

文章编号: 1000-5013(2008)04-0498-04

# 岩石细观强度离散元数值模拟中颗粒形状的影响

叶 勇, 徐西鹏

(华侨大学 机电及其自动化学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 利用离散单元法,对 3 种不同成分的岩石样本进行强度数值模拟.通过改变岩石内部颗粒大小和形状,获得各个样本不同的强度值;利用颗粒形貌规律,分析岩石离散元建模时颗粒的组建规则.在不同单元组合方式下,进行双轴压缩试验和 4 点抗弯试验.结果表明,单一的圆盘形或圆球形模拟单元不能真正反映岩石内部的组织结构;弹性模量、抗压强度、抗弯强度和裂纹起始应力都随着单元组合方式不同而不同,单元组合方式越复杂,其数值也越大;配置不同单元组合形式的比例构建 DEM 样本,可以合理地模拟出岩石的细观强度值.

**关键词:** 岩石;离散单元法;细观;数值模拟;单元组合形式

**中图分类号:** TD 313

**文献标识码:** A

岩石是由离散颗粒(岩石颗粒)、气体(内部空气)组成的复杂的颗粒团聚体,其基本骨架是离散岩石颗粒,所以岩石是一种典型的离散颗粒物质.岩石在外力作用下,常使团聚体之间的连结力受到破坏而消失,从而使整个石体产生破碎现象.可见,为了揭示岩石复杂的动态行为变化,必须从岩石内部颗粒细观形态出发进行研究.1971 年,美国学者 Cundall 提出了一种分析离散物质的不连续数值模拟方法——离散单元法(DEM),为岩石复杂的动态行为变化分析提供了全新的解决途径<sup>[1]</sup>.这种方法把介质看作由一系列离散的独立运动的单元所组成,单元的尺寸是细观的,对介质中的每个细观单元建立力学模型,并用显式中心差分法求解,整个介质的变形和演化由各单元的运动和相互位置来描述.因此,要研究岩石在外力作用复杂的动态行为,必须先了解其自身的弹性模量、抗压强度及抗弯强度等物理参量.只有建立了正确的岩石样本离散元模型,才能真正有效地模拟出岩石的宏观变形特征.常规的离散单元法通常把岩石颗粒形状看作是圆盘形或圆柱形,虽然能从宏观上计算和模拟岩石的特性,但由于岩石颗粒本身形状是不规则的,所以统一用一种形状来模拟岩石的细观强度是不科学的方法<sup>[2-3]</sup>.本文重点研究不同形状岩石颗粒对岩石细观强度的影响.

## 1 离散元方法

### 1.1 基本理论

有限元或边界元是连续机理方法的典型类型,它们将离散物质近似地作为连续体介质进行处理.这些方法侧重于整个物体的力学行为,却忽略了物体中单元个体性质.离散单元法是根据离散物质本身的离散特性建立数值模型,将所分析的物体看作离散颗粒集合体,符合离散物质的性质.通过对物体中的每个颗粒作为一个单元建立模型并进行模拟,然后根据颗粒之间的接触,追踪物体中每个颗粒并对整个物体进行分析.这与连续机理方法中建立的物质模型相比,更加符合离散物质的实际情况.

### 1.2 单元接触力学模型

在离散元模拟中,单元之间接触的弹性和非弹性性质用弹簧和阻尼器来表示.弹簧代表单元的弹性,阻尼器代表单元的非弹性,用带有摩擦系数的滑块来表示单元之间的摩擦.假设两个圆盘形岩石颗

收稿日期: 2007-09-17

作者简介: 叶 勇(1977-),男,讲师,主要从事硬脆材料加工的研究. E-mail: yeyong @hqu.edu.cn.

基金项目: 华侨大学科研基金资助项目(07HZR12)

粒单元  $i$  和  $j$  之间存在法向弹性常数为  $k_n$ 、切向弹性常数为  $k_s$  的一个弹簧,法向阻尼系数为  $\eta_n$ 、切向阻尼系数为  $\eta_s$  的一个阻尼器,摩擦系数为  $\mu$  的一个滑块,以及代表一个岩石颗粒和其他岩石颗粒之间没有拉力的非张力联接<sup>[2]</sup>. 岩石颗粒单元之间的力学关系,如图 1 所示.

