

文章编号: 1000-5013(2008) 04 0502- 05

一种新的非线性相机模型标定方法

郭陆峰, 江开勇, 吴明忠

(华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 提出一种新的非线性相机模型标定方法. 该方法考虑各种成像误差, 用二元函数的多项式建立成像误差模型, 用一个中间变量代替非线性畸变因素. 在已知至少 6 个不共面点的空间坐标及对应的图像坐标, 利用线性算法求解出非线性畸变模型的投影矩阵, 用修正后的投影矩阵进行三维重建. 实验结果表明, 整个修正过程避免非线性方程的求解, 10 个修正参数由线性方程组一并解出, 修正模型三维重建的精度整体得到提高.

关键词: 双目视觉; 摄像机; 误差模型; 非线性畸变; 三维重建

中图分类号: TP 391. 41

文献标识码: A

摄像机标定是计算机视觉中的一个重要内容. 由二维图像到三维重建, 它们之间的变换关系由摄像机成像几何模型决定. 模型中的参数需要通过标定才能确定, 而且三维重建的精度在很大程度上取决于摄像机标定的精度. 国内外许多学者对摄像机的标定问题进行研究, 提出各种解决方法. 美国的 Lenz 等^[1] 提出的标定精度较高, 但其实验要求特殊的照明条件, 且标定距离短, 不能满足一般工业视觉的需要. 法国的 Faugeras 等^[2] 提出的方法虽可用于一般的工业视觉场合, 但精度较低. Wang 等^[3] 提出的利用极限约束分析估计外参数法速度快, 但精度太低, 且过于依赖图像处理. Tsai^[4] 提出的两步法是一种通用的高精度标定法, 但由于计算复杂、费时而很少用于现场标定中. Kyriakopoulos 等^[5] 在此基础上提出极限约束法求解外参数, 其内参数采用 Rizo 等^[6] 的方法进行求解. 蔡健荣等^[7] 提出用接线性变换 (DLT) 算法求出的内参数作为初始值代入非线性方程, 用 Levenberg-Marquardt 迭代法优化参数. 霍龙等^[8] 提出通过修正线性模型的投影矩阵来提高三维重建的精度. 上述方法中好的精度是以耗时为代价的, 实时性差, 标定后系统重新定位又会引起误差, 不适合用于立体视觉中的现场标定. 本文考虑了各种非线性成像误差, 将这些非线性因素用一个中间变量代替, 通过解线性方程求出相机的投影矩阵并分解内外参数.

1 摄像机线性模型建立

双目视觉是根据立体视差的原理进行工作的, 必须先对两个摄像机进行标定. 因此要首先清楚相机的成像模型 (图 1) 及图像坐标系、摄像机坐标系与世界坐标系的关系, 然后确定摄像机成像的几何关系.

(1) 物体世界坐标系 (X_w, Y_w, Z_w) 到相机 3D 坐标系 (X_c, Y_c, Z_c) 的转换, 其关系有

$$\begin{bmatrix} X_c & Y_c & Z_c \end{bmatrix}^T = R \begin{bmatrix} X_w & Y_w & Z_w \end{bmatrix}^T + T. \quad (1)$$

式 (1) 中, R 为 3×3 的旋转矩阵, $R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}$; T 为 3×1 平移向量, $T = [T_x \quad T_y \quad T_z]^T$.

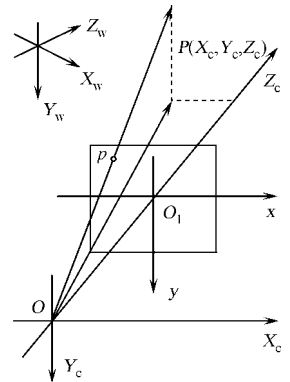


图 1 摄像机针孔模型

Fig. 1 Camera pinhole model

收稿日期: 2007- 12- 24

作者简介: 郭陆峰 (1982-), 女; 通信作者: 江开勇 (1961-), 男, 教授, 主要从事数字化设计与计算机视觉的研究.

