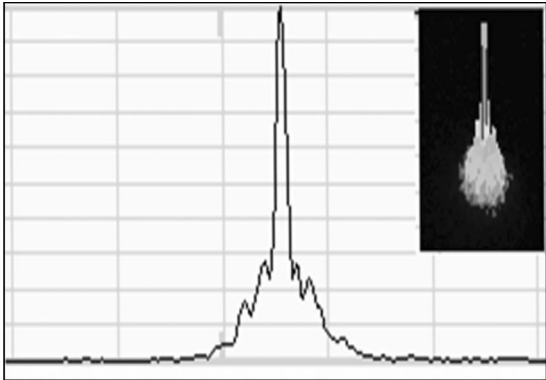


图 5 Bessel-Gauss 光束的光强分布

Fig. 5 Intensity distribution of Bessel-Gauss beam

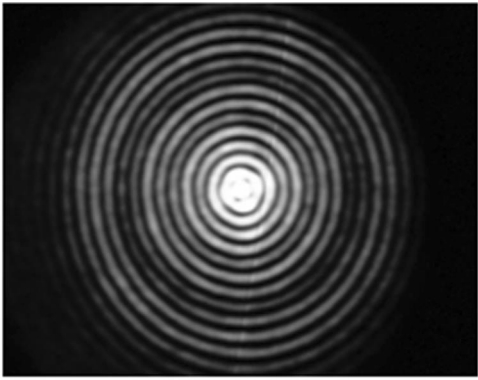


图 6 近似  $J_0$  Bessel 光束的光强分布

Fig. 6 Intensity distribution of like- $J_0$  beam

扩束, 然后垂直入射轴棱锥, 得到的近似  $J_0$  Bessel 光的光强分布图, 如图 6 所示.

从实验结果来看, 得到的 Bessel 光束与理论吻合的很好. 图 6 为用体视显微镜(可连续放大, 最大放大倍率为 50 倍)和 CCD 照相机(可连续放大, 最大倍率为 5 倍,  $2560\text{ px} \times 1920\text{ px}$ )组成的系统, 拍摄 He-Ne 光(中心波长 632.8 nm)垂直入射轴棱锥得到的光束强度分布图. 利用如图 4 所示的实验装

置得到 Bessel-Gauss 光束, 以及利用 TaperCamD-UCM-20-15 型光束分析仪在距输出镜距离为  $L$  (腔长长度) 范围内进行观察, 得到图 5 所示的光强分布只有 2~3 环. 这验证了与 Bessel 光束相比 Bessel-Gauss 光束快速衰减的特性. 很明显, 与近似 Bessel 光的实验结果相比, 得到的实验结果质量并不理想, 尚有待提高.

### 3 结束语

从两者的理论出发, 实验验证了相对于 Bessel 光, Bessel-Gauss 光衰减较快. 数值模拟了理想 Bessel 光束和 Bessel-Gauss 光束在任意平面的径向光强分布, 以及光腰半径和谐振腔腔长对输出 Bessel-Gauss 光束的影响. 通过对结果进行分析发现, 当  $z$  一定时,  $w_0$  越大, 光强的径向分布衰减越慢; 当腔长为  $0.7L$  时, 光场分布结果不再收敛于腔长  $L$  时的光模式; 而当腔长为其他情况时, 腔长越大衰减的越慢, 腔长越小衰减的越快.

#### 参考文献:

- [1] MANZ T, SCHWARZ T, MAIER M. Stimulated stokes and anti-stokes raman scattering in liquid acetone with a Bessel beam[J]. Optics Communication, 2004, 235: 201-217.
- [2] 曾夏辉, 吴逢铁, 刘 岚. 干涉理论对 bottle beam 的描述[J]. 物理学报, 2007, 56(2): 791-797.
- [3] 吴逢铁, 刘 岚. 局域空心光束的描述[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2008, 29(2): 161-166.
- [4] DURNIN J, MICELI J. Diffraction-free beams[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(15): 1499-1501.
- [5] HAKOLA A, BUCHTER S C, KAJAVA T, et al. Bessel-Gauss output beam from a diode-pumped Nd: YAG laser [J]. Optics Communication, 2004, 238: 335-340.
- [6] ROGEL-SALAZAR J, NEW G H C, CHÁVEZ-CERDA S. Bessel-Gauss beam optical resonator[J]. Optics Communication, 2001, 190: 117-122.
- [7] GUTIÉRREZ-VEGA J C, RODRÍGUEZ-MASEGOSA R, CHÁVEZ-CERDA S. Bessel-Gauss resonator with spherical output mirror: Geometrical and wave-optics analysis[J]. J Opt Am A, 2003, 20(11): 2113-2122.
- [8] MUYS P, VANDAMME E. Direct generation of Bessel-Gauss beams[J]. Applied Optics, 2002, 41(30): 6375-6379.
- [9] WU Feng-tie, CHEN Yun-bin, GUO Dong-dong. Nanosecond pulsed Bessel-Gauss beam generated directly from a Nd: YAG axicon-based resonator[J]. Applied Optics, 2007, 46(22): 4943-4947.
- [10] 吴逢铁, 陈云彬, 郭东栋, 等. 纳秒无衍射贝塞尔光脉冲参量的分析与测定[J]. 中国激光, 2007, 34(8): 1073-1076.

## The Theory and Experiment of Diffraction-Free Bessel and Bessel-Gauss Beams

QIU Zhen-xing, WU Feng-tie, GUO Dong-dong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** This article makes theoretical analysis on the relationship and distinction between Bessel and Bessel-Gauss beams, the optical intensity distribution at any propagation plane of ideal Bessel beam and the Bessel-Gauss beam, and the effect of the beam waist and the cavity length  $L$  on the Bessel-Gauss beam were simulated. The simulation showed that Bessel-Gauss beam attenuated faster than that of the Bessel beam, and experimental result validated with the analysis. The simulation also pointed out that the larger the beam waist, the slower the radial optical intensity attenuate; the longer the cavity, the slower the amplitude of the dominant mode at output mirror is.

**Keywords:** Bessel beam; Bessel-Gauss beam; axicon; optical intensity distribution

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 吴逢铁)