1.3 基本方程

研究对象不同,DEM 的单元模型也不同. 常见的模型有块体单元、圆盘单元、球体单元等. 对于不同的单元模型,DEM 的原理和计算过程都是一样的. 即在任意时刻  $t$ ,考虑每一单元受力作用后产生的运动,由牛顿第二运动定律可得

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} = \frac{(F)_i}{m_i}, \quad \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2} = \frac{(M')_i}{I_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

其中,  $x_i$ ,  $F$  和  $m_i$  分别表示位移、力和质量,  $\theta_i$ ,  $M'$  和  $I_i$  分别表示角位移、力矩和转动惯量. 对时刻  $t$  的加速度用中心差分格式表示,有

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} = \frac{\frac{\partial x_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})}}{\partial t} - \frac{\partial x_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})}}{\partial t}}{\Delta t}, \quad \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2} = \frac{[\frac{\partial \theta_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})}}{\partial t} - \frac{\partial \theta_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})}}{\partial t}]}{\Delta t}. \quad (2)$$

将式(1)带入式(2)整理可得

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \frac{\partial x_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})}}{\partial t} \Delta t, \quad \theta_i^{(t+\Delta t)} = \theta_i^{(t)} + \frac{\partial \theta_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})}}{\partial t} \Delta t. \quad (3)$$

通过中心差分形式导出  $t + \Delta t$  时刻的位移,颗粒  $i$  就移动到一个新的位置,并产生新的接触力和接触力矩. 计算其所受的合力  $(F^{(t+\Delta t)})_i$  和  $(M'^{(t+\Delta t)})_i$  合力矩,返回式(1)计算. 这个过程一直循环下去,即可得到每个颗粒及整个颗粒体的运动形态.

1.4 离散单元接触计算策略

离散单元法中所进行的计算,是一个以时间步长为间隔向前推进的计算过程,即每个岩石颗粒单元的运动定律与接触的力-位移定律交替进行. 运动定律给出作用在岩石颗粒上的力所产生的岩石颗粒运动,而力-位移定律计算岩石颗粒的位移所产生的接触力. 通过重复这两个过程,完成了整个离散元法动态模拟,如图 2 所示. 在每个时步开始时,首先通过已知单元的位置来设定单元之间的接触;然后,根据单元在接触处的相对运动和接触本构模型,将力-位移定律应用于每个接触点来产生单元之间的接触力. 最后,根据作用在单元上的接触力、体积力及边界作用力所形成的作用合力和合力矩,将单元运动定律应用于每个单元来更新单元的速度和位置<sup>[4-5]</sup>.

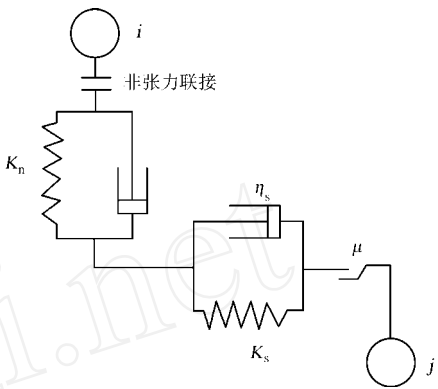


图 1 岩石颗粒接触力学模型

Fig. 1 Contact mechanics model of rock particles

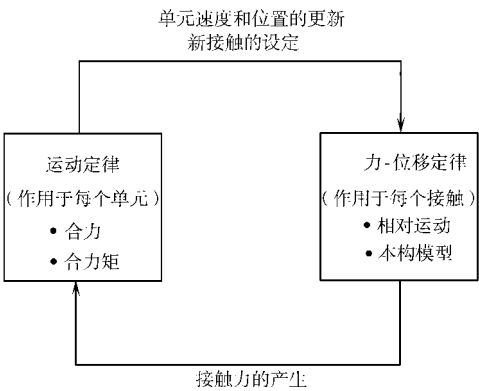


图 2 离散单元接触计算策略

Fig. 2 Calculation procedure of contacts between discrete elements

2 岩石颗粒强度数值模拟

离散元程序里的基本模拟单元,是圆盘形颗粒(二维)和圆球形颗粒或圆柱形颗粒(三维). 在二维离散元程序里,仅考虑平面内的作用力和力矩,例如  $F_x, F_y, M_z$ ;在三维离散元程序里,则要考虑  $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$  6 个力和力矩. 由于目前国内外三维离散元方法的发展还不是很完善,同时三维离散元计算时存在速度慢、边界条件复杂、资源耗费等一系列问题. 通用的做法是,将三维离散元中的圆球或圆柱近似用圆心在同一平面,半径不等的圆盘来替代模拟,从而转换为二维问题求解. 这种近似替代处理虽然忽略了颗粒沿  $z$  方向的位移、速度和加速度,但岩石本身作为一种脆性材料,其  $x, y$  方向的动态行为基本可以体现它在整个空间的运动参数和力学参数. 实验证明,当岩石样本真实厚度相对其长度和宽

度值较小时,完全可以将其视作平面状态来处理.因此,本文主要以二维形式研究颗粒的强度.