E-mail: jiangky@ hqu. edu. cn.

基金项目: 国家科技支撑计划项目 (2006BAF01A23); 福建省自然科学基金资助项目 (2007J0158)

(2) 摄像机 3D 坐标系到理想针孔模型下的图像坐标系, 其几何关系为

$$x = \frac{fX_c}{Z_c}, \quad y = \frac{fY_c}{Z_c}. \tag{2}$$

式(2)中, f 必须是计算出的有效焦距.

(3) 从物理图像坐标到计算机图像坐标变换. 如图 2 所示, 在图像上定义直角坐标系 (u, v) , 它是以像素为单位的图像坐标. 由于其没有用物理单位表示出该像素在图像中的位置, 因而需要再建物理单位(例如: mm). 的坐标来表示图像坐标系. 该坐标系以图像内的某一点 O_1 为原点, x 轴, y 轴分别与 u 轴, v 轴平行, 如图 2 所示. 若 O_1 在 u, v 坐标系中的坐标为 (u_0, v_0) , (u_0, v_0) 为图像的实际中心, 每一个像素在 x 轴、 y 轴方向上的尺寸为 dx, dy , 则图像中任意一个像素在两个坐标系下的坐标为

$$u = \frac{x}{dx} + u_0, \quad v = \frac{y}{dy} + v_0. \tag{3}$$

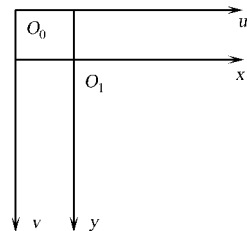


图 2 图像坐标系
Fig. 2 Image coordinate

将式(1), (3)代入式(2), 得到 P 点的世界坐标与其投影点 p 的图像坐标 (u, v) 的关系, 有

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

式(4)中, $\alpha_x = f/dx$, $\alpha_y = f/dy$, \mathbf{M}_1 为 3×4 的投影矩阵, 完全由 $\alpha_x, \alpha_y, u_0, v_0$ 决定. 由于 $\alpha_x, \alpha_y, u_0, v_0$ 只与摄像机内部结构有关, 称为摄像机内部参数; \mathbf{M}_2 完全由摄像机相对于世界坐标的方位决定, 称为摄像机外部参数. 标定的过程即是确定摄像机内外参数的过程. 为方便以后的计算, 对投影关系归一化.

2 线性算法及参数分解

由以上各式可以得到摄像机的成像模型为

$$\begin{bmatrix} X_{w,i} & Y_{w,i} & Z_{w,i} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_{w,i} & -u_i Y_{w,i} & -u_i Z_{w,i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{w,i} & Y_{w,i} & Z_{w,i} & 1 & -v_i X_{w,i} & -v_i Y_{w,i} & -v_i Z_{w,i} \end{bmatrix} \mathbf{K} = \begin{bmatrix} u_i m_{3,4} \\ v_i m_{3,4} \end{bmatrix}. \tag{5}$$

式(5)中, $\mathbf{K} = [m_{1,1}, m_{1,2}, m_{1,3}, m_{1,4}, m_{2,1}, m_{2,2}, m_{2,3}, m_{2,4}, m_{3,1}, m_{3,2}, m_{3,3}]^T$, $(X_{w,i}, Y_{w,i}, Z_{w,i})$ 为第 i 个点的坐标, $(u_i, v_i, 1)$ 为第 i 个点的齐次图像坐标, $m_{i,j}$ 为矩阵 \mathbf{M} 的第 i 行 j 列元素, 共有 11 个未知参数需求解, 其中隐含摄像机的内、外部参数.