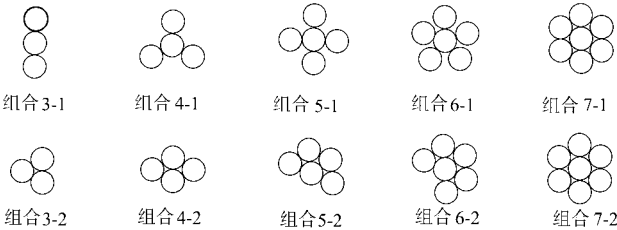


图 3 颗粒的单元组合形式

Fig. 3 Element combination style for different particle

为了更真实模拟实际的岩石颗粒,利用 C++ 语言自行开发了一系列不同的二维颗粒单元,它们分别由若干个半径相同或不同的圆盘形颗粒组成,如图 3 所示.图 3 中,颗粒的单元组合形式引入组合记号“组合 N-M”,N 表示颗粒的数目,M 表示连接方式.

对山西黑、漳浦青和屏南芝麻黑 3 种不同成分的岩石,采用不同的颗粒组合形式,对它们各自进行双轴压缩试验得到相应的弹性模量、抗压强度和裂纹起始应力.图 4 为 3 种岩石在 4 种不同颗粒组合形式下的应力-应变( - )曲线.从图 4 中可以看出,每种岩石的单元组合方式越复杂,则相应的弹性模量值越大.山西黑、漳浦青和屏南芝麻黑的最大弹性模量分别为 27.9,21.2,22.3 GPa.

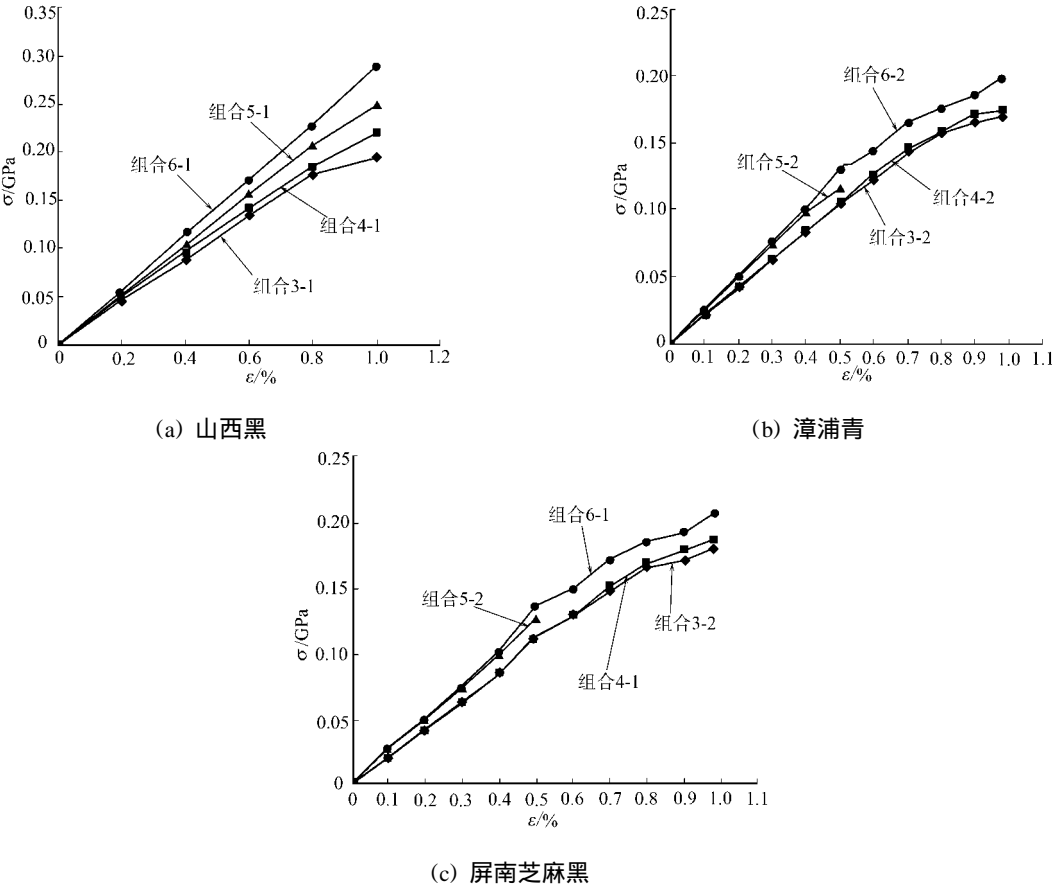


图 4 不同颗粒单元组合方式下的应力-应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curve under different element combination style

要建立一个合理正确的离散元样本模型,除了弹性模量外,岩石的抗压强度  $f_c$ 、抗弯强度  $f_b$  及裂纹起始应力  $\sigma_c$  也是至关重要的.因为这些参数都直接影响岩石在外力作用下的动态行为.在前面的双轴压缩试验基础上,可以得到岩石在不同单元组合下的抗压强度和裂纹起始应力,同时对该模型进行 4 点抗弯试验可以得到相应的抗弯强度.目前,离散元程序中的基本模拟单元是圆盘形或圆球形.这种单一圆形单元比较容易建模,且计算速度较快,但是不能真正反映岩石材料内部的颗粒组织结构.现以山西黑为例说明不同单元组合形式对岩石各个强度值的影响规律,如表 1 所示.

表 1 山西黑不同单元组合下的各个强度值

Tab. 1 Strength values under different combination style of Shan- Xi Hei

参数	组合 3-1	组合 4-1	组合 5-1	组合 6-1	理论值	$e_{\max}/\%$
$f_c/\text{MPa}$	184	192	202	208	180	15.0
$f_b/\text{MPa}$	37	42	43	46	37	16.2
$c_t/\text{MPa}$	88	67	90	95	78	21.0

从表 2 可以看出,不同单元组合方式下的各个强度值都不一样,变化规律与弹性模量类似,其数值随着单元组合方式的复杂而增大. 虽然 3 种强度值的最大误差( $e_{\max}$ )分别为 15%,16.2%和 21%,但这与假设的组合方式有关,而且材料本身强度值基数较大. 所以只要能有效地将不同单元组合方式按一定比例来构建 DEM 数值模型,其数值就可以很好的逼近理论值.

3 结束语

通过对 3 种岩石进行不同单元组合方式下的双轴压缩试验和 4 点抗弯试验得出以下结论,单一的圆盘形或圆球形模拟单元不能真正反映岩石内部的组织结构;弹性模量、抗压强度、抗弯强度和裂纹起始应力都随着单元组合方式不同而不同,单元组合方式越复杂其数值也越大;配置不同单元组合形式的比例构建 DEM 样本可以较为科学合理的模拟出岩石的细观强度值.

参考文献:

[1] CUNDALL P A. A compute model for simulating progressive large scale movements in blocky rocksystems[C] Proceedings of International Symponsor Rock Fracture( ). Nancy:[ s. n. ],1971 , 28-212.

[2] 张 锐,李建桥,李因武. 离散单元法在土壤机械特性动态仿真中的应用进展[J]. 农业工程学报,2003 ,19(1) : 16-19.

[3] OLLE S , PER-LENNART L. On discrete element modelling of compaction of powders with size ratio[J]. Computational Materials Science ,2004(31) :131-146.

[4] IBU KI T,OIDA A. Simulation to analyze the interaction between soil and a tire lug by distinct element method[C] Proceedings of the 8th European Conference of the International Society for Terrain-Vehicle Systems. Umea: [ s. n. ], 2000 :87-94.

[5] CUNDALL P A. A computer model for simulation progressive large scale movements of blocky rock systems[C] Symposium of the International Society of Rock Mechanics. Nancy:[ s. n. ],1971 :11-18.

Effect of Particle Shape in the Numerical Simulation of the Rock Mesoscopical Strength by Distinct Element Method

YE Yong , XU Xi-peng

(College of Mechanical Engineering and Automation , Huaqiao University , Quanzhou 362021 , China)

**Abstract :** Strength of three kinds of different component rocks were simulated by discrete element method (DEM) . Dif-ferent strength values of specimen were obtained by varying size and shape of rock particles ,and modeling rules was stud-ied by using shape law. Biaxial-compression test and four-point bending test were carried under different element combina-tion style. The results show that single circle or sphere shape element can not really simulate the component and confor-mation of rocks , and elastic modul , compression strength , bending strength and crack initializtion stress vary with the different element combination style , and high strength value consists with complex combination. Rational mesocopic strength values of rocks can be obtained from the simulation results by configuring different proportion of element combi-nation style to construct DEM specimen.

**Keywords :** rock ; distinct element method ; mesocopic ; numerical simulation ; element combination style

(责任编辑: 鲁 斌 英文审校: 郑亚青)