一幅图像提供了两个方程, n 幅图像就提供了 $2n$ 个方程. 由式(4)可知, 矩阵 \mathbf{M} 乘以任意不为零的常数不影响 (X_w, Y_w, Z_w) 与 (u, v) 的关系, 因而指定 $m_{3,4} = 1$, 从而得到关于矩阵 \mathbf{M} 其他元素的 $2n$ 个线性方程. 至少有 6 个不共面点才可以求出矩阵 \mathbf{M} , 在标定时, 通常取尽量多的点, 将各点世界坐标和图像坐标代入式(5)中, 得到一个线性方程组, 用最小二乘法可以求出矩阵 \mathbf{M} . 然后, 可根据矩阵 \mathbf{M} 与相机内外参数关系, 求出内外参数及旋转矩阵 \mathbf{R} 和平移矩阵 $\mathbf{T}^{[9]}$.

3 考虑成像误差的修正模型

要进行高精度的标定, 必须考虑摄像机成像过程中的成像误差, 文[10]中对各种成像误差进行了详细分析, 并给出这些误差函数的精确表达式. 这些成像误差包含镜头径向畸变、切向畸变、偏轴等因素, 并随着图像平面坐标 (u, v) 的变化而变化. 因此, 用二元函数 $\delta_u(u, v)$, $\delta_v(u, v)$ 表示水平与垂直两个图像坐标方向的成像误差, (\tilde{u}, \tilde{v}) 表示成像平面坐标的理论值, 即校正后图像理想点坐标. 则有

$$\tilde{u} = u + \delta_u, \quad \tilde{v} = v + \delta_v. \tag{6}$$

考虑各种成像误差, 用 $\delta_u(u, v)$, $\delta_v(u, v)$ 进行误差补偿时, 可以用逼近理论将一组已知的函数组合起来. 假设 P, Q 分别为 u, v 方向上的逼近阶次, 则有

$$\delta_u = \sum_{i,k=0}^P a^{i,k} u^i v^k, \quad \delta_v = \sum_{i,k=0}^Q b^{i,k} u^i v^k. \tag{7}$$

式(7)中, (u, v) 为图像坐标系下该点的观察值, (\tilde{u}, \tilde{v}) 的值可以根据上述的线性模型下的投影关系从空间点的已知坐标计算得到. 这样由式(7) m 个点可以列出 $2m$ 个方程, 用最小二乘法估计该式中逼近函数的参数. 成像误差参数求出后, 将其代入式(6)得到考虑成像误差模型下的理想图像坐标的值 (\tilde{u}, \tilde{v}) . 如果考虑摄像机的非线性畸变, 透视投影变换中图像点与三维空间中控制点的对应关系为

$$Z_c = \begin{bmatrix} u + \delta_u \\ v + \delta_v \\ 1 \end{bmatrix} = Z_c \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & m_{1,3} & m_{1,4} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & m_{2,3} & m_{2,4} \\ m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} & m_{3,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

式(8)中, (\tilde{u}, \tilde{v}) 为校正后的理想图像点坐标, δ_u, δ_v 为在图像点 (u, v) 处的成像误差.

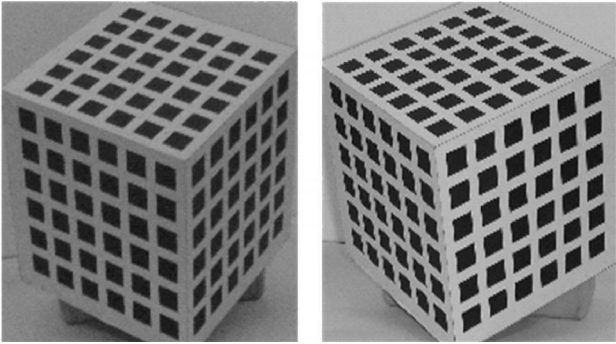
将一系列求出的 (\tilde{u}, \tilde{v}) 代入式(8), 求出考虑成像误差模型下摄像机的投影矩阵, 并根据文[8]分解出内外参数. 立体视觉系统中, 计算出矩阵 M 后, 不必再分解出摄像机的内、外参数, 可由下面两式直接反求空间某一点的三维坐标, 即

$$\left. \begin{aligned} Z_{c,1} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m_{1,1}^1 & m_{1,2}^1 & m_{1,3}^1 & m_{1,4}^1 \\ m_{2,1}^1 & m_{2,2}^1 & m_{2,3}^1 & m_{2,4}^1 \\ m_{3,1}^1 & m_{3,2}^1 & m_{3,3}^1 & m_{3,4}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}, \\ Z_{c,2} = \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m_{1,1}^2 & m_{1,2}^2 & m_{1,3}^2 & m_{1,4}^2 \\ m_{2,1}^2 & m_{2,2}^2 & m_{2,3}^2 & m_{2,4}^2 \\ m_{3,1}^2 & m_{3,2}^2 & m_{3,3}^2 & m_{3,4}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

式(9)中, $(u_1, v_1, 1)$ 与 $(u_2, v_2, 1)$ 分别为对应点的图像齐次坐标; $(X, Y, Z, 1)$ 为 P 点在世界坐标系下的齐次坐标; $m_{i,j}^k (k = 1, 2; i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4)$ 分别为 M^k 的第 i 行 j 列元素. 将上面两式展开, 消去 $Z_{c,1}$ 和 $Z_{c,2}$, 得到关于 X, Y, Z 的 4 个线性方程, 然后, 用 SVD 分解法求该超定方程的解.

4 模型误差实验

采用两台同型号的 Sony 摄像机进行标定. 实验前首先制作一个标准方块, 定义方块的 3 条邻边为世界坐标系的 3 个坐标轴, 各特征点世界坐标可通过设计得到. 将两个摄像机分别固定在两个三脚架上, 调整好位置后, 摄取图像并将其存储计算机内, 然后进行图像处理(去噪、灰度化、特征点位置信息提取), 如图 3 所示. 利用上述方法在 MATLAB 中编程实现相机的标定. 具体标定有如下 4 个过程.



(a) 左图像 (b) 右图像

图 3 图像对

Fig. 3 Image pair

(1) 计算校正后的理想图像点坐标. 提取图像中心处 21 个特征点的图像坐标. 在图像中心处, 畸变小, 近似看作理想的线性透视投影变换, 求出线性模型下的投影矩阵, 利用该投影矩阵求出图像平面上各特征点的理想图像坐标 (\tilde{u}, \tilde{v}) , 并计算理想值与观测值的差值 δ_u, δ_v .

(2) 利用式(7)求修正模型的参数, 并用最小二乘法优化参数. 另外, 逼近阶数 P, Q 取不同的值对标定精度是有影响的, 左右相机的 P, Q 分别在 u, v 方向依次取 2, 3, 4 阶(共有 81 种组合)时, 计算出各种组合的修正系数, 并根据相应的修正系数由式(6), (8)计算出该修正模型下的两个摄像机的投影矩阵. 然后, 由式(9)求出各图像点所对应的空间点的世界坐标, 找出 3 个方向上平均误差和方差均最小的一组, 该组所对应的逼近阶数即为最优逼近阶数. 经实验, 当左相机 u, v 方向逼近阶数分别取 3 阶、2

阶, 右相机 u, v 方向的逼近阶数均取 3 阶时, 重建的平均误差和方差最小. 可通过以下修正模型, 计算两幅图像上任何点在理想情况下的图像坐标. 即

$$\begin{aligned}\tilde{u}_1 &= u_1 + \delta_{u,1} = u_1 + \sum_{i,k=0}^3 a_{i,k,1} u_1^i v_1^k = u_1 + A_1 V_{1,3}, \\ \tilde{v}_1 &= v_1 + \delta_{v,1} = v_1 + \sum_{i,k=0}^2 b_{i,k,1} u_1^i v_1^k = v_1 + B_1 V_{1,2}, \\ \tilde{u}_2 &= u_2 + \delta_{u,2} = u_2 + \sum_{i,k=0}^3 a_{i,k,2} u_2^i v_2^k = u_2 + A_2 V_{2,3}, \\ \tilde{v}_2 &= v_2 + \delta_{v,2} = v_2 + \sum_{i,k=0}^3 b_{i,k,2} u_2^i v_2^k = v_2 + B_2 V_{2,3}.\end{aligned}$$

上式中, 修正系数 $A_1 = 10^{-8} \times [0.329 \ 33.977 \ -2\ 841.157 \ 3.015 \ 48.095 \ 5\ 329.452 \ -4.287 \ 0.004 \ 567.531 \ -36.779 \ 0.107\ 0 \ 0.495 \ 0.029\ 0 \ 0]$, $B_1 = 10^{-4} \times [85\ 043.537 \ -279.072 \ 0.199 \ -359.759 \ 1.309 \ -0.001 \ 0.342 \ -0.001 \ 0]$, $A_2 = 10^{-8} \times [-0.991 \ -104.112 \ 336.202 \ -0.592 \ -96.970 \ -11\ 321.332 \ 23.945 \ -0.012\ 3 \ 347.575 \ 24.824 \ -0.065\ 0 \ -5.778 \ -0.003\ 0 \ 0]$, $B_2 = 10^{-4} \times [0.824 \ 84.695 \ 993.659 \ -0.935 \ 91.368 \ 8\ 788.515 \ -36.934 \ 0.026 \ 1\ 777.790 \ -43.557 \ 0.149\ 0 \ -3.529 \ 0.051\ 0 \ 0]$.

(3) 计算该阶数下的投影矩阵及内参数. (a) 左相机

$$M_l = \begin{bmatrix} 2\ 877.773 & 608.349 & -197.312 & 664\ 759.257 \\ -301.740 & 3\ 427.544 & -197.312 & 517\ 997.910 \\ 0.780 & 0.412 & 0.472 & 427.447 \end{bmatrix},$$

$$\alpha_x = 3\ 607.945, \quad \alpha_y = 3\ 446.453, \quad u_0 = 1\ 508.554, \quad v_0 = 1\ 083.331.$$

(b) 右相机

$$M_r = \begin{bmatrix} 3\ 377.463 & 636.513 & -1\ 026.605 & 625\ 891.060 \\ -182.061 & 3\ 398.451 & -72.017 & 502\ 113.226 \\ 0.598 & 0.366 & 0.714 & 428.762 \end{bmatrix},$$

$$\alpha_x = 3\ 586.967, \quad \alpha_y = 3\ 404.480, \quad u_0 = 1\ 518.230, \quad v_0 = 1\ 082.270.$$

可以看出, 由于摄像机的安装误差, 同型号的相机的相邻传感器间的中心距会有差别, 所以 α_x, α_y 仍会稍有不同. 另外, 两个同型号的摄像机的实际图像中心接近相等.

(4) 误差分析. 选取左右摄像机都能拍摄到的空间点 21 个, 测出这些点的实际三维坐标值. 然后, 根据这些点的图像坐标, 分别用线性模型和畸变模型恢复它们的三维坐标. 将实际三维坐标与恢复的三维坐标进行比较, 得出两种模型下的误差(e), 如图 4 所示. 从图 4 可见, 线性模型下重建的坐标大部分

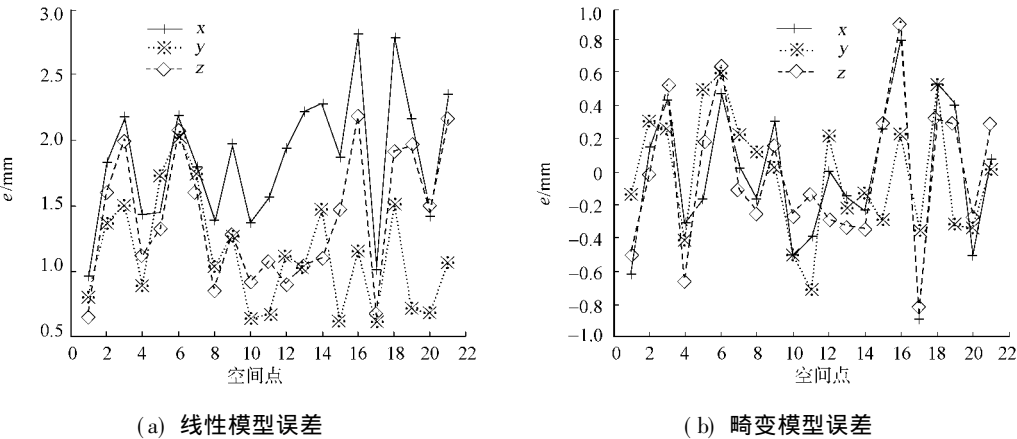


图 4 模型修正前后的精度比较

Fig. 4 Comparison of the precision of the model before and after calibration
比实际坐标偏大, 绝对误差在 0~ 3 mm 之间, 均值为 1.868 4 mm; 考虑畸变的修正模型下, 重建坐标误差“下移”趋近零值线, 使绝对误差分布在 -1.0~ 1.0 mm 之间, 均值为 -0.546 μm. 与文[11]中采用“两步法”的一阶畸变模型相比, 其精度有所提高, 计算量也较小. 实验结果表明, 用修正后的模型的投影

矩阵进行三维重建能够从整体上提高重建的精度.

5 结束语

由于线性模型没有考虑镜头的非线性畸变,存在着原理性的误差. 为避免使用非线性优化算法,在分析各种成像误差基础上,提出一种新的考虑畸变的修正模型. 整个修正过程避免了非线性方程的求解,10个修正参数由线性方程组一并解出.

参考文献:

- [1] LENZ R K, TSAI R Y. Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3-D machine vision metrology[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1988, 10(5): 713-720.
- [2] FAU GERAS O D, TOSCANI G. The calibration problem for stereo vision[C]// Proceeding of the IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, Florida: IEEE, 1986: 15-20.
- [3] WANG L L, TASI W H. Camera calibration by vanishing lines for 3-D computer vision[J]. IEEE Transactions on Patter Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(4): 370-376.
- [4] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automaton, 1987, 3(4): 323-344.
- [5] KYRIAKOPOULOS K J, YIANNAKOS P, KALLIPOLITES V, et al. A geometric calibration methodology for single-head cone-beam X-ray systems[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 1999, 24(2): 151-174.
- [6] RIZO P, GRANGEAT P, GUILLEMAUD R. Geometric calibration method for multiple-head cone-beam SPECT system[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1994, 41(6): 2748-2757.
- [7] 蔡健荣, 赵杰文. 双目立体视觉系统摄像机标定[J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2006, 27(1): 6-9.
- [8] 霍 龙, 刘伟军. 摄像机线性模型标定中一种投影矩阵的修正方法[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(6): 75-77.
- [9] 马颂德, 张正友. 计算机视觉——计算理论与算法基础[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 72-78.
- [10] CHATTERJEE C, ROYCHOWDHURY V P. Algorithms for coplanar camera calibration[J]. Machine Vision and Applications, 2000, 12(2): 84-97.
- [11] 霍 龙, 刘伟军, 于光平. 考虑径向畸变的摄像机标定及在三维重建中的应用[J]. 机械设计与制造, 2005, 1(1): 1-3.

A New Method of Calibration for Non-Linear Camera Model

GUO Lu-feng, JIANG Kai-yong, WU Ming-zhong

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: A new method is proposed for the non-linear model camera calibration. In this method, all kinds of imaging errors are considered. The imaging error module is established in the form of a binary function polynomial, where nonlinear distortion is replaced by a variable parameter and projection matrix is answered with linear algorithms on the condition that at least six non-coplanar points' world coordinates and the corresponding image coordinates are given. This calibrated projection matrix is utilized in 3-dimensional reconstruction. The experimental results show that the precision of the calibrated model can be improved greatly because ten calibrated parameters can be solved by a set of linear equations instead of solving nonlinear equations during the calibration process.

Keywords: binocular vision; camera; error model; nonlinear distortion; 3-dimensional reconstruction

(责任编辑: 黄仲一 英文审校: 郑亚青)